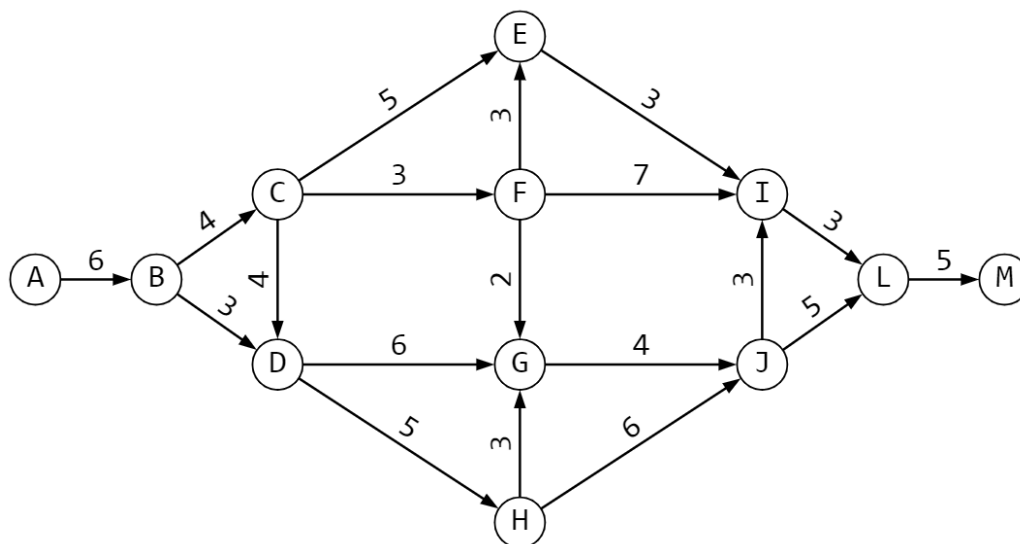


Задача №1. (10 баллов)

Робот должен проехать от старта (точка А) до финиша (точка М) по линиям, при этом он может двигаться только в направлениях, указанных стрелками на схеме (см. схему).



Схема

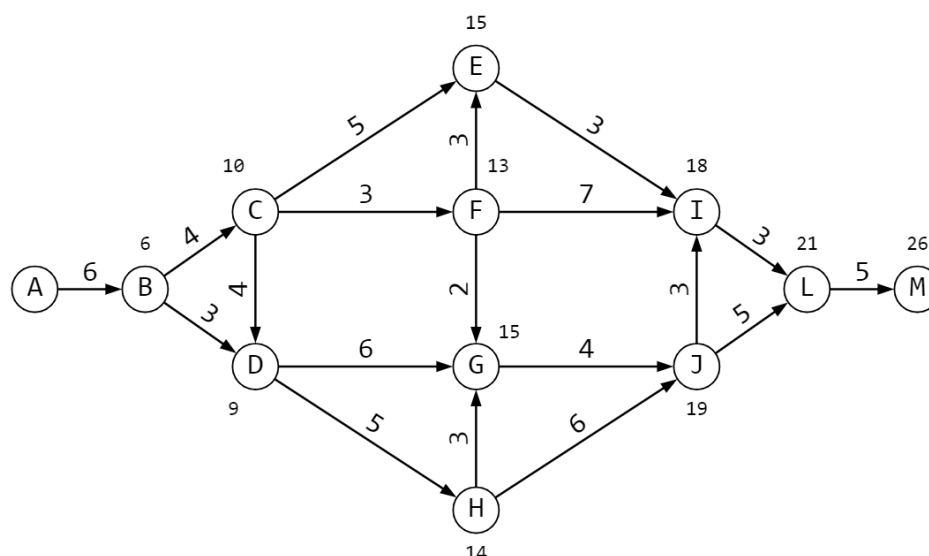
Цифрами на схеме обозначено количество секунд, которое робот потратит на проезд по данному отрезку. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. За какое минимальное время робот может проехать от старта (точки А) до финиша (точки М)?

Ответ: 26 секунд.

Решение

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины А в вершину М. Следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения) и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, помечая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время от точки старта А до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины М минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины А в вершину М.



Таким образом, можно узнать, что минимальное время, за которое робот доедет от старта (вершина А) до финиша (вершины М) за 26 секунд.

Ответ: 26 секунд.

№ п/п	Критерии	Баллы
1	Верно определено минимальное время проезда робота по трассе (26 с). В решении присутствует верный подсчет времени проезда	10
2	Дан верный ответ (26 с). Решение отсутствует	2
3	В остальных случаях	0

Задача №2. (10 баллов)

Два робота «Альфа» и «Бета» стартуют от линии старта одновременно. На первой попытке они едут в одном направлении, а на второй – в противоположных. Время обеих попыток одинаково. Скорости роботов оставались постоянными на каждой из попыток. Скорость «Альфы» на 5 см/с выше, чем у «Бета». После первой попытки расстояние между роботами было равно 3 м, после второй попытки – 5 м 4 дм. Определите скорости каждого из роботов. Размерами роботов можно пренебречь. Ответ дайте в сантиметрах в секунду.

Ответ: скорость «Альфы» 7 см/с, скорость робота «Бета» равна 2 см/с.

Решение

Переведём длины в сантиметры:

$$3 \text{ м} = 300 \text{ см}$$

$$5 \text{ м } 4 \text{ дм} = 540 \text{ см}$$

Обозначим за x см/с скорость робота Бета. Тогда скорость робота «Альфы» будет равна $x+5$ см/с. А за t с – время каждой из попыток.

Тогда для первой попытки можно написать следующее уравнение:

$$(x + 5 - x)t = 300$$

$$5t = 300$$

$$t = 60 \text{ (с)}$$

Для второй попытки можно написать следующее:

$$(x + 5) \cdot 60 + 60x = 540$$

$$120x + 300 = 540$$

$$120x = 240$$

$$x = 2 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}} \right)$$

Скорость робота «Бета» равна 2 см/с. Тогда скорость робота «Альфы» равна:

$$2 + 5 = 7 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: скорость «Альфы» 7 см/с, скорость робота «Бета» равна 2 см/с.

№ п/п	Критерии	Баллы
1	Верно определены скорости роботов «Альфы» (7 см/с) и робота «Бета» (2 см/с). Присутствует верное решение.	10
2	Решение содержит арифметические ошибки. Ход решения верный.	9
3	Верно найдено время первой попытки	5
4		2
5	В остальных случаях	0

Задача №3. (10 баллов)

Робот оснащён двумя управляемыми колёсами, подключёнными к моторам А и В через одноступенчатую передачу. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. На осях моторов стоят шестерни с 24 зубьями, на осях колёс – шестерни с 8 зубами. Радиусы колёс робота одинаковы и равны 6 см. Ширина колеи робота - 20 см. Определите, на сколько градусов должна повернуться ось мотора А (при работающем моторе В), чтобы робот проехал прямо 4 м 2 дм. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ приведите с точностью до целых. Для получения более точного ответа, округление стоит производить только при получении финального результата.

Ответ: ось мотора А должна повернуться на 1338° .

Решение

Переведем длины пути в сантиметры:

$$4 \text{ м } 2 \text{ дм} = 420 \text{ см}$$

Определим длину окружности колеса:

$$2 \cdot \pi \cdot 6 \approx 12 \cdot 3,14 = 37,68 \text{ (см)}$$

Так как колеса подсоединены к моторам не напрямую, а через одноступенчатую передачу, то, чтобы колеса проехали участок требуемой длины, моторы должны повернуться в $\frac{24}{8} = 3$ раза меньше, чем без этих шестерёнок.

Так как робот едет прямо, то углы, на которые повернутся каждый из моторов робота, будут равны:

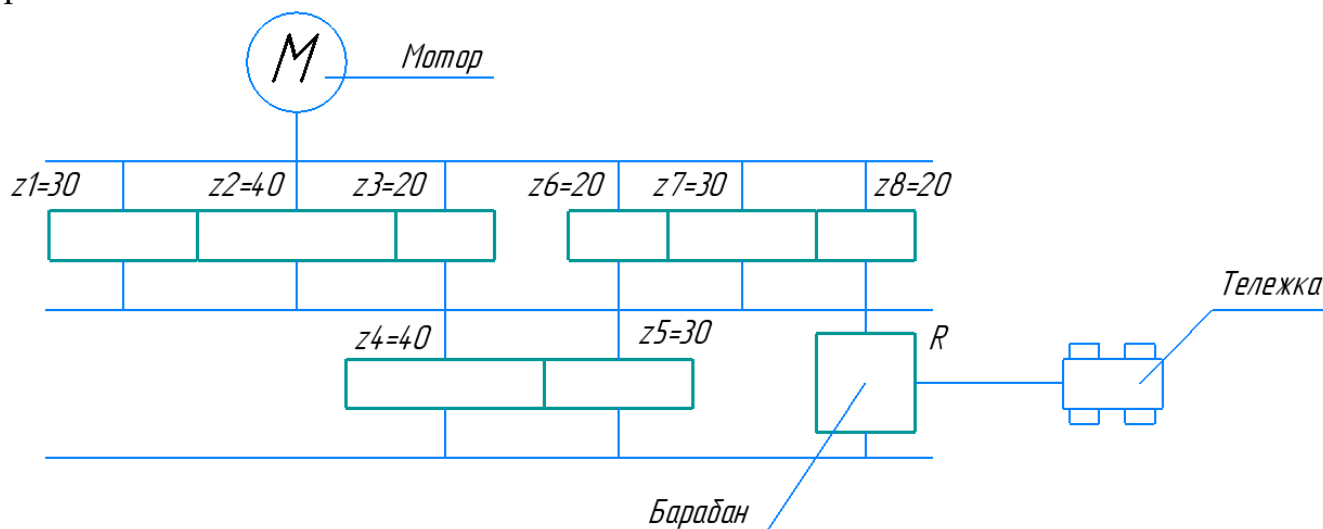
$$(420 : 37,68) \cdot 360^\circ : 3 = 1337,579 \dots \approx 1338^\circ$$

Ответ: ось мотора А должна повернуться на 1338° .

№ п/п	Критерии	Баллы
1	Верно определён угол поворота оси мотора А (1338°). Приведено верное решение	10
2	Решение содержит арифметические ошибки. Ход решения верный.	9
3	Дан верный ответ 1338° . Решение отсутствует	5
4		2
5	В остальных случаях	0

Задача №4. (10 баллов)

Для того, чтобы автоматизировать движение тележки, собрали следующее устройство (см. схему). Тележка имеет четыре колеса, радиус каждого из которых равен 4 см.



Схема

К тележке прикрепили длинную, тонкую, невесомую, нерастяжимую нить. Другой конец нити привязали к барабану, диаметр которого равен 12 см. Если барабан начнет равномерно вращаться, то нитка будет наматываться на барабан и тележка будет двигаться равномерно и прямолинейно.

Барабан через трехступенчатую зубчатую передачу присоединили к электрическому мотору. Количество зубьев каждой из шестерёнок, входящей в передачу и их взаимное расположение изображено на схеме.

Колёса тележки имеют плоскую боковую поверхность и покрашены в белый цвет. На переднем правом колесе тележки нарисовали яркую черную полосу, проходящую от центра колеса к его краю. На тележку поставили датчик цвета так, чтобы он мог считывать показания цвета с правого переднего колеса. В начальный момент времени колесо повернули так, что черная полоска находится прямо перед датчиком цвета.

После включения мотор работал 5 секунд, совершая по 6 оборотов в секунду. Определите, сколько раз датчик цвета зафиксировал черный цвет. При расчетах примите $\pi \approx 3,14$. Частота измерений датчика настроена так, что каждое появление черной полосы детектируются ровно 1 раз. Ответ дайте в виде натурального числа. Для получения более точного ответа, округление стоит производить только при получении финального результата.

Ответ: датчик зафиксировал чёрный цвет 120 раз.

Решение

Чтобы ответить на вопрос, поставленный в задаче, нам нужно определить, сколько оборотов сделает каждое из колёс тележки.

Для этого, надо разделить пройденный тележкой путь на длину окружности колеса.
Длина окружности колеса тележки:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 8\pi \text{ (см)}$$

Определим путь, пройденный тележкой. Он будет равен длине нити, которая наматывается на барабан.

Для этого, нужно определить, сколько оборотов сделал барабан и умножить число оборотов барабана на длину окружности барабана. Определим длину окружности барабана:

$$C_6 = \pi \cdot 12 = 12\pi \text{ (см)}$$

Определим число оборотов, которые сделает ось мотора:

$$5 \cdot 6 = 30 \text{ (об.)}$$

Определим число оборотов, которое сделает барабан:

$$30 \cdot \frac{40}{20} \cdot \frac{40}{30} \cdot \frac{20}{20} = 30 \cdot \frac{8}{3} = 10 \cdot 8 = 80 \text{ (об.)}$$

Определим длину нити, которую наматывает на себя барабан:

$$l = 12\pi \cdot 80 = 960\pi \text{ (см)}$$

Определим число оборотов, которое сделает каждое из колёс тележки:

$$N = \frac{l}{C} = \frac{960\pi}{8\pi} = 120 \text{ (об.)}$$

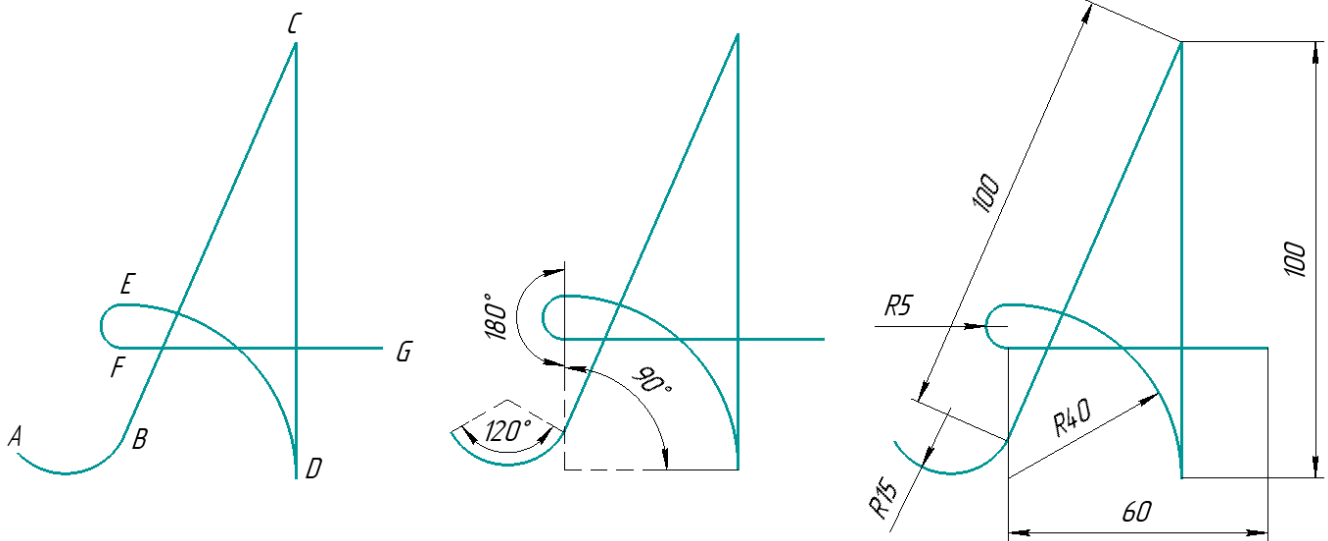
Так как число оборотов равно числу срабатываний датчика, то датчик цвета зафиксирует чёрный цвет 120 раз.

Ответ: датчик зафиксировал чёрный цвет 120 раз.

№ п/п	Критерии	Баллы
1	Дан верный ответ (120 раз). Приведено верное решение.	10
2	Решение содержит арифметические ошибки. Ход решения верный.	9
3		5
4	Дан верный ответ (120 раз). Решение отсутствует	2
5	В остальных случаях	0

Задача №5. (10 баллов)

Робот с помощью маркера, закреплённого по середине между колёс, наносит изображение буквы «А» (см. изображение).



Изображение

Кривая ABCDEFG составлена из дуг окружностей и отрезков. На изображении градусные меры дуг даны в градусах, линейные размеры даны в сантиметрах. Определите, чему равна длина кривой ABCDEFG. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 370 см.

Решение

Определим длину прямолинейных участков траектории:

$$100 + 100 + 60 = 260 \text{ (см)}$$

Определим длины дуг окружностей:

$$2 \cdot \pi \cdot 40 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} = 20\pi \text{ (см)}$$

$$2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} = 5\pi \text{ (см)}$$

$$2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 10\pi \text{ (см)}$$

Длина траектории равна:

$$260 + 20\pi + 5\pi + 10\pi = 260 + 35\pi \approx 260 + 35 \cdot 3,14 = 369,9 \approx 370 \text{ (см)}$$

Ответ: 370 см.

№ п/п	Критерии	Баллы
1	Дан верный ответ (370 см). Приведено верное решение	10
2	Задача верно решена в общем виде, но совершены вычислительные ошибки при подстановке. Приведено полное верное решение в общем виде. Вместо рекомендованного $\pi \approx 3,14$ использовано для вычислений другая точность.	9
Частичное решение		
3.1	Верно определена и посчитана сумма длин прямолинейных участков (260 см)	+2
3.2	Верно определено длина дуги в 90° ($20\pi \approx 62,8$ см)	+2
3.3	Верно определено длина дуги в 180° ($5\pi \approx 15,7$ см)	+2
3.4	Верно определено длина дуги в 120° ($10\pi \approx 31,4$ см)	+2
3.5	Верно определена и посчитана длина всей кривой (≈ 370 см)	+2
3.6	Представлен только правильный ответ без решения (≈ 370 см)	+2
4	В остальных случаях	0