

Профиль «Инженерные науки». 8 – 9 классы.

Решения и критерии. Максимум за одну задачу: 25 баллов

Задача 1. В комнате на столе стоит вертикальный цилиндр с теплопроводящими стенками. Он закрыт тонким невесомым горизонтальным поршнем, который может скользить без трения.

В цилиндре при комнатной температуре находится газовая смесь молекулярного кислорода (O_2) с озоном (O_3), причем озон составляет $n = 35\%$ от общего количества вещества в сосуде. Расстояние от дна цилиндра до поршня равно $H_0 = 20$ см.

На каком расстоянии от дна цилиндра окажется поршень после того, как весь озон за достаточно большое время самопроизвольно превратится в молекулярный кислород? Температуру в комнате считайте постоянной.

Возможное решение

1) Пусть первоначальное количество вещества кислорода в цилиндре ν_1 , а количество вещества озона O_3 ν_2 .

2) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для смеси газов в цилиндре:

$$p_0 V_0 = (\nu_1 + \nu_2) R T_0, \quad (1)$$

3) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для озона в цилиндре в начальный момент времени (до превращения его в кислород):

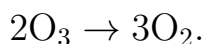
$$p_0 \alpha V_0 = \nu_2 R T_0. \quad (2)$$

Здесь $\alpha = n/100\% = 0,35$ — это объёмная доля озона, а V_0 — первоначальный объём, занимаемый смесью газов; он равен $V_0 = S H_0$ (S — площадь поршня).

4) Поделив уравнение (2) на уравнение (1), выразим ν_2 через α и ν_1 :

$$\nu_2 = \frac{\alpha \nu_1}{1 - \alpha}. \quad (3)$$

5) Запишем уравнение химической реакции превращения озона в кислород:



Получаем, что после превращения всего озона O_3 в кислород O_2 количество вещества новообразованного кислорода станет:

$$\nu'_2 = \frac{3}{2} \nu_2.$$

6) После превращения всего озона в кислород уравнение Менделеева – Клапейрона для всего газа в цилиндре будет иметь вид:

$$p_0 V = (\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2)RT_0, \quad (4)$$

где V — новый объём, занимаемый кислородом, он равен $V = SH$. Здесь H — новое расстояние от дна цилиндра до поршня.

7) Поделим уравнение (4) на уравнение (1):

$$\frac{V}{V_0} = \frac{SH}{SH_0} = \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (5)$$

8) Воспользовавшись соотношением (3), получим:

$$H = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = H_0 \frac{\nu_1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}}{\nu_1 + \frac{\alpha\nu_1}{1-\alpha}} = H_0 \frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}}{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}} = H_0 \frac{2+\alpha}{2}. \quad (6)$$

9) Подставляя численные данные, получаем:

$$H = H_0 \frac{2+\alpha}{2} = 0,2 \text{ м} \cdot \frac{2+0,35}{2} = 0,235 \text{ м} = 23,5 \text{ см}.$$

Ответ: $H = 23,5 \text{ см}.$

Задача 2. Инженер Александр решил построить на даче одноэтажный легкий дом на высоком столбчатом фундаменте, с квадратным основанием и плоской крышей размерами $a \times a = 6 \times 6 \text{ м}^2$ и высотой $h = 3 \text{ м}$. В качестве утеплителя стен, потолка и пола был выбран пенопласт толщиной $d = 15 \text{ см}$, коэффициент теплопроводности пенопласта $\lambda = 0,040 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$. В доме планируется установить три одинаковых окна с коэффициентом теплоотдачи $k_{\text{окн}} = 1,50 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ и размерами $h \times l = 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2$ и входную дверь с коэффициентом теплоотдачи $k_{\text{дв}} = 1,00 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ и размерами $h \times l = 1,0 \times 2,0 \text{ м}^2$.

Для комфортного пребывания температура в доме должна быть $t_{\text{к}} = 18^\circ\text{С}$. Помогите Александру рассчитать мощность отопительной системы, необходимой для комфортного пребывания в этом доме зимой, если на улице ожидается температура $t_{\text{у}} = -22^\circ\text{С}$.

Указание. Мощность тепловых потерь через двери или окна можно найти, используя закон Ньютона – Рихмана, $P = kS(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$, а через толщу однородного вещества — используя закон Фурье, $P = \frac{S\lambda}{d}(t_{\text{к}} - t_{\text{у}})$.

Возможное решение

1) Предполагаемая (проектная) разница температур между воздухом на улице и воздуха в доме составляет

$$\Delta t = t_{\text{к}} - t_{\text{у}} = 40 \text{ К}.$$

2) Площадь двери составляет $S_{\text{дв}} = 1 \times 2 \text{ м}^2 = 2 \text{ м}^2$. По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через дверь будут отставлять

$$P_{\text{дв}} = k_{\text{дв}} S_{\text{дв}} \Delta t = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 2 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 80 \text{ Вт}.$$

3) Площадь трех окон $S_{\text{окн}} = 3 \cdot 1,2 \times 1,5 \text{ м}^2 = 3 \cdot 1,8 \text{ м}^2 = 5,4 \text{ м}^2$. По закону Ньютона – Рихмана мощность тепловых потерь через окна будут отставлять

$$P_{\text{окн}} = k_{\text{окн}} S_{\text{окн}} \Delta t = 1,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \cdot 5,4 \text{ м}^2 \cdot 40 \text{ К} = 324 \text{ Вт}.$$

4) Толщина утеплителя в стенах, полу и потолке одинаковая. Найдем общую (габаритную) площадь стен, пола и потолка.

$$S_{\text{стены+пол+потолок}} = 4ha + 2a^2 = 4 \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6^2 = 144 \text{ м}^2.$$

Фактическая площадь, через которую необходимо рассчитать тепловые потери меньше на величину площадей двери и окон. Окончательно, эффективная площадь стен, пола и потолка:

$$S_{\text{эф}} = S_{\text{стены+пол+потолок}} - S_{\text{окн}} - S_{\text{дв}} = 136,6 \text{ м}^2.$$

5) Мощность тепловых потерь через стены, пол и потолок равна

$$P_{\text{с,п,п}} = S_{\text{эф}} \frac{\lambda}{d} \Delta t = 136,6 \text{ м}^2 \cdot \frac{0,04 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})}{0,15 \text{ м}} \cdot 40 \text{ К} = 1\,457 \text{ Вт}.$$

Общая проектная мощность тепловых потерь дома

$$P = P_{\text{дв}} + P_{\text{окн}} + P_{\text{с,п,п}} = 80 + 324 + 1457 \text{ Вт} = 1\,861 \text{ Вт}.$$

Ответ: минимальная проектная мощность нагревательной системы $P = 1\,861 \text{ Вт}$.

Комментарий: можно заметить, что в модели не учитываются тепловые потери связанные вентиляцией воздуха, неидеальностью утепления конструкции. Рассмотренная простейшая модель предполагает только удержание температуры в доме на заданном уровне.

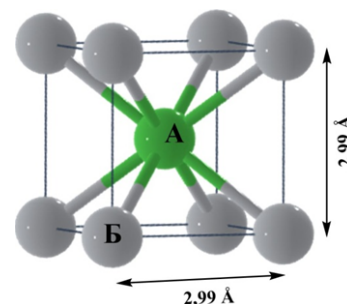
Задача 3. Впервые сплав **X**, состоящий из простых веществ **A** и **B**, был получен в 1960-е годы в ходе подготовки космической программы. Этот сплав обладает двумя уникальными свойствами — памятью формы и суперэластичностью, что делает данный материал востребованным в различных сферах жизни.

(а) установите, что за вещества входят в состав сплава **X**, если известно что:

- хлорид **A** использовался в ходе первой мировой войны для создания дымовой завесы; оксид **A** добавляют в продукты питания в качестве пищевой добавки E171 — белый краситель-отбеливатель; из того же **A** сделан памятник Юрию Гагарину, установленный в Москве на Ленинском проспекте.

- вещество **B** образует тетракарбонил, в котором его массовая доля составляет 34,38%.

(б) установите состав сплава **X** и его плотность, если его элементарная ячейка имеет форму куба и размеры, представленные на рисунке.



Возможное решение

Решение задачи можно начать по-разному. Некоторые по описанию сплава **X** поймут, что это NiTi — нитинол, также состав сплава можно установить, пользуясь другими подсказками в условии задачи:

- по описанию **A** представляет собой металл, который вероятно всего титан, о чем прямо говорят факты об использовании его оксида в качестве белого красителя, и самого **A**, как компонента в материале памятника Юрию Гагарину.

- факт о том, что **B** образует карбонил вида $B(CO)_4$, говорит о том, что **B** — метал 10-ой группы (имеет 10 электронов на *d*-оболочке), а данные о массовой доле **B** в карбониле позволяют однозначно установить, что **B** — это никель.

Тогда можно сказать о том, что сплав **X** состоит из Ni и Ti, тогда имеет место формула Ni_aTi_b , осталось установить значение параметров *a* и *b* из данных о кристаллической решетке **X**:

- на одну элементарную ячейку приходится $\frac{1}{8} \cdot 8 = 1$ атомов Ni и 1 атом Ti, тогда **X** — NiTi.

Найдем плотность сплава **X**. Запишем всем привычную формулу для вычисления плотности: в числитель запишем массу одной молекулы, а в знаменатель — её объем:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0}$$

Так как мы знаем состав сплава **X**, то мы знаем и его молярную массу, тогда как молярная масса есть ничто иное как результат умножения массы одной молекулы на число молекул в 1 моль вещества:

$$M = m_0 \cdot N_A$$

Тогда имеем итоговую формулу:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0} = \frac{M}{N_A \cdot V_0} = \frac{(59 + 48) \text{ г/моль}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot (2,99 \cdot 10^{-8} \text{ см})^3} = 6,65 \text{ г/см}^3$$

Ответ: (а) **A** — i (титан), **B** — Ni (никель); (б) сплав **X** — NiTi, $\rho = 6,65 \text{ г/см}^3$

Критерии:

Полный балл ставится, если участник развернуто ответил на оба вопроса задачи.

Три четверти баллов за задачу ставится, если участник ответил на оба вопроса задачи, но ошибся в вычислениях (пример — ошибка в подстановке данных в итоговую формулу для плотности).

Половина баллов ставится, если участник ответил только на один вопрос и задачи (и не допустил вычислительных ошибок).

Задача 4. Вода, поступающая в городской водопровод, требует дополнительного обеззараживания перед подачей потребителям. Наиболее распространённым способом дезинфекции воды является её хлорирование. Однако при хлорировании некоторые растворённые в воде органические вещества образуют хлорорганические соединения. Основными загрязнителями воды при этом становятся тригалогенметаны (ТГМ), присутствие в воде которых имеет подтвержденную связь с проблемами со здоровьем у горожан.

Мосводоканал устанавливает максимальную концентрацию ТГМ в водопроводе в пределах 1,2 мг/л. Предельно допустимая концентрация ТГМ в водопроводной воде составляет 5 миллионных долей (по массе). Известно, что при кипячении воды ТГМ остаются в кипячёной воде.

Иван Иванович готовит чай следующим образом. Вначале он заполняет пустой чайник одним литром водопроводной воды. Затем ставит его на плиту и забывает о нем. Когда чайник выкипает наполовину, он заваривает себе чай и оставляет половину воды в чайнике, к которой доливает воды из-под крана и снова кипятит литр воды. Через сколько таких кипячений Ивану Ивановичу будет небезопасно заваривать чай?

Возможное решение

Обозначим через k концентрацию ТГМ перед завариванием чая. Рассчитаем, как меняется концентрация от заваривания к завариванию.

Пусть k_i — начальная концентрация. Когда Иван Иванович заваривает чай, концентрация не меняется.

После доливания воды в чайник концентрация станет равна:

$$0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2.$$

После очередного кипячения концентрация достигнет:

$$k_{i+1} = \frac{0,25 \cdot k_i + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

. Полученное значение будет новой концентрацией перед новым завариванием чая.

Теперь предположим, что после n таких завариваний, концентрация впервые превысила 5 мг/л, т.е. $k_n = 5 + \text{const}$, где $\text{const} \geq 0$ и $k_i < 5$ при $i < n$.

Тогда посчитаем, какая концентрация была на предыдущем шаге:

$$k_n = \frac{0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2}{0,5}$$

$$0,5 \cdot k_n = 0,25 \cdot k_{n-1} + 0,75 \cdot 1,2$$

$$0,5 \cdot k_n - 0,9 = 0,25 \cdot k_{n-1}$$

$$2 \cdot k_n - 3,6 = k_{n-1}$$

. Подставим в последнее выражение $k_n = 5 + \text{const}$, тогда

$$k_{n-1} = 6,4 + 2 \cdot \text{const}$$

Получаем $k_{n-1} > 5$. Но это противоречит нашему предположению, что $k_i < 5$ при $i < n$. Следовательно, наше предположение не верно, а значит концентрация ТГМ никогда не сможет превысить отметку в 5 мг/л. Значит, Иван Иванович может сколько угодно заваривать и пить чай таким образом, без вреда заметного для здоровья, который может нанести повышенное содержание ТГМ в чае.

Ответ: концентрация ТГМ не превысит допустимого показателя и Иван Иванович может бесконечно заваривать чай.