

5-7 классы

Разминка

1. С какой целью на космических аппаратах размещают оптические телескопы для астрономических наблюдений?
 - А. Для наблюдения космических тел с меньшего расстояния, по сравнению с условиями наблюдения с поверхности Земли.
 - Б. Для обеспечения астрономических наблюдений в дневное время суток.
 - В. Для исключения засветки космических тел световым излучением, отражённым от поверхности Земли.
 - Г. Для исключения искажающего влияния земной атмосферы на излучение космических объектов.**
 - Д. Для исключения гравитационного воздействия на оптические элементы телескопов.
2. Первой революцией в астрономии называют изобретение и использование телескопа. Кто совершил эту революцию?
 - А. Исаак Ньютон.
 - Б. Михаил Васильевич Ломоносов.
 - В. Галилео Галилей.**
 - Г. Илон Маск.
 - Д. Иоганн Кеплер.
3. Какое из событий произошло позже других?
 - А. Изобретение радиотелескопов.
 - Б. Изобретение рентгеновских телескопов.
 - В. Астрономические наблюдения датского астронома Тихо Браге.
 - Г. Астрономические наблюдения среднеазиатского астронома Улугбека.
 - Д. Вывод приборов для наблюдения астрономических объектов за пределы атмосферы с помощью космических аппаратов.**
4. Астрономические наблюдения какого учёного позволили сделать вывод о существовании атмосферы у Венеры?
 - А. Исаака Ньютона.
 - Б. Михаила Васильевича Ломоносова.**
 - В. Галилео Галилея.
 - Г. Эдвина Хаббла.
 - Д. Джованни Кассини
5. Почему звёзды излучают свет?
 - А. За счет химических реакций окисления горючих веществ.
 - Б. За счет реакции деления ядер химических элементов.
 - В. За счет термоядерных реакций синтеза.**
 - Г. За счет гравитационной энергии.
 - Д. За счет энергии магнитного поля.
6. В рассказе Станислава Лема космонавт выбрасывает из ракеты гаечный ключ, после чего ключ начинает вращаться вокруг ракеты по эллиптической орбите. В романе Жюль Верна космонавт выбрасывает из ракеты тело умершей собаки, после чего тело летит за ракетой на постоянном расстоянии. Что будет происходить в реальности, если из космического аппарата с выключенными двигателями, находящегося вдали от небесных тел, космонавт кинет в космос небольшой предмет?
 - А. Предмет начнет вращаться вокруг аппарата по эллиптической или круговой орбите.
 - Б. Предмет неподвижно «зависнет» на некотором расстоянии от аппарата.

- В. Предмет начнет удаляться от аппарата по прямой с постоянной скоростью.**
Г. Предмет начнет удаляться от аппарата по гиперболе, увеличивая свою скорость.
Д. Предмет притянется к корпусу космического аппарата.
7. При анализе снимков Марса, сделанных в течение трех месяцев автоматическим телескопом, находящимся на орбите Земли, астроном обратил внимание на существенные изменения. На некоторых снимках хорошо видны детали поверхности планеты, а на других планета имеет почти однородный оранжевый цвет. В чем дело?
А. Телескоп неисправен.
Б. Расстояние до планеты увеличилось, и качество снимков упало.
В. Все дело в освещенности Марса Солнцем.
Г. Часть снимков была сделана, когда на Марсе произошли глобальные пылевые бури.
Д. На Марсе наступило лето, и прозрачность атмосферы уменьшилась.
8. Наблюдатель, находящийся в России, видит ночью в ясном небе комету – яркую точку (ядро кометы) и отходящий от нее хвост кометы. Как на небесном куполе может расположиться комета?
А. Как угодно.
Б. Ядро кометы обязательно ниже над горизонтом, чем хвост.
В. Как угодно, но только не в зените.
Г. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через зенит.
Д. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через Полярную звезду.
9. Наблюдатель, находящийся на Луне, видит в небе полное солнечное затмение. А что в этот момент увидят люди, находящиеся на Земле?
А. Все люди на Земле смогут наблюдать полное лунное затмение.
Б. Некоторые люди на Земле смогут наблюдать полное, а некоторые – частичное лунное затмение.
В. Некоторые люди на Земле смогут наблюдать полное лунное затмение, но частичного лунного затмения наблюдать на Земле при этом нельзя.
Г. Все люди на Земле будут наблюдать полное солнечное затмение.
Д. Некоторые люди на Земле смогут наблюдать полное, а некоторые – частичное солнечное затмение.
10. Назовите самую известную планету с двумя солнцами
А. Татуин.
Б. Альдераан.
В. Эндор.
Г. Корусант.
Д. Хот.

Критерии оценки (все тестовые вопросы): верный ответ = 4 балла, неверный ответ = 0 баллов.

Задача 1

Я спросил: «До Соловца километров десять?» –
«Да, – ответил горбоносый. – Или немножко больше.
Дорога, правда, неважная – для грузовиков».

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Автомобиль проехал из пункта A в пункт B со скоростью 30 км/ч. На обратном пути он часть маршрута от B до C проехал со скоростью 40 км/ч, а вторую часть пути, от C до A – со скоростью 80 км/ч. Оказалось, что на первую и на вторую часть маршрута он затратил одинаковое время. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$.

Решение. Пусть расстояние между A и B равно S , между B и C равно S_1 , а между C и A равно S_2 . Тогда время на путь от B до C равно $\frac{S_1}{40}$, а время на путь от C до A , по условию, такое же, т.е. $\frac{S_2}{80} = \frac{S_1}{40}$. Отсюда $S_2 = 2S_1 = \frac{2S}{3}$, $S_1 = \frac{S}{3}$. Тогда общее время на весь маршрут равно $\frac{S}{30} + \frac{S}{120} + \frac{2S}{240} = \frac{S}{20}$, а средняя скорость равна $2S : \frac{S}{20} = 40$ км/ч.

Ответ: 40 км/ч.

Задача 2

Г. Проницательный и Б. Питомник специализировались по науке.
Г. Проницательный был прославлен фразой: «Оорт первый взглянул на
звездное небо и заметил, что Галактика вращается».

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Укажите азимут нижней кульминации звезды со склонением $\delta = -60$ градусов для наблюдателя на широте Москвы (широта Москвы $\varphi = 56$ градусов северной широты).

Решение. Высота нижней кульминации (в градусах) находится по формуле $h = |\delta + \varphi| - 90$. Эта величина меньше нуля, т.е. нижняя кульминация не наблюдается (на самом деле, при таких данных не наблюдается и верхняя кульминация, т.е. звезда является невосходящей на широте Москвы). Поскольку $\delta + \varphi < 0$, то нижняя кульминация происходит к югу от надира, т.е. азимут южный.

Ответ: строго на юг.

Задача 3

Конечно, творить дублей умеют не все. Я, например, еще не умел.
То, что у меня пока получалось, ничего не умело – даже ходить.
Настоящие мастера могут создавать очень сложных,
многопрограммных, самообучающихся дублей.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Саша Привалов научился создавать дублей, но каждый из них был способен лишь создавать своего дубля, который, в свою очередь, может создавать своего дубля, и так далее. В 12 часов, ноль минут и ноль секунд Саша создал трех первых дублей. В 12 часов 05 минут и ноль секунд каждый из них создал следующего дубля. Затем раз в 5 минут каждый из дублей создает по одному новому. Осознав проблему, Саша в 12 часов 30 минут и 30 секунд начинает аннигилировать дублей. В 12 часов 30 минут 30 секунд он удаляет 100 дублей и затем продолжает удалять по 100 дублей ровно через каждые 6 минут, пока не уничтожит их всех.

Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая определяет число дублей в данную минуту (сам Саша дублем не считается).

Программа должна ввести с клавиатуры число от 1 до 59 и вывести одно число – количество дублей на момент «введенная минута, 15 секунд».

Примеры:

Ввод: 1

Вывод: 3

Ввод: 40

Вывод 168

Задача 4

Я отпустил всех дублей, проверил все программы и занялся гнусной задачей, которая уже давно висела на мне.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Найдите десять натуральных чисел (все числа различны) таких, что их наибольший общий делитель меньше их суммы в 60 раз.

Решение: Достаточно взять одно из чисел равным 1, тогда НОД=1. Теперь остается подобрать числа так, чтобы сумма равнялась 60. Например: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15.

Ответ: например, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15.

Задача 5

В комнату вдавалась большая русская печь, сияющая свежей побелкой, а напротив в углу висело большое мутное зеркало в облезлой раме.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Комната с зеркальными стенами, полом и потолком имеет форму куба. Луч, выпущенный из центра комнаты, вернулся в исходную точку после нескольких отражений от граней куба (предполагаем, что луч не проходил через ребра и вершины куба). Сколько отражений могло быть на пути луча?

Решение. Вместо того, чтобы отражать луч, отразим саму комнату, заполнив кубами все пространство. Теперь условие о возврате луча в центр куба равносильно условию попадания луча в центр одной из отраженных комнат. Занумеруем все кубы тройками целых чисел – координатами центров (считаем, что исходная комната находится в начале координат, а длину куба принимаем за единицу). Тогда число отражений есть число стенок, через которые проходит отрезок с началом в исходной комнате и концом в некоторой отраженной комнате. Отрезок с концом в точке $(1,0,0)$ проходит через одну стенку (получили пример одного отражения). Отрезок с концом в точке $(1,1,0)$ запрещен (он проходит через ребро комнаты), а отрезки с концами в $(1, n, 0)$ при $n \geq 2$ разрешены. Легко видеть, что они пересекают ровно $n + 1$ стенку, т.е. любое число отражений, начиная с 3, возможно. Два отражения возможны только в случае, если ровно две координаты конца отрезка равны по модулю 1, а третья равна 0, но все такие лучи проходят через ребра комнаты.

Ответ: Любое число, кроме 2.

Задача 6

Кот снова вздохнул, повернул обратно к дубу и запел:
«Кря-кря, мои деточки! Кря-кря, голубяточки!
Я... мнэ-э... я слезой вас отпаивала... вернее – выпаивала...»
Он в третий раз вздохнул и некоторое время шел молча.
Поравнявшись с дубом, он вдруг немзыкально заорал: «Сладок кус не доедала!..»

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Когда кот идет вокруг дуба против часовой стрелки, он рассказывает сказку. При этом во время рассказа одной целой сказки он всегда делает два с половиной оборота. При движении по часовой стрелке кот поет песню, причем за одну песню проходит оборот с четвертью. Известно, что в результате кот сдвинулся из начальной точки на четверть оборота против часовой стрелки. Какое минимальное число сказок и песен (в сумме) могу рассказать/спеть кот?

Решение. Видим, что сказка плюс песня смещают кота как раз на четверть оборота против часовой стрелки. Меньшим числом сказок/песен, очевидно, обойтись нельзя.

Ответ: две.

Критерии оценки (все задачи):

верный ответ и решение = 10 баллов,

частично верное решение = 5 баллов,

неверный ответ и решение = 0 баллов.

8-9 классы

Разминка

1. С какой целью на космических аппаратах размещают оптические телескопы для астрономических наблюдений?
 - А. Для наблюдения космических тел с меньшего расстояния, по сравнению с условиями наблюдения с поверхности Земли.
 - Б. Для обеспечения астрономических наблюдений в дневное время суток.
 - В. Для исключения засветки космических тел световым излучением, отражённым от поверхности Земли.
 - Г. Для исключения искажающего влияния земной атмосферы на излучение космических объектов.**
 - Д. Для исключения гравитационного воздействия на оптические элементы телескопов.
2. Какое событие произошло позже других?
 - А. Изобретение радиотелескопов.
 - Б. Изобретение рентгеновских телескопов.
 - В. Астрономические наблюдения датского астронома Тихо Браге.
 - Г. Астрономические наблюдения среднеазиатского астронома Улугбека.
 - Д. Вывод приборов для наблюдения астрономических объектов за пределы атмосферы с помощью космических аппаратов.**
3. Астрономические наблюдения какого учёного позволили сделать вывод о существовании атмосферы у Венеры?
 - А. Исаака Ньютона.
 - Б. Михаила Васильевича Ломоносова.**
 - В. Галилео Галилея.
 - Г. Эдвина Хаббла.
 - Д. Джованни Кассини.
4. Почему звёзды излучают свет?
 - А. За счет химических реакций окисления горючих веществ.
 - Б. За счет реакции деления ядер химических элементов.
 - В. За счет термоядерных реакций синтеза.**
 - Г. За счет гравитационной энергии.
 - Д. За счет энергии магнитного поля.
5. В рассказе Станислава Лема космонавт выбрасывает из ракеты гаечный ключ, после чего ключ начинает вращаться вокруг ракеты по эллиптической орбите. В романе Жюль Верна космонавт выбрасывает из ракеты тело умершей собаки, после чего тело летит за ракетой на постоянном расстоянии. Что будет происходить в реальности, если из космического аппарата с выключенными двигателями, находящегося вдали от небесных тел, космонавт кинет в космос небольшой предмет?
 - А. Предмет начнет вращаться вокруг аппарата по эллиптической или круговой орбите.
 - Б. Предмет неподвижно «зависнет» на некотором расстоянии от аппарата.
 - В. Предмет начнет удаляться от аппарата по прямой с постоянной скоростью.**
 - Г. Предмет начнет удаляться от аппарата по гиперболе, увеличивая свою скорость.
 - Д. Предмет притянется к корпусу космического аппарата.
6. При анализе снимков Марса, сделанных в течение трех месяцев автоматическим телескопом, находящимся на орбите Земли, астроном обратил внимание на существенные изменения. На

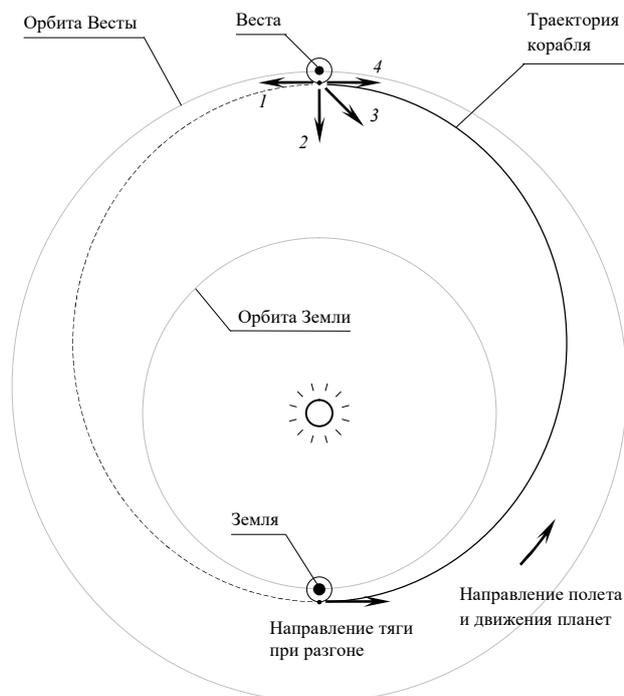
некоторых снимках хорошо видны детали поверхности планеты, а на других планета имеет почти однородный оранжевый цвет. В чем дело?

- А. Телескоп неисправен.
- Б. Расстояние до планеты увеличилось, и качество снимков упало.
- В. Все дело в освещенности Марса Солнцем.
- Г. **Часть снимков была сделана, когда на Марсе произошли глобальные пылевые бури.**
- Д. На Марсе наступило лето, и прозрачность атмосферы уменьшилась.

7. Наблюдатель, находящийся в России, видит ночью в ясном небе комету – яркую точку (ядро кометы) и отходящий от нее хвост кометы. Как на небесном куполе может располагаться комета?

- А. Как угодно.
- Б. **Ядро кометы обязательно ниже над горизонтом, чем хвост.**
- В. Как угодно, но только не в зените.
- Г. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через зенит.
- Д. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через Полярную звезду.

8. На околоземной орбите пилот Пиркс дождался нужного момента и включил ракетные двигатели, направив тягу по вектору скорости (рис. 1). За несколько минут корабль разогнался с первой космической скорости до второй, а затем еще немного, и Пиркс выключил двигатели – теперь корабль летел по вытянутой орбите вокруг Солнца. В апогелии он приблизится к неизведанному астероиду, и Пиркс опять включит двигатели – чтобы затормозить и стать спутником астероида. Осталось выяснить: куда направить реактивную тягу при подлете к астероиду? Варианты показаны на рисунке стрелками с номерами.



- А. **Вариант 1**
- Б. Вариант 2
- В. Вариант 3
- Г. Вариант 4
- Д. Не надо включать двигатель – корабль сам притянется к Весте.

9. Назовите самую известную планету с двумя солнцами

- А. **Татуин.**
- Б. Альдераан.
- В. Эндор.
- Г. Корусант.
- Д. Хот.

10. Путешественник находится в точке А где-то в России. Направление на точку В (она достаточно далеко от А, но тоже находится в России) – в точности на юго-запад. Путешественник отправляется в путь, держа компас перед глазами. Какой азимут ему следует выдерживать на компасе, чтобы путь оказался самым коротким (считаем, что путешественник обладает идеальным компасом, который в любой точке земной поверхности абсолютно точно указывает все азимуты)?

А. Надо все время идти на юго-запад

Б. Первую часть пути надо слегка отклоняться от юго-западного азимута к западу, а вторую часть пути – к югу.

В. Первую часть пути надо слегка отклоняться от юго-западного азимута к югу, а вторую часть пути – к западу.

Г. Первую половину пути надо двигаться строго на юг, а вторую половину пути на запад.

Д. Первую половину пути надо двигаться строго на запад, а вторую половину пути на юг.

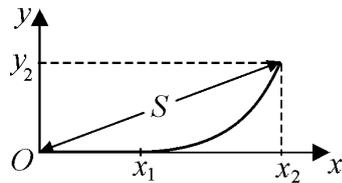
Критерии оценки (все тестовые вопросы): верный ответ = 2 балла, неверный ответ = 0 баллов.

Задача 1

Земля поплыла и зашевелилась. Взвилась огромная снежная туча.
Рев все усиливался, и, когда я с трудом, цепляясь за гусеницы грузовика,
поднялся на ноги, я увидел, как жутко, гигантской чашей в мертвом свете луны ползет,
заворачиваясь вовнутрь, край горизонта,

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

На частицу массой $m = 1$ кг, которая первоначально покоилась, в момент времени $t = 0$ начинает действовать постоянная по величине сила $F = 1$ Н. До момента времени $t_1 = 5$ сила сохраняет постоянное направление, а в момент t_1 происходит поворот вектора силы на 90° , после чего направление силы не меняется. На какое расстояние S удалится частица от своего начального положения к моменту времени $t_2 = 2t_1$, если на нее не действуют никакие другие силы?



Решение. Выберем систему координат, изображенную на рисунке, где ось OX совпадает с первоначальным направлением силы, а ось OY – с повернутым. За время t_1 тело сместится от начала координат вдоль оси OX на величину $x_1 = \frac{F}{m} \cdot \frac{t_1^2}{2}$ и приобретет вдоль этой оси

скорость $v_1 = \frac{F}{m} t_1$. К моменту времени $t_2 = 2t_1$ перемещение тела вдоль оси OX составит

$$x_2 = x_1 + v_1(t_2 - t_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{m} t_1^2, \quad \text{а по оси } OY \quad y_2 = \frac{F}{m} \cdot \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} = \frac{F}{m} \cdot \frac{t_1^2}{2}.$$

Учитывая, что $S = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$, получаем, что $S = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2$.

Ответ: $S = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2 \approx 39,5$ м.

Задача 2

На скатерти виднелись неотмытые пятна. На ней много и вкусно ели.
Ели омаров и мозги с горошком. Ели маленькие бифштексы с соусом пикан.
Большие и средние бифштексы тоже ели...
Старуха ... вдруг вошла ко мне в комнату.
Она поставила тарелку прямо передо мной и сладко пробасила:
– Откушай-ко, батюшка, Александр Иванович. Откушай, чем бог послал, со мной переслал...
Это была картошка с топленым маслом.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Число картофелин a_1, a_2, \dots в тарелке меняется каждую минуту: Саша ест, а старуха подкладывает. Вначале $a_1 = a$, где $a = \dots$. Затем, при $n \geq 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + b$, где $b = \dots$. Найдите $[a_{100}]$. Здесь квадратные скобки обозначают целую часть числа, то есть наибольшее целое число, не превосходящее данного: например, $[2.5] = 2$.

Параметр a выбирается от 10 до 20 с шагом 1; параметр b выбирается от 1 до 4 с шагом 1.

Решение. Заметим, что $a_1 = a, a_2 = \frac{a}{2} + b, a_3 = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + b, a_4 = \frac{a}{8} + \frac{b}{4} + \frac{b}{2} + b$, и так далее. То есть, для больших номеров первое слагаемое ничтожно мало (равно $\frac{a}{2^{100}}$), а далее идет сумма

геометрической прогрессии с первым членом b и знаменателем $1/2$. С точностью до 2^{-100} эта сумма равна сумме бесконечной прогрессии, т.е. равна $2b$. Каждый раз при переходе от a_{n-1} к a_n мы прибавляем $\frac{b}{2^{n-2}}$ и вычитаем $\frac{a}{2^{n-1}}$. Величина $2b - a$ во всех вариантах отрицательна, то есть последовательность убывает. Значит, целая часть будет равна $2b$.

Ответ: $2b$.

Задача 3

Зеркало раздвоилось, и в нем появилось мое отражение
– заспанная, встревоженная физиономия.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Известно, что функция f определена на всей числовой оси, а ее график симметричен относительно начала координат и относительно прямой $x = a$.

Найдите $f(17a + 1)$, если $f(a + 1) = b$, где $a =$, $b =$.

Параметр a выбирается от -12 до -2 с шагом 1 ; параметр b выбирается от 5 до 15 с шагом 1 .

Решение. $f(-a - 1) = -f(a + 1) = -b$, $f(3a + 1) = f(-a - 1) = -b$, $f(-3a - 1) = -f(3a + 1) = b$, $f(5a + 1) = f(-3a - 1) = b$, $f(-5a - 1) = -f(5a + 1) = -b$. Продолжая такой процесс, получим, что $f(7a + 1) = -b$, $f(9a + 1) = b$, $f(11a + 1) = -b$, ..., $f(17a + 1) = b$.

Ответ: b .

Задача 4

- Эксперимент, согласно просьбе Амвросия Амбрузовича,
будет произведен сегодня в десять ноль-ноль.

Ввиду того, что эксперимент будет сопровождаться значительными разрушениями,
которые едва не повлекут за собой человеческие жертвы,
местом эксперимента назначаю дальний сектор полигона
в пятнадцати километрах от городской черты.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Полигон решили сделать в форме равнобедренного треугольника ABC с основанием AC .
Найдите наибольшее значение, которое может принимать площадь треугольника, если
 $AB = a$.

Параметр a выбирается от 4 до 10 с шагом 1 .

Решение. $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} a^2 \sin B$. Это выражение максимально, если синус равен 1 .

Ответ: $\frac{1}{2} a^2$.

Задача 5

Институт не зависел от городских источников энергии.
Вместо этого, после уточнения принципа детерминизма,
решено было использовать хорошо известное Колесо Фортуны
как источник даровой механической энергии.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Система из двух шаров массами $m_1 = 0,6$ кг и $m_2 = 0,3$ кг, соединенных невесомой спицей длиной $l = 0,5$ м, вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной спице, с угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с. Найти энергию системы E . Размерами шаров по сравнению с длиной спицы пренебречь.

Решение. Поскольку центр тяжести системы неподвижен, потенциальная энергия системы не изменяется, и ее можно принять равной нулю. Кинетическая энергия шаров рассчитывается

по формуле $E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$, где $v_1 = \omega l_1$ и $v_2 = \omega l_2$ – линейные скорости шаров, l_1 и l_2 – расстояния от каждого из шаров до центра тяжести системы. Из определения центра тяжести

следует, что $m_1 l_1 = m_2 l_2$, а по условию $l_1 + l_2 = l$. Отсюда находим $l_1 = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}$, $l_2 = \frac{m_1 l}{m_1 + m_2}$.

Объединяя записанные выражения, получаем, что $E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \omega^2 l^2$.

Ответ: $E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \omega^2 l^2 = 0,1$

Задача 6

– А ну-ка, займись, – сказал он. – Дано: запах селедочного рассола, интенсивность шестнадцать микропорков, кубатура... – Он оглядел комнату.
– Ну, сам сообразишь, год на переломе, Сатурн в созвездии Весов...

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Во сколько раз видимый угловой размер Юпитера с поверхности его спутника Европы больше видимого размера Земли с поверхности Луны?

Решение. Видимый размер равен $2 \arctg \frac{R}{d}$, где R - радиус объекта, а d - расстояние до него.

Для Юпитера получаем $2 \arctg \frac{70000}{671000} \approx 0,2$. Для Земли $2 \arctg \frac{6400}{380000} \approx 0,03$.

Ответ: В 6-7 раз. Точный ответ: в 6,17 раза.

Задача 7

Федор же Симеонович Киврин забавлялся с машиной, как ребенок с игрушкой. Он мог часами играть с ней в чет-нечет, обучил ее японским шахматам, а чтобы было интереснее, вселил в машину чью-то бессмертную душу – впрочем, довольно жизнерадостную и работающую.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Профессор собирается совершить открытие в области теории простых четных чисел. Для этого ему необходимо написать программу, которая получает на вход два натуральных числа и выводит их наибольший общий четный делитель (или 0 в случае, если таковой отсутствует). Помогите профессору, написав программу на вашем любимом языке программирования

Примеры

Входные данные

12 28

Задача 8

Однако завтра с самого утра мне пришлось заняться своими прямыми обязанностями. «Алдан» был починен и готов к бою, и, когда я пришел после завтрака в электронный зал, у дверей уже собралась небольшая очередь дублей с листками предлагаемых задач.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Заданы целые числа $A, B, A < B$ и натуральное число N . Напишите программу на вашем любимом языке программирования, вводящую с клавиатуры числа A, B, N и выводящую все числа в диапазоне от A до B , кратные N . Решите эту задачу, не используя условных операторов в вашей программе.

Пример

Входные данные:

3 14 5

Выходные данные:

5 10

Критерии оценки (все задачи):

верный ответ и решение = 10 баллов,

частично верное решение = 5 баллов,

неверный ответ и решение = 0 баллов.

10-11 классы

Разминка

1. С какой целью на космических аппаратах размещают оптические телескопы для астрономических наблюдений?
 - А. Для наблюдения космических тел с меньшего расстояния, по сравнению с условиями наблюдения с поверхности Земли.
 - Б. Для обеспечения астрономических наблюдений в дневное время суток.
 - В. Для исключения засветки космических тел световым излучением, отражённым от поверхности Земли.
 - Г. Для исключения искажающего влияния земной атмосферы на излучение космических объектов.**
 - Д. Для исключения гравитационного воздействия на оптические элементы телескопов.
2. Какое событие произошло позже других?
 - А. Изобретение радиотелескопов.
 - Б. Изобретение рентгеновских телескопов.
 - В. Астрономические наблюдения датского астронома Тихо Браге.
 - Г. Астрономические наблюдения среднеазиатского астронома Улугбека.
 - Д. Вывод приборов для наблюдения астрономических объектов за пределы атмосферы с помощью космических аппаратов.**
3. Что называется гиперболическим избытком скорости?
 - А. Величина $v_1(e - 1)$, где v_1 - первая космическая скорость, а e - эксцентриситет орбиты.
 - Б. Величина $v_{max} - v_0$, где v_{max} - скорость аппарата в момент наибольшего сближения с планетой, а v_0 - круговая скорость на этой же высоте.
 - В. Предел, к которому стремится величина скорости космического аппарата при пассивном удалении от планеты.**
 - Г. Запас топлива (и, соответственно, скорости) ракеты-носителя, который надо предусмотреть, чтобы обеспечить подъем за пределы атмосферы.
 - Д. Превышение космическим аппаратом максимально допустимой скорости более чем в два раза.
4. Какие точки либрации в системе Солнце – Земля являются устойчивыми?
 - А. Те и только те, которые не находятся на отрезке, соединяющем Солнце и Землю.
 - Б. До сих пор ни одной устойчивой точки либрации не найдено, но и их отсутствие не доказано.
 - В. Те и только те, которые находятся на прямой, проходящей через Солнце и Землю.
 - Г. Те и только те, которые не находятся на прямой, проходящей через Солнце и Землю.**
 - Д. Те и только те, которые находятся на отрезке, соединяющем Солнце и Землю.
5. В рассказе Станислава Лема космонавт выбрасывает из ракеты гаечный ключ, после чего ключ начинает вращаться вокруг ракеты по эллиптической орбите. В романе Жюль Верна космонавт выбрасывает из ракеты тело умершей собаки, после чего тело летит за ракетой на постоянном расстоянии. Что будет происходить в реальности, если из космического аппарата с выключенными двигателями, находящегося вдали от небесных тел, космонавт кинет в космос небольшой предмет?
 - А. Предмет начнет вращаться вокруг аппарата по эллиптической или круговой орбите.
 - Б. Предмет неподвижно «зависнет» на некотором расстоянии от аппарата.

В. Предмет начнет удаляться от аппарата по прямой с постоянной скоростью.

Г. Предмет начнет удаляться от аппарата по гиперболе, увеличивая свою скорость.

Д. Предмет притянется к корпусу космического аппарата.

6. При анализе снимков Марса, сделанных в течение трех месяцев автоматическим телескопом, находящимся на орбите Земли, астроном обратил внимание на существенные изменения. На некоторых снимках хорошо видны детали поверхности планеты, а на других планета имеет почти однородный оранжевый цвет. В чем дело?

А. Телескоп неисправен.

Б. Расстояние до планеты увеличилось, и качество снимков упало.

В. Все дело в освещенности Марса Солнцем.

Г. Часть снимков была сделана, когда на Марсе произошли глобальные пылевые бури.

Д. На Марсе наступило лето, и прозрачность атмосферы уменьшилась.

7. Наблюдатель, находящийся в России, видит ночью в ясном небе комету – яркую точку (ядро кометы) и отходящий от нее хвост кометы. Как на небесном куполе может располагаться комета?

А. Как угодно

Б. Ядро кометы обязательно ниже над горизонтом, чем хвост.

В. Как угодно, но только не в зените

Г. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через зенит.

Д. Если продлить прямую линию, проходящую через ядро и хвост кометы, то она обязательно пройдет через Полярную звезду.

8. На околоземной орбите пилот Пиркс дождался нужного момента и включил ракетные двигатели, направив тягу по вектору скорости (рис. 1). За несколько минут корабль разогнался с первой космической скорости до второй, а затем еще немного, и Пиркс выключил двигатели – теперь корабль летел по вытянутой орбите вокруг Солнца. В апогеии он приблизится к неизведанному астероиду, и Пиркс опять включит двигатели – чтобы затормозить и стать спутником астероида. Осталось выяснить: куда направить реактивную тягу при подлете к астероиду? Варианты показаны на рисунке стрелками с номерами.

А. Вариант 1

Б. Вариант 2

В. Вариант 3

Г. Вариант 4

Д. Не надо включать двигатель – корабль сам притянется к Весте.

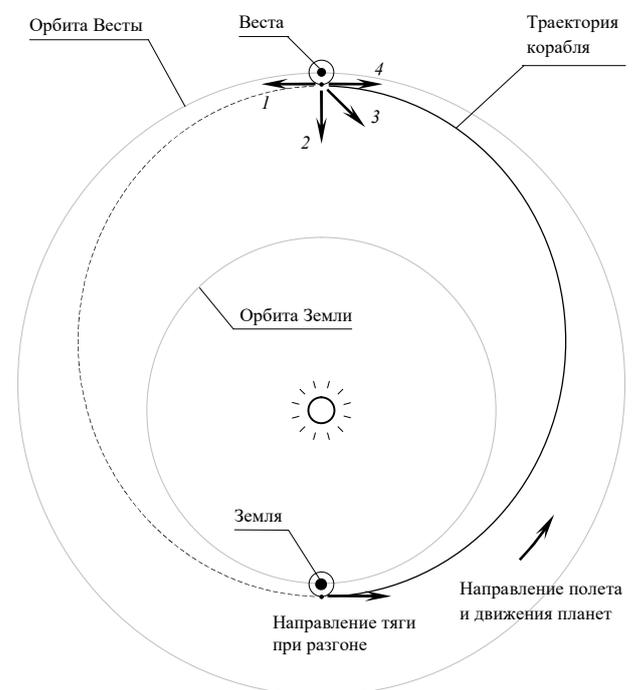
9. Назовите самую известную планету с двумя солнцами

А. Татуин.

Б. Альдераан.

В. Эндор.

Г. Корусант.



Д. Хот.

10. Путешественник находится в точке А где-то в России. Направление на точку В (она находится достаточно далеко от точки А и тоже где-то в России) – в точности на юго-запад. Путешественник отправляется в путь, держа компас перед глазами. Какой азимут ему следует выдерживать на компасе, чтобы идти кратчайшим путем?

А. Надо все время идти на юго-запад

Б. Первую часть пути надо слегка отклоняться от юго-западного азимута к западу, а вторую часть пути – к югу.

В. Первую часть пути надо слегка отклоняться от юго-западного азимута к югу, а вторую часть пути – к западу.

Г. Первую половину пути надо двигаться строго на юг, а вторую половину пути на запад.

Д. Первую половину пути надо двигаться строго на запад, а вторую половину пути на юг.

Критерии оценки (все тестовые вопросы): верный ответ = 2 балла, неверный ответ = 0 баллов.

Задача 1

В центре города оказалась обширная площадь, окруженная двух- и трехэтажными зданиями. Площадь была асфальтирована, посередине зеленел садик.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Площадь квадратной формы решили замостить одинаковыми квадратными плитами. При перевозке 7 плит оказались разрушенными и в результате замостили прямоугольную площадку, в длину которой уложили на 9 плит больше, чем в ширину. Какое число плит было заказано?

Решение. Обозначим x исходную сторону квадрата (в плитах), а через y - получившуюся ширину прямоугольника. Тогда надо решить в целых числах уравнение $x^2 = y(y + 9) + 7$. Домножим его на четыре и выделим квадрат в правой части $4x^2 = (2y + 9)^2 - 53$. Отсюда $(2y + 9 - 2x)(2y + 9 + 2x) = 53$, а поскольку 53 простое число, то первая скобка равна 1, а вторая 53. Складывая два уравнения получим $4y + 18 = 54$, то есть $y = 9$. Значит, было заказано $9 \cdot 18 + 7 = 169$ плит.

Ответ: 169.

Задача 2

- Эксперимент, согласно просьбе Амвросия Амбруазовича, будет произведен сегодня в десять ноль-ноль. Ввиду того, что эксперимент будет сопровождаться значительными разрушениями, которые едва не повлекут за собой человеческие жертвы, местом эксперимента назначаю дальний сектор полигона в пятнадцати километрах от городской черты.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Площадку полигона решили сделать в виде выпуклого четырехугольника. К каждой стороне четырехугольника примыкает квадратная вспомогательная площадка (сторона квадрата равна стороне четырехугольника). Общая площадь полигона и четырех вспомогательных площадок оказалась равна 25. Какую максимальную площадь может иметь центральный четырехугольник?

Решение. Обозначим длины сторон центрального четырехугольника a, b, c, d . Тогда площадь его равна $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha + \frac{1}{2}cd \sin \beta$, а значит, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \frac{1}{2}ab \sin \alpha + \frac{1}{2}cd \sin \beta = 25$. Заметим, что

$$\frac{1}{2}ab \sin \alpha + \frac{1}{2}cd \sin \beta \leq \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cd \leq \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$$

Подставляя это неравенство в наше уравнение, получаем

$$25 \leq \frac{5}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 20 \Rightarrow S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha + \frac{1}{2}cd \sin \beta \leq 5.$$

С другой стороны, если взять центральный четырехугольник квадратом со стороной $\sqrt{5}$, то его площадь равна 5, а площадь всего полигона 25.

Ответ: 5.

Задача 3

Я пошел вдоль стены. Я ничему не удивлялся. Мне было просто очень интересно.
«Вода живая. Эффективность 52%. Допустимый осадок 0,3»

(старинная прямоугольная бутылка с водой, пробка залита цветным воском).
«Схема промышленного добывания живой воды». «Макет живоводоперегонного куба».

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Живоводоперегонный куб сложен из 2022^3 одинаковых кубиков (кубики расположены стандартным образом, т.е. каждое ребро большого куба разделено на 2022 равные части). Некоторые из маленьких кубиков стеклянные, а все остальные сделаны из железа. При каком наименьшем числе железных кубиков существует подобная конструкция без единого стеклянного ряда (то есть ряда из 2022 стеклянных кубиков, проходящего насквозь большого куба вдоль одного из трех измерений)?

Решение. Разделим куб (мысленно) на 2022^2 вертикальных рядов. Они не пересекаются и каждый нам надо «перекрыть» железным кубиком, то есть число железных кубиков не меньше, чем 2022^2 . Покажем, что этим количеством можно обойтись. Разделим куб (мысленно) на 2022 квадрата, расположенных горизонтально. В каждом квадрате есть 2022 строки и 2022 столбца, которые нам надо «перекрыть». Это можно сделать, например, если расположить по диагонали квадрата 2022 железных кубика. Поступим так с первым (например, верхним) квадратом. Второй сверху квадрат обработаем так: расположим 2021 кубик на диагонали над главной диагональю (то есть, на местах $(1,2), (2,3), \dots, (n-1, n)$), а в последней строке поместим железный кубик на первое место. Третий квадрат сверху обработаем аналогично – еще раз сдвинем диагональ (то есть, расположим железные кубики на местах $(1,3), (2,4), (3,5), \dots, (n-2, n)$), а оставшиеся два кубика поместим на места $(n-1, 1)$ и $(n, 2)$. Продолжим этот процесс. Последний нижний квадрат будет заполнен железными кубиками так: диагональ $(2,1), (3,2), (4,3), \dots, (n, n-1)$ и один кубик на месте $(1, n)$. В результате, в каждом квадрате перекрыт каждый столбик и каждая строчка. Кроме того, для каждой пары (i, j) найдется квадрат, в котором на этом месте стоит железный кубик. Это означает, что мы перекрыли все вертикальные ряды, то есть выполнили условие задачи, используя 2022^2 железных кубиков.

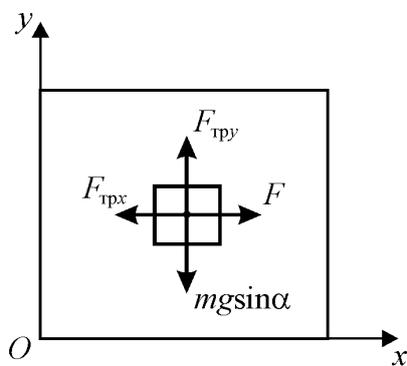
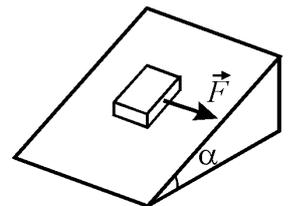
Ответ: 2022^2 .

Задача 4

Изба заколебалась, как лодка на волнах. Двор за окном сдвинулся в сторону, а из-под окна вылезла и вонзилась когтями в землю исполинская куриная нога, провела в траве глубокие борозды и снова скрылась. Пол круто накренился, я почувствовал, что падаю, схватился руками за что-то мягкое, стукнулся боком и головой и свалился с дивана.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Тело массой $m = 1$ кг покоится на шероховатой поверхности, составляющей с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$. С какой минимальной силой F_{min} , направленной горизонтально вдоль линии пересечения плоскостей, нужно подействовать на тело, чтобы стронуть



его с места? Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,7$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение. Пусть сила \vec{F} , приложенная к телу, недостаточна, чтобы сдвинуть его с места. В плоскости, на которой покоится тело, на него действуют силы, изображенные на рисунке, где

через $F_{\text{тр}x}$ и $F_{\text{тр}y}$ обозначены проекции силы трения покоя на оси OX и OY, соответственно. Из условий равновесия тела находим, что $F_{\text{тр}x} = F$, $F_{\text{тр}y} = mg \sin \alpha$. Согласно закону сухого трения, модуль силы трения покоя $F_{\text{тр}} = \sqrt{F_{\text{тр}x}^2 + F_{\text{тр}y}^2} \leq \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Отсюда находим, что $F_{\text{min}} = mg \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

Ответ: $F_{\text{min}} = mg \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \approx 3,4 \text{ Н}$.

Задача 5

Сначала Роман ни с того ни с сего заявил, что теперь он знает тайну Тунгусского метеорита. Он пожелал сообщить ее нам немедленно, и мы с радостью согласились, как ни парадоксально это звучит.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Противометеоритная ракета вылетела с поверхности земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 100 \text{ м/с}$. Промахнувшись мимо метеорита, ракета в верхней точке траектории взорвалась, в результате чего образовались два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии l друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве, $E = 1800 \text{ Дж}$, а масса ракеты $m = 10 \text{ кг}$ (в полете масса не меняется)? Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение. Перейдем в систему отсчета, равномерно движущуюся со скоростью, которую имела ракета непосредственно перед разрывом. В этой системе суммарный импульс осколков равен нулю, поэтому их скорости после разрыва противоположны по направлению и, в силу равенства их масс, равны по величине. В результате взрыва осколки приобретают кинетическую энергию E , которая поровну делится между ними. Обозначив через v модуль скорости каждого из осколков, имеем: $E = \frac{m}{2} \cdot \frac{v^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$. Время

падения осколков: $t_0 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. За это время каждый из осколков смещается по горизонтали

на расстояние vt_0 . Расстояние между точками падения равно $l = 2vt_0$. Объединяя

записанные выражения, получаем ответ: $l = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} \approx 190 \text{ м}$. Ответ не зависит от

выбора системы отсчета, поскольку расстояние между двумя точками во всех системах отсчета одинаково.

Ответ: 190 м.

Задача 6

Увечный астролетчик стал в позу и разразился речью, в которой призывал все человечество поголовно лететь на планету Хош-ни-Хош системы звезды Эозеллы в Малом Магеллановом Облаке освобождать братьев по разуму, стенающих (он так и сказал: стенающих) под властью свирепого кибернетического диктатора.

В затменной двойной системе, состоящей из двух звезд с массами 0.3 и 0.2 массы Солнца, есть экзопланета с массой 10 масс Юпитера, обращающаяся вокруг центральной двойной с периодом 100 суток. Орбита планеты лежит практически в плоскости луча зрения и не проецируется ни на каком участке на диск хотя бы одной из компонент центральной двойной. Можно ли узнать о наличии этой планеты при помощи фотометрических наблюдений (оцените количественно)?

Решение. Используем третий закон Кеплера, который можно записать в форме

$$P_{orb} = 0,08 \frac{a^{3/2}}{M^{1/2}}$$

где P_{orb} - орбитальный период в сутках, a - большая полуось системы в радиусах Солнца, M - суммарная масса системы в массах Солнца. Получаем, что большая полуось системы <двойная звезда + планета> (центр масс двойной и планета обращаются вокруг центра масс тройной) составляет $\approx 92.7R_{\odot}$. Отношение масс центральной двойной и планеты составляет 50, это значит, что большая полуось центра масс двойной системы a_1 вокруг центра масс тройной составляет 1/51 от значения a , то есть, $a_1 \approx 1,8R_{\odot}$. Если рассмотреть случай, когда происходит видимое земному наблюдателю затмение, то обе звезды находятся на одном и том же луче зрения (возможен небольшой наклон орбиты, так как по условию транзитов планеты по дискам звезд с Земли не видно). Максимально возможная разница в расстоянии до системы, следовательно, составляет $2a_1$ (максимальная величина, на которую смещает третье тело центральную двойную). Это выражается в том, что затмения системы для наблюдателя наступят либо раньше, либо позже, чем если бы третьего тела не было (то есть, в системе есть световое уравнение), полная амплитуда задержки составит время, необходимое для того, чтобы свет преодолел $2a_1 \approx 3,6R_{\odot}$.

Ответ: можно узнать по наличию вариации орбитального периода с периодом обращения третьего тела (планеты) с полной амплитудой около 8,5 секунд.

Задача 7

– У нас будет сегодня заголовок или нет?

– Будет. Я уже букву «К» нарисовал.

– Какую «К»? При чем здесь «К»?

– А что, не надо было?

– Я сейчас умру. Газета называется «За передовую магию».

Покажи мне там хоть одну букву «К»!

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Запишем по кругу заглавные русские буквы подряд по алфавиту от А до Я. Теперь построим последовательность из этих букв по следующему принципу:

- возьмем первую гласную букву (мы двигаемся по кругу, начиная с буквы А),
- продолжая движение, возьмем следующие две согласные,
- продолжая движение, возьмем следующие три гласные,
- затем следующие четыре согласные, и так далее.

Получаем последовательность:

А Б В Е Ё И Й К Л М О У Ы Э Ю Б В Г Д Ж З И О У Ы Э Ю Я Б В Г Д Ж З Й К ...

Напишите программу на вашем любимом языке программирования, выводящую по заданному k член последовательности с номером k .

Программа должна вводить с клавиатуры число k от 1 до 1000 и выводить соответствующую букву.

Пример:

Ввод: 17

Вывод: V

Задача 8

Однако завтра с самого утра мне пришлось заняться своими прямыми обязанностями. «Алдан» был починен и готов к бою, и, когда я пришел после завтрака в электронный зал, у дверей уже собралась небольшая очередь дублей с листками предлагаемых задач.

Аркадий и Борис Стругацкие «Понедельник начинается в субботу»

Заданы целые числа A, B , причем A не обязательно меньше B , и натуральное число N . Напишите программу на вашем любимом языке программирования, вводящую с клавиатуры числа A, B, N и выводящую все числа в диапазоне между A и B , кратные N . Решите эту задачу, не используя условных операторов в вашей программе.

Пример

Входные данные:

14 3 5

Выходные данные:

5 10

Критерии оценки (все задачи):

верный ответ и решение = 10 баллов,

частично верное решение = 5 баллов,

неверный ответ и решение = 0 баллов.