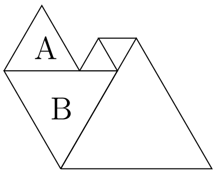
### Задача 1

**В-1**




Каждый треугольник на этом рисунке имеет равные стороны. Периметр (сумма всех сторон) треугольника $A$ равен 6, периметр $B$ равен 9. Какой периметр (сумма всех внешних границ) у всей фигуры?

**Ответ:** 17

**Решение.**

Сторона треугольника $A$ равна 2 (делим периметр $A$ на три), сторона треугольника $B$ равна 3, сторона маленького треугольника равна $3 - 2 = 1$, сторона большого равна $3 + 1 = 4$. Периметр всей фигуры равен $4 + 4 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 17$

### Задача 2

**В-1** На 5 квадратных дощечках написано по одной букве, из которых составлено слово «АКУЛА». Сколько можно составить из этих дощечек различных 4-буквенных слов (возможно, бессмысленных или непроизносимых)?

**Ответ:** 60

**Решение.** Давайте посмотрим, сколькими способами можно расставить эти дощечки в пятибуквенное слово.

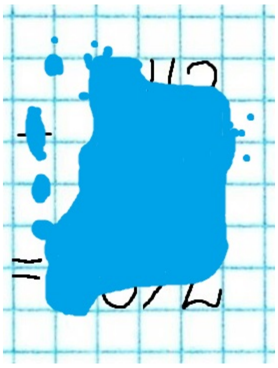
На первом месте может быть одна из 5 дощечек, на втором — одна из оставшихся четырёх, на третьем — одна из трёх, на четвёртом — одна из двух, и на пятое место остаётся только одна. Всего $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ вариантов.

Так как после четырёх дощечек пятую выбирать уже не из чего, и ставится она однозначно — можно считать, что число четырёхбуквенных слов равно числу пятибуквенных.

Только мы насчитали больше слов, чем надо, потому что дощечки с буквами А считались разными, но буквы на них одинаковые. Если поменять местами дощечки с буквами А, слово не изменится — но изменится расстановка досок. Получается, что одно и то же слово описывается двумя разными расстановками дощечек. Значит, мы насчитали вдвое больше слов, чем надо, и ответ равен $60 = \frac{120}{2}$.

**Задача 3**

**В-1** Учитель залил синими чернилами арифметический пример «в столбик», в котором ни одна из цифр не повторялась. Восстановите его. Высота цифр — 2 клетки.



**Ответ:** $743 - 51 = 692$

**Решение.** Шаги решения давайте записывать в строчку, где на неизвестных позициях стоит кружок.

Пока даже непонятно, это пример на сложение, или на вычитание. Можно утверждать, что снизу справа стоит двойка, потому что ни у какой другой цифры нет похожих очертаний.

$$\bullet\bullet\bullet \pm \bullet\bullet\bullet = \bullet\bullet\bullet 2$$

Теперь становится понятна цифра в правом верхнем углу — загибающийся налево крючок есть только у 2 и 3, а 2 уже нашлась. Значит, там стоит 3. Также две торчащие вверх чёрточки однозначно выдают 4 (в написании «Ч») перед цифрой 3.

$$\bullet 43 \pm \bullet\bullet\bullet = \bullet\bullet\bullet 2$$

Либо это пример на сложение, либо на вычитание. Если это пример на сложение, то получить двойку мы могли, только прибавив к 3 девятку. То есть:

$$\bullet 43 + \bullet\bullet 9 = \bullet\bullet\bullet 2$$

Посмотрим на цифру около двойки. Из доступных нам цифр такой торчащий вниз под углом хвостик может быть только у семёрки. $\bullet 43 + \bullet\bullet 9 = \bullet\bullet 72$. Но в этом случае под 4 придётся написать 2, которая уже была — противоречие показывает, что пример был на вычитание.

То, что в нижнем ряду клякса достаточно широка, чтобы накрыть 4 цифры (а вычитанием из трёхзначного числа четырёхзначного не получить) — ничего не доказывает, под кляксой вполне может быть пустое место. Число снизу, получается, трёхзначное.

Возвращаемся назад. Значит, пример на вычитание:

$$\bullet 43 - \bullet\bullet\bullet = \bullet\bullet 2$$

Чтобы получить 2, мы вычитали 1.

$$\bullet 43 - \bullet\bullet 1 = \bullet\bullet 2$$

Какая цифра стоит около двойки, в нижней строке? Судя по хвостику — либо 9, либо 7. Но чтобы получить 7, нам бы пришлось вычесть из 4 другую 7, получается повтор цифры. Значит, там была 9.

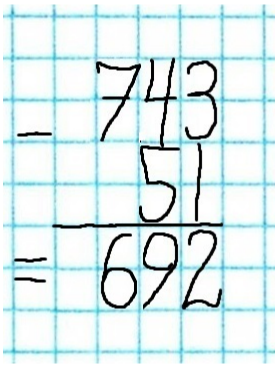
$$\bullet 43 - \bullet\bullet 1 = \bullet 92$$

Сладовательно, из 4 вычиталась 5.

$$\bullet 43 - \bullet 51 = \bullet 92$$

Из цифр осталисть только 0, 6, 7, 8. Около девятки что-то стоит — судя по закруглению, это либо 0, либо 6, либо 8. 0 мог бы быть, если снизу у нас четырёхзначное число, но в примере на вычитание мы бы его получить не смогли (верхняя строка точно трёхзначная). Если около 9 стоит 8, то её неоткуда получить. Остаётся 6, и для получения 6 мы вынуждены поставить 7 перед 4, а все остальные клетки признать незанятыми.

$$743 - 51 = 692$$




Вот пример, каким он был до кляксы.

*Примечание:* если участник по форме хвостика решит, что около двойки может стоять 5, и придёт к какому-нибудь из перечисленных решений: $743+109 = 852$, $743-91 = 652$, $143+709 = 852$ — такое решение тоже стоит принять.

---

### Задача 4

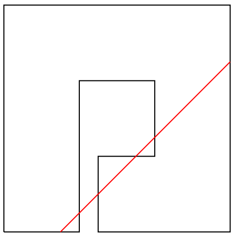
**В-1**

На бумаге закрашена фигура указанной формы. Бумагу разрезают по прямой. Как сделать разрез, чтобы у получившихся кусков фигуры было как можно больше углов? В ответе приведите чертёж, а также укажите это максимальное число углов.

Пропорции рисунка: квадрат имеет размеры 3 на 3, квадратный вырез размеров 1 на 1, расположен ровно посередине, к нему ведёт прорезь шириной 0.25.

**Ответ:** 22

**Решение.** Мы получаем новые углы, когда разрез проходит через отрезки, так что самый выгодный разрез проходит через наибольшее число отрезков. Вот пример разреза, когда прямая проходит через 6 отрезков (возможны и другие примеры разреза, проходящего через 6 отрезков).



После такого разреза можно насчитать $3+3+9+7=22$ угла.

### Задача 5

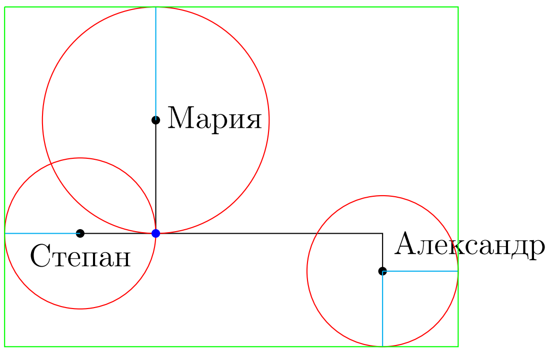
**В-1** На большой квадратной кровати (3 на 3 метра) отдыхали три мыши — Мария, Степан и Александр. Сначала они сидели ровно посередине кровати, но потом расползлись — Мария отползла на 30 сантиметров прямо, к изголовью, Степан — на 20 сантиметров налево, а нелюдимый Александр отошёл на 60 сантиметров направо и потом на 10 сантиметров прочь от изголовья.

Тем временем хозяин кровати хочет разом накрыть всех трёх мышей прямоугольным одеялом (стороны одеяла параллельны сторонам кровати). Но мышей не застать врасплох, они заметят одеяло и побегут, каждая — в случайном направлении. Пока одеяло падает, Степан и Александр успеют пробежать по 20 сантиметров, а шустрая Мария пробежит 30 сантиметров.

Найдите минимальные размеры одеяла, которым можно гарантированно накрыть всех троих.

**Ответ:** 120 сантиметров в ширину, 90 сантиметров в высоту

**Решение.** Нарисуем мышей и места, где они могут оказаться. Кровать достаточно большая, чтобы вместить такой рисунок целиком, поэтому края кровати рисовать не будем. Синяя точка — середина кровати, где мыши сидели в самом начале. Чёрные линии показывают маршрут перемещений мышей. Красные круги — места, куда мыши могут успеть добежать, пока летит одеяло (одеяло должно накрыть все красные точки рисунка). Зелёным изображены очертания одеяла.




Габариты одеяла $= 120$ сантиметров в ширину $(20 + 20 + 60 + 20)$ и 90 сантиметров в высоту $(30 + 30 + 10 + 20)$.

## Задача 6

**B-1** Выпускники класса договорились встретиться в актовом зале школы в определённый день. На встречу пришли 4 человека. Каждый из них пришёл в какой-то момент, пробыл в зале некоторое время и ушёл. Известно, что в зале каждый смог поздороваться за руку с каждым.

а) Значит ли это, что в какой-то момент времени в зале были все четверо сразу?

б) Те же условия, но ровно один из гостей выходил подышать воздухом на 5 минут. А теперь можно ли утверждать, что в какой-то момент времени в зале были все четверо сразу?

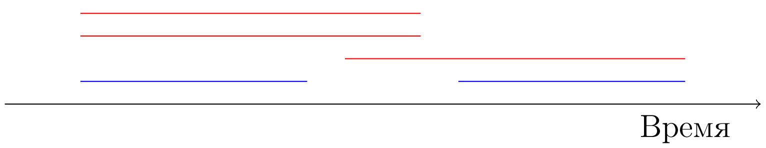
**Ответ:** а) да; б) нет.

**Решение.** а) Давайте посмотрим на моменты, когда приходили и уходили люди. Значит, в зал 4 раза входили и из него 4 раза выходили (причём эти события не обязательно происходят подряд). Пусть $t_1$ — последний раз, когда в зал кто-то входил, а $t_2$ — первый раз, когда из зала кто-то уходил. Без дополнительных условий $t_1$ и $t_2$ могли бы быть расположены во времени как угодно, однако в этой задаче оказывается, что $t_1 < t_2$. Почему?

- Если в $t_1$ и $t_2$ приходил и уходил один и тот же человек, то, само собой, $t_1 < t_2$, потому что он бы не мог бы уйти до того, как сам пришёл.
- Если $t_1$ и $t_2$ принадлежат разным людям, то в случае, если $t_2$ произошло до $t_1$, эти двое полностью разминулись бы по времени и не смогли бы пожать друг другу руки — а условие говорит обратное, каждый поздоровался с каждым. Значит, в этом случае тоже $t_1 < t_2$.

Так или иначе, получается $t_1 < t_2$, что значит, что между этими моментами все уже пришли, но никто ещё не ушёл. Между $t_1$ и $t_2$ в зале находились все четверо. Отметим, что такое рассуждение верно для любого количества гостей, не только для 4-х. Ответ в этом случае — «да».

б) Приведём пример, когда все гости друг с другом поздоровались, но одновременно всех застать не получилось. Изобразим присутствие гостей во времени графически. Синей линией — время присутствия того, кто выходил подышать (с перерывом в 5 минут), красными — остальных гостей. В те 5 минут, пока один из гостей выходил подышать, пришёл последний гость, а потом двое первых ушли.




Этот пример показывает, что в пункте б) ответ «нет».

*Примечание.* Участник может посчитать, что $t_1 = t_2$, что гости здоровались с кем-либо в тот же момент, как вошли или ушли. Такие ходы не влияют на правильность решения.