

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Москва, 2021

Содержание

<i>В. Б. Алексеев</i>	
О мощности интервала замкнутых классов $Int(Pol)$ в частичной k -значной логике	15
<i>Л. А. Артемьева, А. А. Дряженков, М. М. Потапов</i>	
Устойчивый градиентный метод в задаче квадратичной минимизации с неравномерными возмущениями в критерии и ограничениях	16
<i>Е. И. Атамась</i>	
О разрешимости задачи восстановления ограниченного решения дифференциального уравнения в реальном времени	17
<i>Д. А. Бадалян, О. Д. Борисенко, С. Д. Кузнецов</i>	
Система предоставления рабочих столов на основе Kubernetes	18
<i>А. В. Баев</i>	
О двух обратных задачах для волнового уравнения с нелинейным коэффициентом	19
<i>И. С. Барашков</i>	
Использование специальной сетки для численного анализа метода интегральных уравнений в задаче геоэлектрики	20
<i>В. А. Бахтин, К. А. Рощина</i>	
Средства анализа производительности параллельных программ в DVM-системе	21
<i>В. А. Бахтин, Д. Р. Сапаев</i>	
Средства для работы с контрольными точками в DVM-системе	23
<i>А. Г. Белов, А. Е. Полиенко, О. А. Белова</i>	
Многофакторный анализ повторных наблюдений за биологическими объектами	25
<i>О. К. Беляева, Е. П. Степанов</i>	
Регулирование количества подпотоков для многопоточного соединения при помощи прогнозирования их скорости	26

<i>Т. В. Белянкина, Д. Д. Кюнченкова</i>	
Задача фильтрации стохастических процессов по непрерывным и дискретным наблюдениям с коррелируемыми шумами	27
<i>А. П. Беспалова, И. В. Чижов</i>	
Криптоанализ ЭЦП на основе модифицированных квазициклических кодов с низкой плотностью проверок на чётность	29
<i>С. Г. Бобков, М. А. Даньшина, В. В. Ульянов</i>	
О скорости сходимости к закону Пуассона для числа циклов в обобщенных случайных графах	30
<i>А. О. Богатенкова, И. С. Козлов, А. Г. Гомзин</i>	
Типы логической структуры документов	31
<i>С. В. Богомолов, А. Е. Кувшинников, М. А. Филиппова</i>	
Этап перестройки в разрывном методе частиц без гипотезы об их форме	33
<i>С. В. Богомолова, Р. Ю. Юрмальник</i>	
Вероятностная модель статических сообществ	34
<i>И. В. Болотников, А. Е. Бородин, А. А. Белеванцев</i>	
Расширение статического анализатора Svnace для поиска ошибок в программах на языке Go	36
<i>Е. И. Большакова, А. А. Дорофеева</i>	
Применение методов ранжирования в больших базах словосочетаний	37
<i>С. А. Бугаев, А. В. Чернов</i>	
Исследование и разработка платформы для обучения асинхронных агентов в конкурентной среде	38
<i>Ю. А. Васильев, М. И. Петровский, И. В. Машечкин</i>	
Прогнозирование степени поражения легких при COVID-19 на основе методов машинного обучения	40
<i>А. А. Васин, О. М. Григорьева, А. С. Шендяпин</i>	
Об оптимальном управлении накопителем энергии	41
<i>А. А. Васин, Н. И. Цыганов</i>	
Задача расчета вероятности победы в модели двустороннего боя	43
<i>М. Ю. Воробьёв, М. А. Григорьева, К. А. Жуков, С. В. Коробков</i>	
Параллельная версия фреймворка для кластеризации журналов сообщений большого объёма	44
<i>М. О. Воронцов, А. А. Кудрявцев, Ю. Н. Недоливко, О. В. Шестаков</i>	
Об оценивании параметров гамма-экспоненциального распределения	46
<i>А. А. Вылиток, Т. В. Генералова</i>	
Критерий регулярности L-графов без псевдоциклов	47

<i>А. О. Высоцкий, В. В. Фомичев</i> Наблюдатели для систем с неопределенностью при наличии неидеальностей в релейных элементах	48
<i>С. В. Гаврилов, А. М. Денисов</i> О численных методах решения нелинейного операторного уравнения, возникающего в обратной коэффициентной задаче	50
<i>С. В. Герасимов, А. В. Мещеряков, А. С. Селякин</i> Применение обучения с подкреплением в задаче построения маршрутов	51
<i>С. В. Герасимов, А. А. Немешаева, А. В. Мещеряков</i> Нейросетевые модели поиска скоплений галактик в микроволновом диапазоне по данным спутника Planck	52
<i>С. В. Герасимов, А. В. Полевой, А. В. Мещеряков</i> Анализ методов инкрементального моделирования в области директ-маркетинга	54
<i>А. И. Гетьман, Д. О. Обыденков, А. Е. Фролов, Ю. В. Маркин</i> Методы маркирования текстовых документов при печати	55
<i>Д. Ю. Голембиовский, И. С. Киселёв</i> Алгоритм SDDP для высокочастотной торговли	57
<i>Д. Ю. Голембиовский, А. С. Павлов</i> Методы формирования сценарной решетки для алгоритма двойственного динамического стохастического программирования.	58
<i>В. М. Головизнин, Н. А. Афанасьев</i> Бесшовные балансно-характеристические алгоритмы для одномерных задач взаимодействия упругих тел с жидкостью и газом	59
<i>В. М. Головизнин, Н. А. Афанасьев</i> Схема КАБАРЕ с улучшенными дисперсионными свойствами для систем линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа	60
<i>В. М. Головизнин, Петр А. Майоров, Павел А. Майоров</i> Моделирование течений в Южном океане по схеме кабаре негидростатической модели динамики жидкости	61
<i>В. М. Головизнин, Петр А. Майоров, Павел А. Майоров, А. В. Соловьев</i> Валидация модели CABARET-MFSH на эксперименте по исследованию гравитационного течения вдоль границы раздела двухслойной жидкости	62
<i>О. Е. Горохов, С. Р. Шарипов</i> Методы неконтролируемого обнаружения аномалий в текстовых данных	63

<i>С. С. Горшков, Е. А. Ильюшин</i> Выделение тематик сообществ VK с применением методов машинного обучения	65
<i>В. П. Горьков, Л. Н. Лукьянова, С. А. Шатков</i> Позиционное управление движением космического аппарата с гибридной двигательной системой	66
<i>Н. Л. Григоренко</i> Задача управления для математической модели баланса инсулин-глюкоза в крови.	68
<i>Б. Р. Данилов</i> О синтезе дешифратора в одном классе обобщённых контактных схем	69
<i>В. А. Евграфов, Е. А. Ильюшин</i> Архитектуры спайковых ИНС и методы их обучения	70
<i>В. А. Егоренков, М. М. Логинова, В. А. Трофимов</i> Адаптивные 2D неотражающие граничные условия для 2D нелинейного уравнения Шредингера	71
<i>Г. Г. Еленин, Т. Г. Еленина</i> Численные методы решения задачи Коши для некоторых гамильтоновых систем	73
<i>Е. С. Емец, В. Н. Пашков</i> О методе предотвращения DDoS атак на контроллер в программно-конфигурируемых сетях	74
<i>Ж. К. Еражанов, Р. Л. Смелянский</i> Об одном подходе к сетевому кодированию на основе $GF(3^m)$	75
<i>Е. Ю. Ечкина, А. С. Гузминова Н. Ю. Будняк</i> Систематизация данных для создания информационной платформы поиска центров протонной терапии для лечения онкологических заболеваний	76
<i>Д. А. Желтков, Н. Л. Замаршкин, С. А. Матвеев</i> Разложение числа RSA-232	77
<i>В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская, М. И. Высокос, В. Э. Романова, Ю. С. Мухина</i> Некоторые задачи внешней и внутренней устойчивости коалиционной структуры в линейно-квадратичной игре с нетрансферабельными выигрышами	79
<i>Р. Р. Загидуллин, А. П. Смирнов, С. А. Матвеев, Н. В. Бриллиантов</i> Коэффициент коагуляции в потоке вещества	80

<i>В. С. Задыбин, Е. П. Степанов</i> Алгоритм управления перегрузкой на основе интервального прогноза скорости	82
<i>Н. В. Зайцева</i> Начально-граничные задачи с интегральными условиями для гиперболического уравнения с сингулярным коэффициентом	83
<i>А. Д. Звонов, Е. П. Степанов</i> О подходах к построению маршрутов демультимплексированных соединений	84
<i>И. В. Зотов</i> Восстановление продольного электрического тока в токамаке с использованием графических процессоров	85
<i>И. В. Иванов, В. А. Антоненко</i> Программно-конфигурируемая сеть полного стека на основе сервис ориентированной сети	86
<i>А. В. Ильин, А. И. Rogovskiy, Р. Р. Бегишев</i> Достаточные условия существования периодических решений у системы 3-го порядка.	88
<i>Д. Х. Казанчян</i> Фильтрация марковских скачкообразных процессов по считающим и диффузионным наблюдениям с мультипликативными шумами	89
<i>М. А. Казачук, А. В. Березникер</i> Применение классических и нейросетевых методов построения модели пользователя в задаче динамической аутентификации пользователей на основе анализа работы с компьютерной мышью	91
<i>Н. Ю. Капустин, А. А. Холомеева</i> О корректности одной смешанной задачи для уравнения теплопроводности	92
<i>В. Ю. Ковалев, А. Г. Шишкин</i> Метод сегментации изображений интрацитоплазматической инъекции сперматозоида	93
<i>В. В. Королев, Е. А. Ильюшин</i> Алгоритм классификации магнитно-резонансных изображений глиальных опухолей головного мозга по гистологическому типу	95
<i>Я. К. Кузьмин, Д. Ю. Волканов, Ю. А. Скобцова</i> Об одном методе синхронизации состояния алгоритма обработки пакетов в сетевом процессоре RuNPU	96

<i>А. В. Кулагин, Ю. И. Ожигов, Н. Б. Викторова, Ваншунь Ли, Чжен Кэли, Мяо Хуэй-хуэй, И. Плужников</i> Химический квантовый компьютер	97
<i>А. В. Кулевский</i> О непустоте геометрической разности множеств	99
<i>Е. Д. Куретова</i> Особенности динамики процесса горения, протекающего в режиме с обострением на однородном ненулевом температурном фоне	100
<i>В. А. Курилин, А. В. Чернов</i> Исследование методов полностью гомоморфного шифрования	101
<i>Е. С. Куркина</i> Математическое моделирование распространения эпидемии коронавируса в открытых неоднородных системах	102
<i>С. А. Ложкин, В. С. Зизов</i> О сложности реализации мультиплексорных функций в классе клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов	103
<i>С. А. Ложкин, Д. Э. Хзмалян</i> О сложности реализации стандартной мультиплексорной функции в одном классе контактных схем	104
<i>А. В. Мазеев, Н. Н. Попова, Д. А. Суплатов</i> Доменный подход к обучению нейросетей для сравнительного анализа 3D структур белков	106
<i>В. О. Макеев, В. А. Бахтин, Н. А. Катаев</i> Определение устранимых зависимостей по данным при распараллеливании программ в системе SAPFOR.	107
<i>Н. Г. Малоян, Е. А. Ильюшин</i> Применение технологий обработки естественного языка для фаззинга интерпретаторов JavaScript	109
<i>А. А. Маркобородов, Д. Ю. Волканов</i> Система трансляции правил обработки пакетов для сетевого процессора RuNPU	110
<i>В. В. Морозов</i> Исследование модели «Нападение против эшелонированной обороны»	111
<i>Д. Е. Намиот, М. В. Булыгин</i> О некоторых методах анализа агрегированных данных сотовых операторов	112
<i>И. М. Никольский</i> О симуляции сенсорных сетей	113

<i>И. М. Никольский, А. А. Олохтонов</i> Оптимизация алгоритма Катмулла—Кларка иерархического разбиения поверхностей	114
<i>М. С. Никольский</i> Об одной квазилинейной задаче минимаксного управления	115
<i>М. Д. Новиков</i> Система автоматического тестирования студенческих программ на языке ассамблера	116
<i>Т. А. Озерова, Е. Л. Аксенова, Л. С. Корухова</i> Автоматизация развертывания системы планирования задач Slurm в облачной среде	117
<i>В. А. Падарян, М. Г. Бакулин, Д. И. Егоров</i> Оценка применимости динамического анализа помеченных данных к задаче поиска утечек чувствительной информации	119
<i>С. И. Палионная, О. В. Шестаков</i> Асимптотическое поведение оценки риска FDR-метода в задаче множественной проверки гипотез	120
<i>Г. С. Парастаев, А. Б. Куржанский</i> Задача управления зарядкой электромобиля в условиях выживаемости с потенциальным извлечением прибыли	121
<i>Л. И. Петрова</i> Особенности решений уравнений Эйлера и Навье—Стокса. Механизм возникновения завихренности и турбулентности	122
<i>А. В. Подопросветов, И. М. Никольский</i> Алгоритм коррекции нормалей в STL-моделях	123
<i>В. В. Подымов</i> Улучшение алгоритмов проверки эквивалентности операторных программ при помощи анализа весов вершин	124
<i>А. М. Попов, Н. Э. Шагиров</i> Численное моделирование процесса фазового перехода в структуре молекулярной системы	125
<i>И. С. Попов, Ю. П. Журихин</i> Разработка системы биометрической аутентификации в операционных системах семейства Windows на основе данных о работе со стандартными устройствами ввода	127
<i>А. В. Разгулин, С. А. Турганбаев, Н. Г. Ирошников</i> Об одном проекционном методе для задачи восстановления волнового фронта по его наклонам	128

<i>Е. А. Ровенская, С. М. Орлов</i>	
Оптимальные режимы управления в модели SIR	129
<i>Т. Е. Романенко, А. Н. Семенов, У. Н. Вострикова</i>	
Применение современных компьютерных методов к задаче секционирования трехмерной структуры глазного дна	130
<i>В. М. Рябченков, А. Б. Гломина</i>	
Аналитический метод оценки времени отклика задач в системах интегрированной модульной авионики	131
<i>Д. Ф. Саада, Е. А. Ильюшин, А. В. Косырькова</i>	
Алгоритм обогащения наборов данных МР-изображений при помощи состязательного обучения для улучшения прогнозирования нарастания пареза в послеоперационном периоде у пациентов с глиальными опухолями	133
<i>М. Н. Саблин</i>	
Обобщенный метод Гаусса-Зейделя для решения разностных задач газовой динамики в смешанных эйлерово-лагранжевых переменных	134
<i>М. А. Савченко</i>	
Влияние дополнительной информационной асимметрии на решения игр	136
<i>И. А. Самойлова</i>	
Теоретико-игровой подход в управлении издержками переключения клиентов	137
<i>С. П. Самсонов</i>	
Восстановление множества достижимости с заданной точностью	138
<i>С. Н. Селезнева</i>	
О свойствах мультиаффинных предикатов на конечных множествах	138
<i>С. Н. Смирнов, Н. А. Андреев</i>	
Комплекс программ численного решения задачи робастного управления портфелем для математической модели финансового рынка с детерминистской динамикой цен	140
<i>Е. П. Степанов, Д. И. Кукушкин</i>	
Управление доступом к виртуальным пластикам при помощи VPN-туннелей	141
<i>В. В. Терновский, Т. М. Хапаева, В. П. Ильютко</i>	
Задача определения коэффициентов краевой задачи управления и методы ее решения	142
<i>И. В. Тимохин, С. А. Матвеев, А. П. Смирнов, Е. Е. Тыртышников</i>	
Аппроксимация решения пространственно-неоднородного обобщения уравнения Смолуховского на маломерных подпространствах	143

<i>И. В. Тихонов, Ву Нгуен Шон Тунг</i> О некоторых нелокальных задачах для уравнения переноса нейтронов	144
<i>П. А. Точилин, И. А. Чистяков</i> Построение разрывного кусочно-аффинного синтеза в задаче целевого управления	145
<i>Ю. В. Троцкий</i> Исследование нелинейных зависимостей в фильтрах с учетом образования отложений	147
<i>Н. В. Трусов, А. А. Шананин</i> Математическое моделирование социальной динамики домашних хозяйств	148
<i>Д. Ю. Турдаков, В. Д. Трифонов, В. Д. Майоров</i> Построение моделей извлечения и классификации именованных сущностей с использованием небольшого числа обучающих примеров	149
<i>Т. Н. Фоменко</i> Нули функционалов и совпадения многозначных отображений в квазиметрических пространствах	150
<i>В. В. Фомичев, М. А. Каменщиков</i> Сравнение оптимальных фильтров второго и третьего порядка в установившемся режиме	151
<i>В. В. Фомичев, А. И. Самарин</i> Поиск оптимального децентрализованного управления в задаче консенсуса для мультиагентных систем	152
<i>А. С. Фурсов, Ю. М. Мосолова</i> К вопросу о стабилизации переключаемых интервальных систем с режимами различных динамических порядков	153
<i>А. А. Ханджян, Д. Ю. Турдаков</i> Определение токсичности комментариев в интернет-дискуссиях	155
<i>А. В. Хвостиков, А. С. Крылов, Д. М. Кориунов, М. А. Богуславский</i> Балансировка данных через сэмплирование в задаче автоматического распознавания минералов на изображениях аншлифов	156
<i>Д. В. Царёв, В. В. Александров</i> Методы анализа поведения пользователя в задаче обнаружения внутренних вторжений с помощью нейросетей	157
<i>М. А. Целищев, М. Г. Логванёва</i> Смешанные модели диверсификации	158

<i>М. А. Черепнёв, И. Ю. Герасимов</i>	
Исследование стойкости задачи Диффи-Хеллмана в группе точек эллиптической кривой над конечным полем с помощью обращения спариваний	159
<i>А. Ю. Чернышева, Р. Л. Смелянский, Е. П. Степанов</i>	
Разработка метода оценки резерва пропускной способности сети для случая случайного поступления заявок услуги «Пропускная способность по требованию»	161
<i>И. В. Чижов</i>	
О размерности квадрата Адамара конкатенированных линейных кодов	162
<i>М. В. Чистолинов</i>	
Подход к решению задачи аппаратной верификации ПЛИС в рамках стандарта DO-254	164
<i>Е. А. Шеина, А. П. Смирнов</i>	
Преимущества многочастотного эксперимента по определению параметров диэлектрического слоя в волноводе	165
<i>И. А. Широков</i>	
Способы построения аккуратных расчетных сеток на основе TetGen и влияние сеток на результаты расчетов дозвукового и сверхзвукового обтекания моделей при ненулевых углах атаки	165
Авторский указатель	168

О МОЩНОСТИ ИНТЕРВАЛА ЗАМКНУТЫХ КЛАССОВ $Int(Pol)$ В ЧАСТИЧНОЙ k -ЗНАЧНОЙ ЛОГИКЕ

Алексеев Валерий Борисович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: vbalekseev@rambler.ru

Классы дискретных k -значных функций, замкнутые относительно операции суперпозиции, играют важную роль при изучении вопросов выразимости одних функций через другие. Пусть A — замкнутый класс в множестве всюду определенных k -значных функций. Начиная с работы [1], активно изучался интервал $\mathcal{I}(A)$ в решетке замкнутых классов частичной k -значной логики, состоящий из всех замкнутых классов, в которых множество всюду определенных функций совпадает с A [2]. И только относительно недавно была установлена мощность $\mathcal{I}(A)$ для всех замкнутых классов A 2-значной логики [3]. Автором предложено исследовать более узкие интервалы $Int(A)$, определяемые следующим образом. Пусть $Str(A)$ — замкнутый класс в частичной k -значной логике, состоящий из всех функций частичной k -значной логики, доопределимых до какой-нибудь функции из A . Тогда $Int(A)$ — семейство всех замкнутых классов C в частичной k -значной логике таких, что $A \subseteq C \subseteq Str(A)$.

Пусть Pol_k — замкнутый класс в k -значной логике, состоящий из всех функций, представимых полиномом по модулю k . Данная работа посвящена исследованию интервала $Int(Pol_k)$. Если k — простое число, то Pol_k совпадает с множеством P_k всех всюду определенных k -значных функций. В этом случае $Int(Pol_k)$ состоит из 3 классов. Ранее автором был рассмотрен случай, когда k есть произведение двух различных простых чисел, и доказано, что в этом случае $Int(Pol_k)$ состоит из 7 классов, которые были явно описаны. В данной работе показано, что ситуация резко меняется при переходе от двух различных простых делителей к 3 различным простым делителям.

Теорема 1. Пусть у натурального числа k имеется хотя бы 3 различных простых делителя. Тогда интервал $Int(Pol_k)$ содержит бесконечное число замкнутых классов, в частности, в нем имеются бесконечно убывающие цепочки замкнутых классов.

Для доказательства теоремы явно строится бесконечно убывающая цепочка замкнутых классов в $Int(Pol_k)$ при указанных k . Точная мощность $Int(Pol_k)$ для таких k остается пока неизвестной. Также остается пока открытым вопрос о конечности $Int(Pol_k)$ для k , имеющих ровно 2 различных простых делителя и делящихся на квадрат хотя бы одного из них.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-01-00200).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Алексеев В. Б., Вороненко А. А. О некоторых замкнутых классах в частичной двузначной логике // Дискретная математика. 1994. Т. 6, № 4. С. 58–79.
- [2] Lau D. Function algebras on finite sets: a basic course on many-valued logic and clone theory. Berlin : Springer, 2006. 668 p.
- [3] A solution to a problem of D. Lau: Complete classification of intervals in the lattice of partial Boolean clones / M. Couciero, L. Haddad, K. Schoelzel, T. Waldhauser // J. Mult.-Valued Logic Soft Comput. 2017. V. 28. P. 47-58.

УСТОЙЧИВЫЙ ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ КВАДРАТИЧНОЙ МИНИМИЗАЦИИ С НЕРАВНОМЕРНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В КРИТЕРИИ И ОГРАНИЧЕНИЯХ

Артемьева Людмила Анатольевна¹, Дряженков Андрей Александрович²,
Потапов Михаил Михайлович³

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: artemieva.luda@gmail.com

² Кафедра оптимального управления, e-mail: andrja@yandex.ru

³ Кафедра оптимального управления, e-mail: mmpotapovrus@gmail.com

В гильбертовых пространствах рассматривается задача квадратичной минимизации при наличии линейного операторного ограничения типа равенства и квадратичного ограничения типа неравенства:

$$\|Au - f\|_F \rightarrow \min_{u \in U}, \quad U = \{u \in U_0 \mid Bu = g, \|Qu - w\|_W \leq R\}.$$

Требуется найти некоторое её оптимальное решение $u_* \in U$. Здесь H, F, G, W — гильбертовы пространства, в которых действуют заданные линейные ограниченные операторы $A : H \rightarrow F, B : H \rightarrow G, Q : H \rightarrow W$. Элементы $f \in F, g \in G, w \in W$, число $R > 0$ и выпукое замкнутое множество $U_0 \subset H$ также считаются заданными.

Задача переформулируется в виде задачи поиска седловой точки функции Лагранжа. Для численного решения данной задачи предлагается регуляризованный метод градиентного типа, в идейном плане близкий к [1, 2] и осуществляющий итерации как по прямым, так и по двойственным переменным. Принципиальные отличия от [1, 2] связаны с тем, что метод применяется в неклассических информационных условиях, когда доступные вычислителю приближения к точным операторам, входящим в постановку задачи, аппроксимируют их лишь сильно поточечно и отсутствуют соответствующие оценки погрешностей в операторных нормах исходных пространств. Вместо этого, как и в [3], где менее общая задача решалась с помощью модифицированного обобщённого метода невязки, здесь используется априорная информация о таких уровнях погрешностей, к которым открывается доступ при усилении

нормировок в области определения и ослаблении нормировок в областях значений операторов. Данные условия описываются с помощью вспомогательных гильбертовых пространств H^- , F^+ , G^+ и W^+ , связанных с исходными пространствами непрерывными и всюду плотными вложениями $H^- \subset H$, $F \subset F^+$, $G \subset G^+$, $W \subset W^+$. Доказано, что генерируемые предложенным методом приближения сходятся к решению исходной задачи оптимизации по норме исходного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сумин М. И. Регуляризация в линейно-выпуклой задаче математического программирования на основе теории двойственности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2007. Т. 47, № 4. С. 602–625.
- [2] Васильев Ф. П., Потапов М. М., Артемьева Л. А. Регуляризованный экстра-градиентный метод в многокритериальных задачах управления с неточными данными // Дифференциальные уравнения. 2016. Т. 52, № 11. С. 1555–1567.
- [3] Дряженков А. А. Модифицированный обобщённый метод невязки для задач минимизации с погрешностями известного уровня в ослабленных нормах // Вычисл. методы и программирование. 2015. Т. 16. С. 456–463.

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Атамась Евгений Иванович

МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: eatamas@cs.msu.ru

При решении задач обращения динамических систем в реальном времени ([2]), в том числе систем с запаздыванием, часто возникает следующая вспомогательная задача. Необходимо, зная значения сигнала ξ на отрезке $[t_0, t]$, восстановить в момент t ограниченное решение неустойчивого скалярного уравнения

$$\dot{x}(t) = ax(t) + \xi(t), \quad a > 0. \quad (1)$$

Известно ([1]), что такое решение существует и единственно, однако его нахождение на практике затруднительно. Ранее было показано ([1]), что если функция ξ непрерывна и удовлетворяет оценке $|\xi(t)| < \xi_0$, то без привлечения дополнительной информации разрешить эту задачу в реальном времени невозможно. Возникает вопрос, будет ли задача разрешима, если усилить условия и потребовать наличия у функции ξ ограниченной производной.

Теорема 1. Пусть функция $\xi(t)$ непрерывно дифференцируема и удовлетворяет условиям $|\xi(t)| \leq \xi_0$, $|\dot{\xi}(t)| \leq \xi_1$, а значение \hat{x}_0 таково, что для решения

уравнения (1) с начальным условием x_0 выполнено неравенство $x \leq \frac{\xi_0}{a}$ на сегменте $[0, t_0]$. Тогда если определено и справедливо неравенство

$$\left| \ln \frac{\xi_0}{(1-a)\xi_0 + a^2 \hat{x}_0} \right| \leq 2a,$$

то функцию $\xi(t)$ можно продолжить на $[t_0, +\infty)$ так, чтобы соответствующее решение уравнения с начальным условием \hat{x}_0 было ограничено.

Из этой теоремы вытекает неразрешимость задачи восстановления ограниченного решения в реальном времени при выполнении указанных условий. Вопрос о разрешимости в противном случае остается открытым.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00294-а) и гранта Президента РФ МК-4905.2021.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. В. Ильин, Е. И. Атамась, В. В. Фомичев. О задаче поиска ограниченного решения неустойчивого дифференциального уравнения // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 1. С. 111–116.
- [2] Е. И. Атамась. О восстановлении ограниченного решения линейного функционального уравнения // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 11. С. 1543–1545.

СИСТЕМА ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ РАБОЧИХ СТОЛОВ НА ОСНОВЕ KUBERNETES

Бадалян Давид Арменович¹, Борисенко Олег Дмитриевич², Кузнецов Сергей Дмитриевич³

¹ Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: dbadalyan@ispras.ru

² Институт системного программирования им. В.П. Иванникова, e-mail: borisenko@ispras.ru

³ Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: kuz@ispras.ru

Системы предоставления доступа к виртуальным рабочим столам востребованы сегодня. Согласно Market Research Future (MRFR), рынок подобных систем может достигнуть 25,496.3 миллионов долларов США с совокупным среднегодовым темпом роста 16.1% с 2018 по 2025 год [1]. Сегодня подобные системы чаще всего базируются на облачных системах, предоставляя доступ клиенту через специальное приложение, устанавливаемое на его локальный компьютер. При этом, необходимость установки специального приложения выставляет определенные требования к программной среде пользователя и его навыкам. В свою очередь, виртуальные машины, на которых базируются современные облачные системы, порой сложны в обслуживании и более ресурсозатратны, чем технологии контейнеризации, способные решать схожие задачи [2].

В рамках работы реализована система предоставления рабочих столов на основе Kubernetes. Инструмент реализован в виде сервиса с системой пользователей, предоставляющий доступ к рабочему столу через браузер. Система запакована в контейнер и может быть развернута в составе Kubernetes-кластера. После развертывания, инструмент осуществляет взаимодействие с Kubernetes в процессе исполнения запросов пользователей.

Графические приложения, поддерживаемые системой, также запакованы в контейнер, что облегчает добавление новых приложений администраторами системы. В процессе работы был создан набор рекомендаций, позволяющих модифицировать существующие контейнеры с графическими приложениями, для их добавления в систему. При этом, если графическое приложение нуждается в специфичных аппаратных ресурсах(например, в видеокарте), контейнер с данным приложением будет запущен на определенном вычислительном узле, в составе которого содержится необходимый ресурс.

Также приводится разработанная схема построения итогового рабочего стола, заключающаяся во взаимодействии нескольких контейнеров в среде Kubernetes. Таким образом, все исполняемые файлы не запускаются в одной контейнерной среде, что облегчает контроль за "итоговой сущностью". Взаимодействие между контейнерами осуществляется с помощью протокола передачи изображения NX [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Virtual Desktop Infrastructure (VDI) Market Growth Opportunities, Sales Revenue, Key Development Areas, Financial Overview, Developments and Regional Forecast 2025. Date of visit: 09.04.2021. URL: <https://www.marketwatch.com/press-release/virtual-desktop-infrastructure-vdi-market-growth-opportunities-sales-revenue-key-development-areas-financial-overview-developments-and-regional-forecast-2025-2021-02-19>
- [2] Soltesz S. et al. Container-based operating system virtualization: a scalable, high-performance alternative to hypervisors //Proceedings of the 2Nd ACM SIGOPS/EuroSys european conference on computer systems 2007. – 2007. – С. 275-287.
- [3] Pinzari G. F. NX X protocol compression //Internet Article,(Online) Sep. – 2003. – Т. 26.

О ДВУХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Баев Андрей Владимирович

Кафедра математической физики, e-mail: drbaev@mail.ru

Рассмотрено уравнение гиперболического типа с нелинейным коэффициентом при старшей производной, определяющим как скорость нелинейных волн,

так и характеризующим рассеивающие свойства среды:

$$u_{tt} = a^2(u)u_{xx} + (-1)^k a(u)(a(u))_x u_x, \quad x, t \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

Функцию $a(u)$ считаем четной, достаточно гладкой, и $a'(u) > 0$ при $u > 0$. Случаи $k = 1, 2$ приводят к принципиально различным результатам.

Среди решений (1) как в лабораторных экспериментах, так и в натуральных наблюдениях наиболее просто изучать установившиеся колебания типа бегущих волн. Для таких стационарных решений волн поставлены обратные задачи, состоящие в определении нелинейного коэффициента уравнения по зависимости периода от амплитуды стационарных колебаний.

Интегрируя ОДУ, описывающее установившиеся колебания, для функции $a(y)$, делая $y = u(x, t)$ независимой переменной, при $k = 1$ получаем:

$$4 \int_0^Y \frac{dy}{\sqrt{a^2(Y) - a^2(y)}} = T(Y), \quad (2)$$

где $T(Y)$ — период колебаний, Y — амплитуда. Полагаем, что T и Y являются величинами, доступными в измерениях при $0 \leq Y \leq H$.

Очевидно, что (2) — уравнение обратной задачи, является нелинейным функциональным уравнением типа Вольтерра I рода относительно $a(y)$. На основе исследования этого интегро-функционального уравнения установлены достаточные условия существования и единственности решения обратной задачи. Для решения функционального уравнения предложен алгоритм эволюционного типа, представлены решения модельных обратных задач.

В работе также представлены соответствующие результаты решения задачи при $k = 2$. В этом случае колебания являются режимом с обострением, а основное уравнение обратной задачи имеет вид:

$$4 \int_0^Y \sqrt{a^2(Y) - a^2(y)} dy = X(Y), \quad (3)$$

где $X(Y)$ — период колебаний, определяемый амплитудой Y . На основе исследования этого уравнения установлены достаточные условия единственности решения обратной задачи, предложен алгоритм решения, представлены решения модельных задач.

Работа выполнена при поддержке Московского математического центра.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ СЕТКИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

Барашков Игорь Сергеевич

Лаборатория математической физики, e-mail: baraskov@cs.msu.ru

В настоящей работе рассмотрено математическое моделирование электромагнитного поля в неоднородной среде с помощью метода интегральных

уравнений. Подробно изучен случай контрастных проводящих сред, когда проводящая неоднородность находится в плохо проводящей среде.

Эффект контрастности среды наиболее сильно проявляется в случае N -поляризованного двумерного электромагнитного поля в неоднородной среде. Поэтому численный эксперимент проводится именно для этого случая для модели грабена. Анализ численного решения интегрального уравнения в этом случае показал, что решение имеет плохую точность, когда в области неоднородности используется традиционная равномерная прямоугольная сетка, а узлы, в которых вычисляется электрическое поле, традиционно расположены в центре ячеек сетки. При этом ничего не делается для детализации поведения поля на границах неоднородности в надежде на то, что граничные условия будут учитываться сами собой автоматически. Не помогает даже использование метода повышенной фоновой проводимости, предложенного в работе [1].

Значительно более хороший результат был получен при совместном использовании метода повышенной фоновой проводимости и специальной неравномерной сетки с уменьшенными ячейками в верхнем ряду сетки и с узлами на верхней границе этих ячеек. В настоящей работе приводится обоснование этого результата с учётом сингулярности интегрального уравнения. Таким образом, показано, что учёт значений поля на границе неоднородности важен для правильного решения интегрального уравнения.

В настоящей работе выполнено сравнение решения, посчитанного с помощью интегрального уравнения и решения посчитанного с помощью конечно разностного метода. Получено очень хорошее совпадение результатов двух методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дмитриев В. И. Об использовании метода интегральных уравнений в низкочастотной электродинамике неоднородных контрастных сред // Труды «Прикладная математика и информатика». 2017. № 54. С. 50–56.

СРЕДСТВА АНАЛИЗА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ В DVM-СИСТЕМЕ

Бахтин Владимир Александрович, Рощина Ксения Андреевна

Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru, karoshchina@gmail.com

Для анализа производительности DVMH-программ в документации к DVM-системе [1-3] предложены некоторые рекомендации по анализу основных характеристик производительности, описан сценарий для отладки эффективности параллельных программ. Задача данной работы — упростить анализ эффективности программ при использовании данного сценария.

Во время выполнения DVMH-программы происходит накопление статистической информации о ходе выполнения, после чего она записывается в файл,

содержащий информацию о множестве различных характеристик производительности заданной программы. Далее этот файл преобразуется в json-формат [4] для последующей быстрой загрузки и визуализации.

Для анализа сложных и объёмных DVMH-программ характеристик выполнения всей программы целиком может быть недостаточно, поэтому DVM-система предоставляет возможности детализации этих характеристик применительно к отдельным частям программы — интервалам, размечаемым пользователем и/или компилятором.

В результате проделанной работы был создан визуальный инструмент для анализа и отладки эффективности выполнения параллельных программ, разработанных в рамках DVMH-модели. Данный инструмент можно использовать как самостоятельно, так и в составе Системы Автоматизированной Параллелизации ФОРтран-программ (системы SAPFOR) [5].

Приложение позволяет производить детальный анализ единичных статистик выполнения в отдельной вкладке «Анализ». На ней присутствуют: дерево интервалов программы, столбчатая диаграмма потерянному времени для выбранного интервала, а также его текст.

Кроме того, инструмент поддерживает возможность сравнения нескольких загруженных статистик. На вкладке «Сравнение» можно просмотреть диаграммы двух типов, а также произвести поинтервальный анализ с использованием пересечения деревьев интервалов сравниваемых статистик, что позволяет рассматривать программы с отличающейся интервальной структурой.

Эта возможность особенно важна для системы SAPFOR, т. к. позволяет сопоставлять различные версии параллельных программ, автоматически сгенерированных системой, оценить влияние разнообразных преобразований программы, выполняемых в процессе распараллеливания, а также найти наилучший вариант параллельной программы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Официальный сайт DVM-системы [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — URL: <http://dvm-system.org/>
- [2] Документация к DVM-системе [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — URL: <https://www.keldysh.ru/dvm/dvmhtml1107/rus/listr.html#Документация%20разработчика>
- [3] Bakhtin V.A., Krukov V.A. DVM-approach to the automation of the development of parallel programs for clusters // Programming and Computer Software. — 2019. — Vol. 45, no. 3. — P. 121-132.
- [4] JSON for modern C++ [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — URL: <https://github.com/nlohmann/json>
- [5] Диалог с программистом в системе автоматизации распараллеливания САПФОР [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/dialog-s-programmistomv-sisteme-avtomatizatsii-rasparallelivaniya-sapfor>

СРЕДСТВА ДЛЯ РАБОТЫ С КОНТРОЛЬНЫМИ ТОЧКАМИ В DVM-СИСТЕМЕ

Бахтин Владимир Александрович, Сапаев Дилшод Рахимович

Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru, s02200202@cs.msu.ru

При проведении высокопроизводительных вычислений представляется важным решение следующей задачи: разработать принципы сохранения контрольных точек за время, меньшее характерной продолжительности безотказной работы системы, и алгоритмы, обеспечивающие, в случае отказа части оборудования, быстрое автоматическое возобновление расчета на работоспособной части вычислительного поля.

Данная работа — это первый шаг в решении данной задачи. Цель данной работы — реализация средств для работы с контрольными точками в компиляторе C-DVMH и в системе поддержки выполнения DVMH-программ.

DVM-system — система, разработанная в Институте прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, позволяет разрабатывать параллельные программы для гетерогенных вычислительных кластеров с различными ускорителями [1].

В DVM-системе реализовано множество режимов работы с файлами [2]. Среди них, например, локальный режим, при котором каждый процесс пишет свои данные в отдельный файл. Параллельный режим, при котором каждый процесс пишет в выделенную область одного файла, а результат получается таким же, каким он был бы при записи последовательной программой. Для всех режимов записи реализованы их неблокирующие аналоги.

Для работы с контрольными точками были реализованы новые функции системы поддержки, которые основаны на использовании различных режимов работы с файлами, для языка C-DVMH были предложены новые директивы. Компилятор C-DVMH преобразует директивы создания, чтения, сохранения и синхронизации контрольных точек в соответствующие вызовы функций системы поддержки.

Компилятор C-DVMH и система поддержки поддерживают сохранение как распределенных массивов, так и скалярных переменных, нераспределенных массивов и подмассивов.

Возможности механизма контрольных точек были протестированы на тестах NAS NPВ [3]. Проверялась как корректность работы механизма, так и скорость сохранения контрольных точек в различных режимах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Официальный сайт DVM-системы [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — URL: <http://dvm-system.org/>
- [2] Реализация параллельного ввода-вывода в DVM-системе / В.А. Бахтин, В.А. Крюков, Н.В. Поддержюгина, М.Н. Притула // Труды международной конференции Суперкомпьютерные дни в России (26-27 сентября 2016 г., г. Москва), М.: Изд-во МГУ, 2016, С. 615-625
- [3] Официальный сайт NASA Advanced Supercomputing [Электронный ресурс]. — Электрон. дан. — <https://www.nas.nasa.gov/publications/npb.html>

МНОГОФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ ПОВТОРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА БИОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Белов Андрей Григорьевич¹, Полиенко Александра Евгеньевна², Белова Оксана Андреевна³

¹ ВМК МГУ, лаборатория обратных задач, e-mail: belov@cs.msu.ru

² ФГБНУ "ФНЦИРИП им. М.П.Чумакова РАН", e-mail: polienko.ae@yandex.ru

³ ФГБНУ "ФНЦИРИП им. М.П.Чумакова РАН", e-mail: mikasusha@bk.ru

В различных областях естествознания проводятся эксперименты с повторными наблюдениями (ПН) за объектами исследования при изменяемых внешних и внутренних условиях (факторах). Большинство известных методов обработки данных с ПН основан на предположениях о независимости наблюдений, их многомерной нормальности, ковариационной (корреляционной) однородности или симметрии. Такие предположения часто невыполнимы для реальных данных. Все это требует более внимательного подхода в выборе статистических методов обработки данных с ПН на основе сложных факторных моделей.

Рассматривается эксперимент, в котором для наблюдаемой популяции биологических объектов имеют место следующие характеристики: вид (A), состояние (B) (зараженность патогенами) и место обитания популяции (C). При изменяемых в фиксированных множествах значениях температуры окружающей среды (L) и времени суток (M) для каждого объекта проводится измерение некоторой характеристики h , например, степени активности, выраженной в высоте подъема. При этом количество объектов может различаться в зависимости от факторов A, B, C . Ставится задача определения степени влияния факторов A, B, C, L, M на результаты наблюдений h . Решение задачи проводится в форме проверки гипотез о равенстве групповых математических ожиданий методами дисперсионного анализа на основе многофакторной линейной модели. При этом особенности экспериментальных данных обуславливают специфику используемой модели, гипотез и критериев их проверки.

Сформулирована многофакторная модель поведения популяции биологических объектов, учитывающая особенности структуры исследуемых факторов и

ПН. Разработан в *R*-среде программный код, численно реализующий теоретические результаты исследований. На примере реальных экспериментальных данных по изучению активности популяции иксодовых клещей в различном состоянии строится трехфакторная модель их поведения в зависимости от места обитания, температуры окружающей среды и времени суток. Проведенные расчеты по проверке гипотез с помощью критерия Вальда и его модификаций показали, что результаты, иллюстрирующие их эффективность согласуются с проведенными модельными исследованиями в других работах.

РЕГУЛИРОВАНИЕ КОЛИЧЕСТВА ПОДПОТОКОВ ДЛЯ МНОГОПОТОЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИХ СКОРОСТИ

Беляева Ольга Константиновна¹, Степанов Евгений Павлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: olya_bel@arccn.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

Одним из методов обеспечения качества сервиса является использование многопоточных протоколов. Они разделяют поток данных, полученный от уровня приложения, на несколько подпотоков, что позволяет увеличить скорость передачи данных. [1] В работе рассматривается динамическое демультимплексирование, идея которого заключается в том, что новый подпоток выделяется в случае снижения суммарной скорости подпотоков ниже скорости, требуемой приложением. [2][3]

От момента старта нового подпотока до момента, когда его скорость достигнет остаточной пропускной способности маршрута, может пройти несколько секунд из-за процедуры трехкратного рукопожатия и фазы медленного старта алгоритма управления перегрузки. В этот период требование к скорости потока все ещё будет нарушаться.

Чтобы непрерывно поддерживать требуемую скорость, следует выделять новый подпоток заранее. В настоящей работе рассматривается задача прогнозирования нарушения требований приложения, то есть уменьшения суммарной скорости подпотоков ниже заданного порога.

Для описанной задачи проведена формальная постановка, в которой суммарная скорость подпотоков представлена как временной ряд. Был проведен обзор моделей прогнозирования [4][5][6], по результатам которого выбран метод дрейфа. Обзор проводился по следующим критериям: ресурсоемкость и обнаружение тренда.

Для решения поставленной задачи предлагается следующий подход: используя метод дрейфа вычисляется прогнозируемое значение скорости. Если оно меньше требования приложения, то открывается новый подпоток. Так как метод дрейфа экстраполирует прогнозируемое значение по двум точкам

временного ряда, то для повышения качества прогноза используется метод машинного обучения для выбора точек временного ряда. Предложенный подход реализован в ядре Linux. Эффективность решения будет исследоваться на стенде из [2] для топологий Интернет-провайдеров с динамической нагрузкой, генерируемой согласно распределению Вейбулла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Raiciu C. et al. How hard can it be? designing and implementing a deployable multipath TCP // 9th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 12). 2012. С. 399–412.
- [2] Степанов Е. П. Анализ эффективности демультиплексирования транспортных потоков // Моделирование и анализ информационных систем. 2019. Т. 26. №. 1. С. 170–190.
- [3] Chemeritskiy E., Stepanov E., Smeliansky R. Managing network resources with flow (de) multiplexing protocol // MATHEMATICAL and COMPUTATIONAL METHODS in ELECTRICAL ENGINEERING. 2015. Т. 53. С. 35–43.
- [4] Hyndman R. J., Athanasopoulos G. Forecasting: principles and practice. OTexts, 2014.
- [5] Чучуева И. А. Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия // Москва. 2012.
- [6] Светуных И. С., Светуных С. Г. Методы и модели социально-экономического прогнозирования. 2014. Т. 2.

ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПО НЕПРЕРЫВНЫМ И ДИСКРЕТНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ С КОРРЕЛИРУЕМЫМИ ШУМАМИ

Белянкина Татьяна Валерьевна¹, Кюнченкова Дарья Денисовна²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: tbelyank@mail.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: kyunchenkova.d@yandex.ru

В данной работе рассматривается задача фильтрации по непрерывно - дискретным наблюдениям с коррелируемыми шумами. К задачам такого типа относятся следующие задачи: задача сопровождения цели, определения её местоположения, скорости и ускорения, при этом результаты измерений могут поступать как постоянно, так и периодически, и сильно зашумлены; повышение точности определения координат для навигации беспилотных летательных аппаратов, когда есть взаимосвязь между наблюдениями непрерывного и дискретного датчиков.

Имеется ненаблюдаемый процесс $x(t)$ и его наблюдения: непрерывный $z(t)$ и дискретный $\eta(t_m)$ процессы: $dx(t) = -ax(t)dt + \phi_1 d\omega(t)$, $dz(t) = bx(t)dt +$

$+\phi_2 dv(t)$, $\eta(t_m) = cx(t_m) + \phi_4 \xi(t_m)$, где $a > 0$, b , c , ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_4 — константы, $\omega(t)$, $v(t)$ — стандартные белые гауссовы шумы, $\xi(t_m)$ — последовательность независимых одномерных гауссовых случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Требуется по совокупности непрерывных $z_0^t = \{z(s) : t_0 \leq s \leq t\}$ и дискретных $\eta_0^m = \{\eta(t_0), \eta(t_1), \dots, \eta(t_m); t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_m \leq t\}$ наблюдений найти оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку фильтрации $\mu(t)$ процесса $x(t)$, при условии корреляции шумов $E\{\xi(t_m) \cdot dv(t)\} = \phi_3$.

На основании теории стохастических процессов [1] и результатов [2], [3], при условии корреляции случайных ошибок $\xi(t_m)$ и $v(t)$, были получены формулы для оценок фильтрации $\mu(t_m)$ и её дисперсии $\Gamma(t_m)$ в моменты t_m поступления дискретных наблюдений, а также уравнения для оценок $\mu(t)$ и $\Gamma(t)$ на полуинтервалах $t_{m-1} \leq t < t_m$, когда оценка происходит только по непрерывным наблюдениям, при условии корреляции шумов.

Для анализа качества решения фильтра Калмана-Бьюси с коррелируемыми шумами была введена величина, равная отношению дисперсии в момент поступления дискретного наблюдения t_m , к дисперсии в момент времени t : $t \in [t_{m-1}, t_m)$. Эта величина показывает меру эффективности дискретного наблюдения и не превышает 1. При анализе графиков зависимости этой величины от параметров модели было получено, что дискретные наблюдения могут улучшить точность оценки в том случае, если дисперсия непрерывных наблюдений будет много больше дисперсии дискретных.

Было получено, что в случае коррелируемых случайных ошибок непрерывного и дискретного процессов, дискретное наблюдение почти не увеличивает точность непрерывной оценки, если величина ϕ_4 велика, и наоборот, если эта величина стремится к нулю, то возможно достижение практически безошибочного оценивания. Также было установлено, что если дисперсия по непрерывным наблюдениям будет много больше дисперсии в моменты поступления дискретных, то дискретные наблюдения могут улучшить точность оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. — Москва : Наука, 1965. — Т. 655.
- [2] Демин Н. С. и др. Теория оценивания и распознавания стохастических сигналов: учебное пособие. Ч. 1. 1983.
- [3] Демин Н. С., Петров В. В. Фильтр Калмана-Бьюси для коррелированных непрерывно-дискретных наблюдений //Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1978.

КРИПТОАНАЛИЗ ЭЦП НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННЫХ КВАЗИЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ С НИЗКОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПРОВЕРОК НА ЧЁТНОСТЬ

Беспалова Анастасия Павловна¹, Чижов Иван Владимирович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: a.p.bespalova@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: ichizhov@cs.msu.ru

Авторами статьи [1] была представлена схема подписи CFS с использованием модифицированного квазициклического кода с низкой плотностью проверок на четность (QC-LPDC), основанная на криптосистеме Мак-Элиса. Было проведено исследование устойчивости новой схемы к наиболее известным атакам для схемы CFS и QC-LDPC.

Была показана невозможность применения алгебраической атаки, идея которой состоит в нахождении матрицы, выполняющей роль проверочной, но не являющейся ей, с помощью нахождения векторов особого вида [2]. Выявлено, что результирующая система уравнений слишком велика для эффективного ее применения.

Для QC-LDPC также известна атака на декодирование информационного набора, предложенная Штерном [3]. В результате применения данной атаки вероятность нахождения кодового слова фиксированного веса для модифицированного QC-LDPC кода не является значительно меньше вероятности для оригинальных QC-LDPC кодов.

В процессе применения алгоритма CFS на основе стандартных QC-LDPC кодов требуется возможность декодирования результата выполнения хэш-функции, что является основным недостатком данной системы [4], так как вероятность успеха слишком мала, что требует большое количество итераций. Для оценки целесообразности применения данной модифицированной схемы ЭЦП на практике была проведена оценка вероятности попадания расширенного вектора в синдром (1):

$$P = \frac{1}{2^{n-2k}} \cdot \frac{t+1}{n+1} \cdot \frac{t^n}{n!} \quad (1)$$

Полученная оценка показывает наличие упомянутого выше недостатка и делает применение схемы на практике невозможным.

При анализе алгоритма расширения в тексте статьи [1] было выявлено, что на самом деле в схеме подписи используется не модифицированный открытый ключ, а стандартный. Был предложен скорректированный вариант подписи, позволяющий использовать преимущества и недостатки модифицированных кодов QC-LDPC, как и было задумано авторами статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sahu R., Tripathi B.P, A Code-Based Digital Signature Scheme Using Modified Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check Codes (QC-LDPC) // International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT). 2019. V. 8, I. 6
- [2] Faugere J., Algebraic cryptanalysis of McEliece variants with compact keys // Annual International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques. Springer. 2010. С. 279–298
- [3] Stern J., A method for finding codewords of small weight // International Colloquium on Coding Theory and Applications. Springer. 1988. С. 106–113
- [4] Finiasz M., Parallel-cfs // International Workshop on Selected Areas in Cryptography. Springer. 2010. С. 159–170

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ К ЗАКОНУ ПУАССОНА ДЛЯ ЧИСЛА ЦИКЛОВ В ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФАХ

Бобков Сергей Германович¹, Даньшина Мария Александровна², Ульянов Владимир Васильевич³

¹ Миннесотский университет, e-mail: bobkov@math.umn.edu

² ООО "САС Институт", e-mail: danschina.maria@yandex.ru

³ Кафедра математической статистики, e-mail: vulyanov@cs.msu.ru

Теория графов - область математики, которая нашла множество применений в различных прикладных задачах. Актуальным является направление, в рамках которого граф рассматривается с вероятностной точки зрения.

Впервые модель случайного графа была предложена П. Эрдемем и А. Реньи на рубеже 50-х 60-х годов XX-го века в [1] и независимо от них Е. Гильбертом в [2]. Рассматривается граф с n вершинами, в котором нет кратных ребер и петель. Две вершины i и j соединяются ребром с вероятностью $p : 0 < p < 1$ и независимо от всех остальных пар вершин. Таким образом реализуется классическая схема Бернулли с "вероятностью успеха" p . Естественным обобщением модели является предположение, что вероятность соединения двух вершин ребром основывается на их весах. Чем больше вес вершины, тем вероятнее соединение с наибольшим числом других вершин.

Т. Бриттон в [3] определил модель обобщенного случайного графа. Пусть $\{1, 2, \dots, n\}$ - набор вершин, а $W_i > 0$ - вес i -ой вершины, $1 \leq i \leq n$. Вероятность наличия ребра между i и j определяется выражением:

$$p_{ij} = (W_i W_j) / (L_n + W_i W_j),$$

где $L_n = \sum_{i=1}^n W_i$. При этом W_i может быть как постоянной, так и случайной величиной (с. в.).

Для произвольных целочисленных неотрицательных с. в. Y и Z определим расстояние между их распределениями $L(Y)$ и $L(Z)$ как

$$\|L(Y) - L(Z)\| \equiv \sup_{\|h\|=1} |Eh(Y) - Eh(Z)|,$$

где h – произвольная вещественная функция, определенная на $\{0, 1, 2, \dots\}$ и $\|h\| \equiv \sup_{m \geq 0} |h(m)|$.

Для $k \geq 3$ пусть $S_n(k)$ – число циклов длины k , т.е. замкнутых путей без повторяющихся вершин (за исключением первой и последней вершины). Будем предполагать, что $W_i, i = 1, 2, \dots, n$ – независимые одинаково распределенные с. в., распределенные как с. в. W . Пусть Z_k – с. в. с пуассоновским распределением с параметром $\lambda(k) = (EW^2/EW)^k/(2k)$. Справедлива следующая теорема (доказательство и обсуждение представлено в [4]).

Теорема 1. Для любого $k \geq 3$, верно

$$\|L(S_n(k)) - L(Z_k)\| = O(n^{-1/2}),$$

при условии, что $P(W > x) = o(x^{-2k-1})$, при $x \rightarrow +\infty$.

Доказательство теоремы опирается на асимптотический анализ моментов дробей $(X_1^2 + \dots + X_n^2)/(X_1 + \dots + X_n)$, где X_1, \dots, X_n – независимые одинаково распределенные с. в.. Данный анализ представляет независимый интерес.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] P. Erdos, A. Renyi, On Random Graphs. Publ. Math. Debrecen **6**, 290 – 297 (1959).
- [2] E.N. Gilbert, Random graphs. Annals of Mathematical Statistics **30**, 1141 – 1144 (1959).
- [3] T. Britton, M. Deijfen, A. Martin-Löf, Generating simple random graphs with prescribed degree distribution. J. Stat. Phys. **124**, 1377 – 1397 (2006).
- [4] S. G. Bobkov, M. A. Danshina, V. V. Ulyanov, On rate of convergence to the Poisson law of the number of cycles in the generalized random graphs. arXiv 2021, arXiv: 2101.06431

ТИПЫ ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ДОКУМЕНТОВ

Богатенкова Анастасия Олеговна¹, Козлов Илья Сергеевич², Гомзин Андрей Геннадьевич³

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: nastyboget@ispras.ru

² Институт системного программирования РАН, e-mail: kozlov-ilya@ispras.ru

³ Кафедра системного программирования, e-mail: gomzin@ispras.ru

В мире каждый год создаётся большое количество документов, объём которых многократно превышает возможности их неавтоматического анализа. Для автоматической обработки (например, поиска по документам, суммаризации

и т. д.) необходимо представить документ в удобном для обработки виде, т. е. выделить его структуру. В данной работе обозреваются различные способы выделения и представления структуры документа.

Типы структуры документов Для документов можно определить три основных типа структуры, которая из них выделяется [1]:

1. Физическая структура документа описывает то, как выглядит документ.
2. Логическая структура документа описывает разбиение документа на компоненты. Например, законы состоят из глав, главы разбиваются на статьи и так далее. Логическая структура строится на основе известной физической структуры и правил, задаваемых конкретным доменом.
3. Семантическая структура связана с задачей понимания содержимого текста.

Далее рассмотрим более подробно логическую структуру документов.

Типы логической структуры

- Документы могут представлять из себя последовательность вложенных друг в друга частей. Поэтому логическая структура документа может быть представлена в виде дерева [2].
- Произвольный граф позволяет представить разбиение документа на части (каждая часть является вершиной графа), а также описать порядок чтения частей [3].
- Документ может быть представлен в виде формальной грамматики: последовательностью правил, которые можно обработать с помощью специального парсера [4].
- Документ может быть представлен как плоская структура: последовательность частей какого-либо типа [5].

Форматы для представления структуры документов Для хранения и представления логической и физической структуры документа используется множество форматов, например, SGML, XML (и основанные на нём HTML, TEI, Office Open XML), ODA, JSON, PDF.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dori D. et al. The representation of document structure: A generic object-process analysis //Handbook of character recognition and document image analysis. 1997. – С. 421–456.
- [2] Желамская А. А. Лингвистическая структура деловой документации на материале французского и итальянского языков //М.: Институт языкознания РАН. 2017, С. 101–116.
- [3] Paaß G. Konya I. Machine learning for document structure recognition //Modeling, Learning, and Processing of Text Technological Data Structures. – Springer, Berlin, Heidelberg 2011, С. 221–247.

- [4] Namboodiri A. M., Jain A. K. Document structure and layout analysis //Digital Document Processing. – Springer, London 2007. С. 29–48.
- [5] Kim T. et al. A Machine-Learning Based Approach for Extracting Logical Structure of a Styled Document //TIIS. 2017. Т. 11, № 2. С. 1043–1056.

ЭТАП ПЕРЕСТРОЙКИ В РАЗРЫВНОМ МЕТОДЕ ЧАСТИЦ БЕЗ ГИПОТЕЗЫ ОБ ИХ ФОРМЕ

Богомолов Сергей Владимирович, Филиппова Мария Анатольевна¹,
Кувшинников Артем Евгеньевич²

¹ Кафедра вычислительной математики, e-mail: bogomo@cs.msu.ru, i.pavlov-psu@yandex.ru

² ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: kuvsh90@yandex.ru

Особенностью нового варианта разрывного метода частиц является минимальное размазывание разрывов, благодаря новому критерию перестройки частиц. В отличие от ранее использовавшегося варианта [1–3], мы анализируем не перекрытие частиц, что требует предположение об их форме, а используем ключевую характеристику частиц, а именно, их массу. Мы делаем предположение о том, что в нелинейном упругом переносе сохраняются не только массы частиц, но и масса, находящаяся между центрами этих частиц. Это требование приводит к тому, что изменение расстояния между частицами в процессе их сдвига и сохранение массы в пространстве между ними, приводят к изменению плотности одной из частиц. На рисунке 1 показано решение задачи двумерного квазилинейного уравнения переноса. Скорость разрыва (жирная черная линия) вычисляется верно.

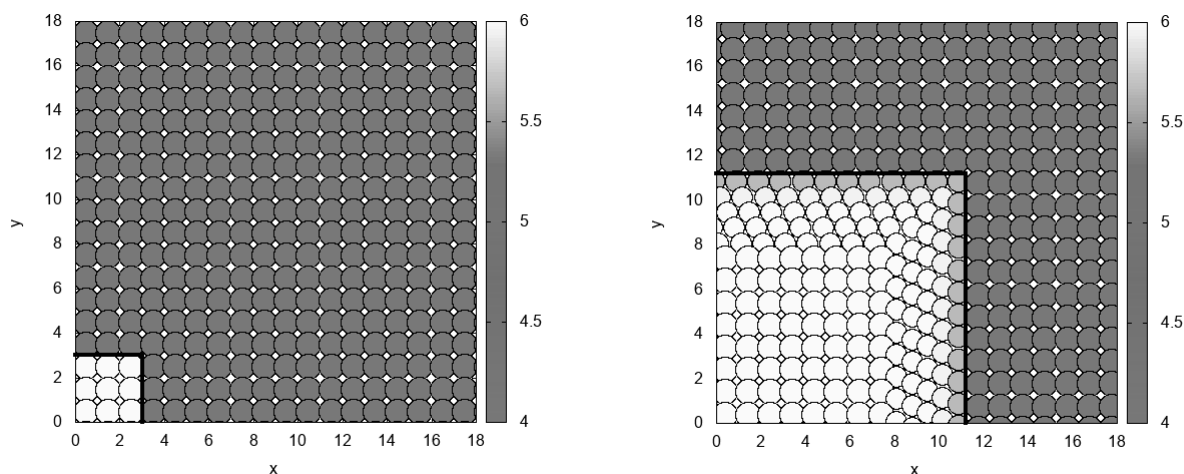


Рис. 1: Метод частиц. Круги — частицы, черная линия — разрыв.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Богомолов С. В., Кувшинников А. Е. Разрывный метод частиц на газодинамических примерах // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 2. С. 63–77.

- [2] Богомолов С. В., Павлов И. В., Кувшинников А. Е. Разрывный метод частиц. Двумерный случай // Ломоносовские чтения: научная конференция, Москва, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 2020 г. Тезисы докладов. — Секция Вычислительной математики и кибернетики. Москва: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ, 2020. С. 34–36.
- [3] Bogomolov S. V., Filippova M. A., Kuvshinnikov A. E. A discontinuous particle method for the inviscid Burgers' equation // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1715. P. 012066.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ СТАТИЧЕСКИХ СООБЩЕСТВ

Богомолов Сергей Владимирович¹, Юрмальник Роман Юрьевич²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.su

² Кафедра математики и информатики Казахского филиала МГУ, e-mail: yurmalnik.roman@mail.ru

В нашей работе мы исследуем временную динамику популяции растительных сообществ [1], используя аппарат стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) [2] для формализации микроскопической модели:

$$\begin{cases} dx_i(t) = 0, \\ d\eta_i(t) = \mathbb{B}\eta - \mathbb{D}\eta, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

где x_i координата – место в котором может появиться растение, одно из двух состояний η_i : 0 - особи нет или 1 - особь присутствует $\eta = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N\}$. Наши индивиды остаются неподвижны. Введём операторы \mathbb{B} рождения и \mathbb{D} гибели:

$$\mathbb{B}\eta = \bigvee_{\substack{j \neq i, \\ x_j \in R_b}} \delta(\eta_i(t), 0) \delta(\eta_j(t), 1) b_{ij}(dt), \quad (2)$$

$$\mathbb{D}\eta = \left(\bigvee_{\substack{j \neq i \\ x_j \in R_d}} \delta(\eta_i(t), 1) \delta(\eta_j(t), 1) b_{ij}(dt) \right) \vee \delta(\eta_i(t), 1) b_{ij}(dt). \quad (3)$$

Мы используем символ Кронекера и независимые меры Бернулли $b_{ij}(dt)$ с показателями λ_{ij}

$$\delta(k, l) = \begin{cases} 1 & \text{if } k = l, \\ 0 & \text{if } k \neq l. \end{cases} \quad b_{ij}(dt) = \begin{cases} 1 & \text{с вероятностью } \mathbb{P} = \lambda_{ij}(dt), \\ 0 & \text{с вероятностью } \mathbb{P} = 1 - \lambda_{ij}(dt). \end{cases}$$

Переход (2) из состояния 0 в состояние 1 (в пустой лунке возникает растение) происходит с вероятностью $\lambda_{01} = b dt$, если изначально в точке x_i состояние $\eta_i = 0$ и в пределах радиуса рождения R_b есть x_j с состоянием $\eta_j = 1$. \bigvee - это оператор дизъюнкции, который отвечает за радиус взаимодействия и показывает, что достаточно хотя бы одного благоприятного исхода.

Компонент в скобках в (3) описывает смертность в результате конкуренции. Возможность перехода из состояния 1 в состояние 0 с вероятностью $\lambda_{11} = d' dt$, если изначально в точке x_i состояние $\eta_i = 1$ и в радиусе конкуренции R_d есть x_j с состоянием $\eta_j = 1$. После скобки стоит вторая дизъюнкция, потому что каждый индивид в любом случае умирает с вероятностью $\lambda_{1j} = d dt$. Так как возможны множество благоприятных исходов, для смерти достаточно хотя бы одного.

Введем нормированную численность популяции: $F(t) = \frac{1}{N} \sum_i^N \delta(\eta_i(t); 1)$, и исследуем её стационарное значение для различных наборов параметров. Ограничения на параметры: $0 < d, d', b < 1$, $d, d' < b$, $R_b > 0$, $R_d > 0$. Ниже приведены результаты численных расчетов с параметрами: dt – шаг по времени 0.01, b – вероятность рождения 0.6, R_b – на рисунке, d – вероятность эндогенной смерти 0.2, d' – на рисунке, R_d – радиус конкурентности 0.04. Рис. 1 показывает поведение популяции с переменными силой конкуренции

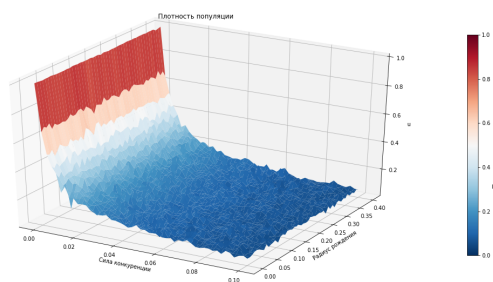


Рис. 1: Расчеты с $d' =$ от 0 до 0.1, $R_b =$ от 0 до 0.4

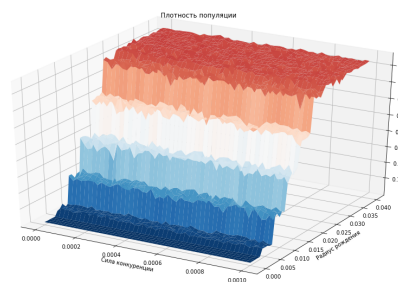


Рис. 2: Расчеты $d' =$ от 0 до 0.001, $R_b =$ от 0 до 0.04

и дальностью разлета семян. На рис. 2 можно заметить что при маленьком радиусе рождения численность популяции стремиться к нулю, а при большом – уравнивает высокую смертность от конкуренции.

В дальнейшей перспективе планируется переход к макро-модели [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Галкин Е. Г., Никитин А. А. Стохастическая геометрия для моделирования популяционной динамики модель дикмана с неподвижными особями // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2020. № 2. С. 11-18
- [2] Богомолов С. В., Захарова Т. В. “Уравнение Больцмана без гипотезы молекулярного хаоса”, Матем. моделирование, 33:1 (2021), С. 3–24

РАСШИРЕНИЕ СТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА SVACE ДЛЯ ПОИСКА ОШИБОК В ПРОГРАММАХ НА ЯЗЫКЕ GO

Болотников И. В.¹, Бородин А. Е.², Белеванцев А. А.³

¹ Студент 2 курса магистратуры ВМК МГУ, e-mail: igor.bolotnikov@ispras.ru

² Научн. сотр. ИСП РАН, e-mail: alexey.borodin@ispras.ru

³ Профессор кафедры СП ВМК МГУ, e-mail: abel@ispras.ru

Существуют ошибки, которые могут возникать при написании кода на многих языках программирования: разыменованное нулевое указатель, выход за пределы массива, целочисленное переполнение, двойное освобождение ресурсов и многие другие. Поэтому при реализации статического анализатора нового языка разумно использовать существующий инструмент анализа других языков для тех ошибок, которые являются общими, и при необходимости расширить его возможности для поиска специфических дефектов. Целью работы являлось дополнение существующего статического анализатора Svace [1], разработанного для анализа языков C/C++, Java, Kotlin, чтобы он также мог быть применим к программам на Go.

Для решения задачи были предприняты следующие шаги:

1. Был выбран инструмент ssadump [2], имеющий ближайшее к анализатору промежуточное представление для языка Go, и в его рамках была реализована кодогенерация в формате JSON.
2. Был реализован парсер данного представления со стороны анализатора, а также добавлена обработка большинства новых конструкций языка Go, которые являются существенными для поиска ошибок, допускаемых и в других языках.
3. Был модифицирован инструмент перехвата сборки [3], чтобы в точности воспроизводить шаги компиляции программы на языке Go и обрабатывать их с целью генерации промежуточного представления.
4. В рамках ssadump также были реализованы построение и генерация DXR-представления Go-программы для наглядности демонстрации найденных предупреждений.
5. В рамках ssadump было реализовано шесть легковесных детекторов дефектов на основе АСД языка Go.
6. В рамках полновесного анализатора svace было реализовано два детектора, специфических для языка Go.
7. Также были адаптированы восемь существующих детекторов.

Для оценки результатов мы выполнили анализ для 10 проектов с открытым исходным кодом. В среднем перехват сборки медленнее оригинальной сборки в 3,16 и 4,2 раза в зависимости от того, включены ли легковесные детекторы

модифицированного `ssadump`. Время основного анализа — в 7,67 раз. Перехват вместе с анализом медленнее оригинальной сборки в 11,88 раз. Мы считаем это приемлемым временем анализа за возможность найти нетривиальные ошибки. Для каждого типа мы вручную разметили хотя бы 20 предупреждений для оценки качества детекторов. В среднем доля истинных срабатываний составила 76%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Иванников В. П. и др. Статический анализатор `Svace` для поиска дефектов в исходном коде программ //Труды Института системного программирования РАН. – 2014. – Т. 26. – №. 1.
- [2] <https://pkg.go.dev/golang.org/x/tools/cmd/ssadump>
- [3] Белеванцев А. А., Избышев А. О., Журихин Д. М. Организация контролируемой сборки в статическом анализаторе `Svace` //Системный администратор. – 2017. – №. 7-8. – С. 135-139.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ РАНЖИРОВАНИЯ В БОЛЬШИХ БАЗАХ СЛОВСОЧЕТАНИЙ

Большакова Елена Игоревна, Дорофеева Алла Александровна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: eibolshakova@gmail.com, alexdor@mail.ru

Особенностью любого естественного языка являются устойчивые словосочетания (коллокации). Круг таких словосочетаний довольно широк: фразеологизмы (*бить баклуши*), многословные термины (*лошадина сила*), словосочетания, в которых один компонент употребляется не в прямом значении (*крепкий напиток*), а также частотные выражения (*экономический кризис*). Поскольку устойчивость словосочетаний существенно зависит от конкретного языка, коллокации накапливаются в словарных ресурсах для применения в задачах автоматической обработки текстов (АОТ).

Для русского языка созданы большие базы словосочетаний в системе КроссЛексика [1] и корпусе `CoSyCo` [2]. Обе базы содержат словосочетания разных типов и включают не только устойчивые, но и обычные словосочетания, каких большинство в языке. Система КроссЛексика создавалась как многофункциональный словарь для обучения языку и помощи при написании текстов, и словосочетания подбирались автором вручную. Корпус `CoSyCo` разработан для лингвистических исследований и применения в задачах АОТ, словосочетания извлекались из большой текстовой коллекции автоматически, и объем базы существенно больше. Однако в обеих базах словосочетания не упорядочены по устойчивости, что для КроссЛексики является недостатком, т.к. пользователей в первую очередь интересуют устойчивые.

В докладе рассматривается задача упорядочения (ранжирования) словосочетаний КроссЛексики с помощью известных статистических мер ассоциации

(MI, MI3, Log-Dice и др.), применяемых для выявления устойчивых словосочетаний в текстовых коллекциях. Для численной оценки устойчивости эти меры учитывают как частоту встречаемости словосочетания в коллекции, так и частоту встречаемости его компонентов.

Для исследования были взяты пять мер ассоциации, значения которых рассчитывались автоматически на двух больших текстовых коллекциях разных жанров, для 30 частотных существительных и их сочетаний с прилагательными. Оценка качества полученного ранжирования словосочетаний по степени их устойчивости проводилась на основе метрики средней точности и экспертной оценки. По результатам экспериментов определена мера ассоциации, наилучшая для ранжирования словосочетаний рассмотренного вида.

Поскольку не все словосочетания, представленные в КроссЛексике, были обнаружены в обработанных коллекциях, но они присутствовали в базе CoSyCo, дополнительно было проведено сравнение найденного упорядочения с ранжированием рассматриваемых словосочетаний, на основе представленной в CoSyCo статистики и доступных для этой базы двух мер ассоциации. По результатам сравнения предложен способ расширения набора словосочетаний КроссЛексика новыми устойчивыми словосочетаниями из CoSyCo.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Большаков И. А. КроссЛексика — большой электронный словарь сочетаний и смысловых связей русских слов // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: по материалам ежегодной международной конференции «Диалог 2009». Вып. 8 (15). М.: РГГУ, 2009. С. 45–50.
- [2] Klyshinsky E., Lukashevich N., Kobozeva I. Creating a corpus of syntactic co-occurrences for Russian // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Proceedings of the International Conference «Dialogue 2018», Issue 17 (24). Moscow, 2018. P. 311–324.

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ПЛАТФОРМЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ АСИНХРОННЫХ АГЕНТОВ В КОНКУРЕНТНОЙ СРЕДЕ

Бугаев Сергей Александрович, Чернов Александр Владимирович

Кафедра интеллектуальных информационных технологий,
e-mail: bugaevc@gmail.com, blackav@gmail.com

Автоматическая торговая система (торговый робот) — компьютерная программа для автоматического заключения торговых сделок. Основной подход, используемый для получения данных для обучения и тестирования торговых стратегий, в том числе с применением машинного обучения, — это тестирование на исторических данных (бэктестинг) [1]. При его использовании оказывается

потерянной или неучтённой информация о таких важных характеристиках, как разница между ценой продажи и ценой покупки, размер спроса и предложения, состояние биржевого стакана заявок, алгоритм исполнения заявок, задержка и скорость реакции системы, влияние участника торгов на рынок.

В рамках данной работы была разработана и апробирована распределённая платформа для обучения и тестирования торговых роботов в условиях, реалистично моделирующих биржевую торговлю. В неё входят биржевое торговое ядро, низкоуровневая и высокоуровневая библиотеки для реализации торговых алгоритмов, а также компоненты, ответственные за управление этапами жизненного цикла торговых роботов, за сбор метрик их эффективности и за автоматический подбор оптимальных параметров торговых алгоритмов.

Для взаимодействия между компонентами платформы используются технологии AMQP, REST API, WebSocket. Для изоляции исполнения кода из недоверенных источников используются такие технологии Linux, как контрольные группы и пространства имён. Для оценки эффективности работы торговых алгоритмов используются коэффициент Шарпа (1) и Calmar—коэффициент (2) [2]. Для подбора значений параметров строится адаптивная n -мерная сетка параметров, по которой оптимизируются значения метрик.

$$S_a = \frac{E[R_a - R_b]}{\sigma_a} \quad (1)$$

$$C(T) = \frac{R(T)}{MDD(T)} \quad (2)$$

Разработанная платформа является распределённой и рассчитана на работу на кластере исполнительных узлов в облачной среде. Проведена экспериментальная апробация платформы в конфигурации для облачных вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hu Z., Zhao Y., Khushi M. A Survey of Forex and Stock Price Prediction Using Deep Learning // Applied System Innovation, 2021. № 4, статья 9.
- [2] Magdon-Ismail M., Atiya A. F. Maximum Drawdown // Risk Magazine. 2004. Т. 17, №. 10, С. 99–102.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТЕПЕНИ ПОРАЖЕНИЯ ЛЕГКИХ ПРИ COVID-19 НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Васильев Юлий Алексеевич, Петровский Михаил Игоревич, Машечкин Игорь Валерьевич

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: yuliiivasiliev@gmail.com, michael@cs.msu.ru, mash@cs.msu.ru

Всемирная организация здравоохранения 11 марта 2020 года объявила пандемию по заболеванию COVID-19, вызываемому вирусом SARS-CoV-2. В условиях пандемии коронавирусной инфекции компьютерная томография органов грудной клетки (далее - КТ) занимает важное место в диагностике заболевания.

Результаты КТ могут служить предикторами необходимости госпитализации в стационар и вероятности неблагоприятного исхода в отделении интенсивной терапии. Однако, существуют и недостатки КТ: низкая ресурсоемкость, высокие экономические затраты, проблемы радиационной безопасности пациентов и медицинского персонала.

В качестве альтернативного диагностического инструмента разработан способ оценки степени изменения легочной ткани при COVID-19 в экспресс режиме на основе физикальных и клинических признаков пациента.

Из полученных из средств автоматизации города данных была подготовлена выборка, содержащая данные пациентов, которым была проведена КТ. Выборка содержит осмотровые признаки (частота дыхания, температура тела и т.д.), анамнез (хронические заболевания, возраст, пол и т.д.) и результаты лабораторных анализов (включается общий анализ крови, общий анализ мочи и биохимический анализ).

Общий объем выборки составил 200 тысяч записей. Выборка была разделена на обучающую и тестовую часть рандомизированным образом. Обучающая выборка использована для построения прогнозных моделей. Тестовая – для оценки точности/достоверности работы модели.

В качестве прогнозных моделей рассматривались как классические алгоритмы машинного обучения: ансамбль деревьев решений (метод случайного леса), бустинг ансамбля деревьев решений (метод градиентного бустинга), так и алгоритмы, основанные на нейронных сетях (рассматривался многослойный перцептрон, регуляризованная нейронная сеть, ансамбль нейронных сетей).

С использованием вышеописанных алгоритмов были построены модели классификации, обеспечивающие решение следующих прикладных задач:

1. Определение вероятности легкой степени тяжести (КТ 0-1) – пациент не требует госпитализации и может проходить лечение на дому

2. Определение вероятности тяжелой пневмонии (КТ 3-4)– пациент должен быть незамедлительно госпитализирован в стационар для проведения интенсивной терапии

При построении моделей был проведен анализ всех используемых факторов на степень значимости. Значимость фактов определялась алгоритмически, без участия человека.

Точность построенных моделей проверялась на тестовой выборке. В качестве метрик качества использовалась площадь под рок-кривой (roc auc). После проведения экспериментов наиболее перспективной моделью стала модель, основанная на бустинге ансамбля деревьев решений. На задаче классификации КТ 0-1 качество модели достигает 0.9307, на задаче классификации КТ 3-4 качество достигает 0.9542.

В рамках взаимодействия с ГKB №67 г. Москвы был разработан и внедрен в московскую систему ЕМИАС КТ-калькулятор (<https://ct.emias.mos.ru/>), доступ к которому открыт врачам не только Москвы, но и других регионов (<https://www.sobyenin.ru/kalkulyator-pnevmonii-ii-dlya-diagnostiki-covid-19>).

Благодаря разработанному ПО минимизируется необходимость использования КТ для оценки категории изменений легочной ткани при COVID-19. Определение степени изменений в легочной ткани в экспресс режиме позволяет осуществить своевременную госпитализацию в стационар пациентов с высокой вероятностью тяжелого течения пневмонии за счет сокращения диагностического этапа амбулаторного КТ-центра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Biau G. Analysis of a random forests model. The Journal of Machine Learning Research. 2012.
- [2] Dmitrienko A., Koch G. G. Analysis of clinical trials using SAS: a practical guide. SAS Institute, 2017.
- [3] Lenz S. T. Glenn A. Walker, Jack Shostak: Common statistical methods for clinical research with SAS examples 3rd edition, 2012.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

**Васин Александр Алексеевич, Григорьева Олеся Максимовна,
Шендяпин Артем Сергеевич**

Кафедра исследования операций, e-mail: foravas@yandex.ru, olesyagrigez@gmail.com,
artemij.shendyapin@yandex.ru

Развитие электроэнергетики является важной задачей с точки зрения ускорения темпов роста российской экономики. Ее решение связано с использованием

новых экономических и технических инструментов для оптимизации производства и потребления электроэнергии.

Накопители энергии - это новый инструмент повышения эффективности оптовых рынков электроэнергии. Накопители электрической мощности позволяют перераспределять энергию, производимую в течение дня, обеспечивать баланс спроса и предложения в любое время и снижать общие производственные затраты. В частности, накопители способствуют эффективному использованию возобновляемых источников энергии (ВИЭ). Объем поставляемой ими энергии является случайной величиной, зависящей от погодных условий. В ситуации, когда необходимо гарантировать поставку энергии всем потребителям, при неблагоприятных условиях она должна быть заменена энергией из других источников. Энергоаккумуляторы обеспечивают эффективную замену. Еще один инструмент для той же цели - тарифное регулирование, направленное на перевод части потребления из пиковой зоны графика в непиковое время суток. Выравнивание кривых суточной нагрузки потребителей снижает потребность в генерирующих мощностях, передаче и производственных затратах.

Настоящая работа направлена на разработку математических моделей для расчета оптимальных тарифных ставок и оптимального управления накопителем энергии для оптового рынка электроэнергии. Исследуется случай, когда управление накопителем основано на надежном прогнозе случайных факторов на интервал планирования (на сутки вперед). Также обсуждается проблема расчета оптимальных параметров накопителя. В нашем предыдущем исследовании [1, 2] были рассмотрены некоторые ситуации с неполной информацией о случайных факторах.

Модели рынка электроэнергии, учитывающие указанные новые факторы, разработаны в ряде научных работ. В [3] учитывается неэластичный спрос со стороны потребителей, включающий в себя почасовые составляющие необходимого объема, а также сменную нагрузку, которую можно перераспределять в течение дня с учетом стоимости перехода с наиболее выгодного времени на менее удобное время. В статье [4] обсуждается проблема создания оптимального графика генерации с точки зрения минимизации затрат и выбросов. В статье [5] рассматривается аналогичная проблема минимизации затрат и выбросов в рамках стохастической модели и используется вероятностная концепция доверительных интервалов для оценки неопределенности прогнозирования.

Основное внимание в настоящем исследовании уделяется максимальному повышению общественного благосостояния оптового рынка электроэнергии с помощью устройств накопителей энергии и регулирования тарифов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00533-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Vasin A. A., Grigoryeva O. M. On Optimizing Electricity Markets Performance // Optimization and Applications. 2020. V. 12422. P. 272–286.

- [2] Васин А. А., Григорьева О. М., Шендяпин А. С. Новые инструменты и задачи регулирования рынка электроэнергии // Известия РАН. Теория и системы управления. 2021. № 3.
- [3] Aizenberg N., Stashkevich T., Voropai N. Forming rate options for various types of consumers in the retail electricity market by solving the adverse selection problem // International Journal of Public Administration. 2019. V.2. № 5. P. 99–110.
- [4] Nazari A., Keypour R. Participation of responsive electrical consumers in load smoothing and reserve providing to optimize the schedule of a typical microgrid // Energy Systems. 2019. V. 11. P. 885–908.
- [5] Yaagoubi N., Mouftan H. T. User-aware game theoretic approach for demand management // IEEE Transactions on Smart Grid. 2015. V. 6. № 2. P. 716–725.

ЗАДАЧА РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ПОБЕДЫ В МОДЕЛИ ДВУСТОРОННЕГО БОЯ

Васин Александр Алексеевич, Цыганов Никита Игоревич

Кафедра исследования операций, e-mail: foravas@yandex.ru, nikita--93@mail.ru

Рассматривается динамическая модель, предназначенная для описания столкновений небольших групп войск, численности которых не превышают 1000 единиц. Такие столкновения нередко происходят в современных условиях. Каждая сторона характеризуется начальной численностью, вероятностью уничтожения единицы противника собственной единицей за один период боя, а также критическим уровнем потерь, при достижении которого сторона прекращает бой и считается проигравшей. Ставится задача расчета вероятностей побед сторон. Исследуется динамика средних численностей (ДСЧ, см. также [1]). Изучается случай, в котором одна из сторон обнаруживает только часть единиц противника. Анализируется влияние эффективности обнаружения на исход боя. Исследуется изменение вероятности победы при пропорциональном увеличении начальных численностей сторон, устанавливается связь с ДСЧ. Предлагается алгоритм расчета вероятностей побед. Находится приближенная формула, определяющая вероятность победы стороны в бою.

Пусть $N_x(t)$, $N_y(t)$ - численности сторон в начале периода t . В каждый период одна единица может обстреливать только одну единицу противника, при этом Π_i - вероятность уничтожения единицы противника единицей стороны i , $L_i \in (0, 1]$ - критический уровень потерь (порог) стороны i , при достижении которого она считается проигравшей, $i \in \{X, Y\}$.

Пусть потери в каждом периоде t совпадают со своими математическими ожиданиями, а $1/k$, $k \geq 1$, - доля единиц стороны X , которые обнаруживаются и по которым равномерно распределяются огневые средства стороны Y .

Получаем следующую динамику средних численностей:

$$\bar{N}_x(t+1) = \begin{cases} \bar{N}_x(t) \left(1 - \frac{1}{k}(1 - (1 - \Pi_y)^{k\bar{M}(t)})\right), & \bar{M}(t) \geq \frac{1}{k}, \\ \bar{N}_x(t) (1 - \Pi_y \bar{M}(t)), & \bar{M}(t) < \frac{1}{k}. \end{cases}$$

$$\bar{N}_y(t+1) = \begin{cases} \bar{N}_y(t) (1 - \Pi_x / \bar{M}(t)), & \bar{M}(t) \geq 1, \\ \bar{N}_y(t) (1 - \Pi_x)^{1/\bar{M}(t)}, & \bar{M}(t) < 1, \end{cases}$$

где $t = 1, 2, \dots$, $\bar{M}(t) = \bar{N}_y(t) / \bar{N}_x(t)$. Введем следующую величину:

$$F(M) = \begin{cases} \frac{1 - \Pi_x / M}{1 - (1 - (1 - \Pi_y)^{kM}) / k}, & M \geq 1, \\ \frac{(1 - \Pi_x)^{1/M}}{1 - (1 - (1 - \Pi_y)^{kM}) / k}, & M \in [\frac{1}{k}, 1), \\ \frac{((1 - \Pi_x)^{1/M}) / (1 - \Pi_y M)}{((1 - \Pi_x)^{1/M}) / (1 - \Pi_y M)}, & M < \frac{1}{k}. \end{cases}$$

Теорема 1. В данных предположениях отношение численностей войск меняется согласно уравнению $\bar{M}(t+1) = \bar{M}(t)F(\bar{M}(t))$. Если для начальных численностей $N_x(1), N_y(1)$ выполнено $F(M(1)) > 1$, то $\bar{M}(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$ (победа стороны Y в ДСЧ); если же $F(M(1)) < 1$, то $\bar{M}(t) \rightarrow 0$ (победа стороны X в ДСЧ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Краснощеков П. С., Петров А. А. Принципы построения моделей. М.: Изд-во МГУ, 1983. 264 с.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ВЕРСИЯ ФРЕЙМВОРКА ДЛЯ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ЖУРНАЛОВ СООБЩЕНИЙ БОЛЬШОГО ОБЪЁМА

Воробьёв Михаил Юрьевич¹, Григорьева Мария Александровна², Жуков Константин Андреевич³, Коробков Сергей Викторович⁴

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: m.vorobyov@cs.msu.ru

² Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ, e-mail: maria@srcc.msu.ru

³ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: zhukov_k@cs.msu.ru

⁴ Лаборатория вычислительной техники, e-mail: korobkovserg@cs.msu.ru

Анализ и обработка журналов событий — важная часть мониторинга современных комплексных вычислительных инфраструктур, для чего создаются соответствующие программные средства[1]. Так например, для эксперимента ATLAS на БАК разрабатывается фреймворк ClusterLogs*, призванный разбивать большие объемы сообщений об ошибках и связанных с ними метаданных на кластеры.

*<https://github.com/maria-grigorieva/ClusterLog>

ClusterLogs выполняет кластеризацию в несколько этапов: токенизация, очистка строк по регулярным выражениям, перегруппировка исходных данных по идентичным сообщениям и кластеризация. При выполнении многократного ретроспективного анализа данных, когда количество строк составляет десятки миллионов, время обработки существенно увеличивается. В представленной работе предложен метод распараллеливания первых трех подготовительных этапов, поскольку именно они являются наиболее ресурсоемкими, и на их выполнение тратится большая часть времени.

Поддержка параллельного выполнения была выполнена с использованием библиотеки MPI. Реализован метод параллельного чтения текстового файла частями равного объема. На этапах токенизации и очистки элементы журнала обрабатываются независимо, поэтому было применено распараллеливание по данным. Этап перегруппировки требует обхода по всем данным для создания каждой группы, поэтому он был разделен на локальную (для перегруппировки данных внутри одного процесса) и итоговую части (для объединения групп, полученных на разных процессах).

Тесты производительности были выполнены на вычислительном кластере факультета ВМК МГУ Ролус. Был использован публично доступный журнал сообщений системы RAS суперкомпьютера Blue Gene/L Ливерморской национальной лаборатории[2]. Из него были сделаны выборки объёмом от 1,0 до 4,5 млн. сообщений. Тесты показали явное уменьшение времени выполнения распараллеленных этапов и сокращение общего времени выполнения программы на порядок, что можно видеть на рис. 1.

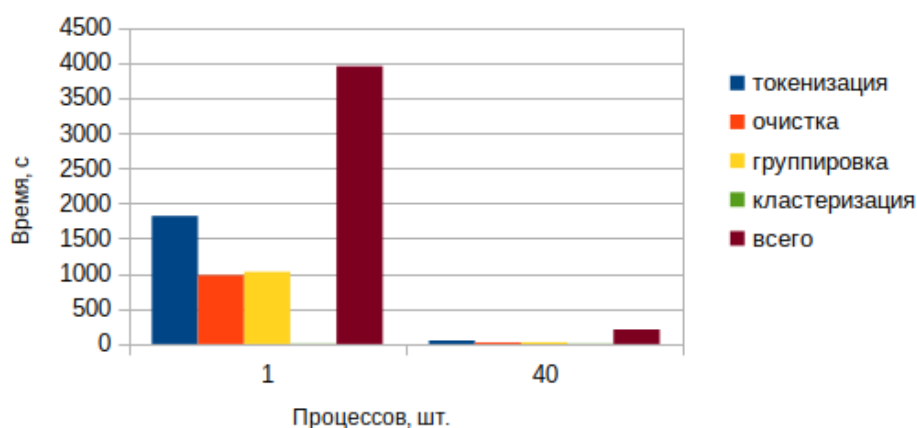


Рис. 1: Распределение времени работы параллельной версии алгоритма по этапам для 1 и 40 процессов для выборки из 4,5 млн. сообщений журнала Blue Gene/L.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-71-10003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zhu J. и др. Tools and Benchmarks for Automated Log Parsing // 2019 IEEE/ACM 41st International Conference on Software Engineering: Software Engineering in Practice (ICSE-SEIP). Montreal, QC, Canada: IEEE, 2019. С. 121–130.
- [2] Oliner A., Stearley J. What supercomputers say: A study of five system logs // 37th Annual IEEE/IFIP International Conference on Dependable Systems and Networks (DSN'07). IEEE, 2007. С. 575–584.

ОБ ОЦЕНИВАНИИ ПАРАМЕТРОВ

ГАММА-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Воронцов Михаил Олегович, Кудрявцев Алексей Андреевич, Недоливко Юлия Николаевна, Шестаков Олег Владимирович

Кафедра математической статистики, e-mail: m.vtsov@mail.ru, nubigena@mail.ru, mouse98@mail.ru, oshestakov@cs.msu.su

Применительно к моделям, описывающим реальные явления при помощи непрерывных распределений, имеющих неограниченные неотрицательные носители, традиционно используются частные случаи обобщенного гамма-распределения и обобщенного бета-распределения второго рода. В докладе рассматривается задача оценивания параметров предложенного в [1] распределения, тесно связанного с перечисленными популярными распределениями.

Определение. Будем говорить, что случайная величина ζ имеет гамма-экспоненциальное распределение $GE(r, \nu, s, t, \delta)$ с параметрами изгиба $0 \leq r < 1$, формы $\nu \neq 0$, концентрации $s, t > 0$ и масштаба $\delta > 0$, если ее плотность при $x > 0$ задается соотношением

$$g_E(x) = \frac{|\nu| x^{t\nu-1}}{\delta^{t\nu} \Gamma(s) \Gamma(t)} \text{Ge}_{r, tr+s}(-(x/\delta)^\nu), \quad (1)$$

где $E = (r, \nu, s, t, \delta)$, а $\text{Ge}_{\alpha, \beta}(x)$ – гамма-экспоненциальная функция [2]:

$$\text{Ge}_{\alpha, \beta}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \Gamma(\alpha k + \beta), \quad x \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq \alpha < 1, \quad \beta > 0. \quad (2)$$

В работе [1] было показано, что отношение двух независимых случайных величин, имеющих обобщенные гамма-распределения с параметрами формы одного знака, имеет гамма-экспоненциальное распределение. Данное свойство позволяет применять распределение (1) для широкого круга прикладных задач.

При работе с реальными данными неизбежно встает вопрос об оценке параметров модельного распределения. Наличие функции (2) в выражении для плотности (1) гамма-экспоненциального распределения осложняет применение

ряда широко распространенных методов оценивания параметров, таких как прямой метод моментов и метод максимального правдоподобия. Данный доклад посвящен обсуждению оценок, полученных с помощью модифицированного метода моментов, основанного на использовании логарифмических моментов [3]. Рассматриваются асимптотические свойства данных оценок.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-07-00655).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кудрявцев А. А. О представлении гамма-экспоненциального и обобщенного отрицательного биномиального распределений // Информатика и ее применения, 2019. Т. 13. Вып. 4. С. 78–82.
- [2] Кудрявцев А. А., Титова А. И. Гамма-экспоненциальная функция в байесовских моделях массового обслуживания // Информатика и ее применения, 2017. Т. 11. Вып. 4. С. 104–108.
- [3] Kudryavtsev A. A., Shestakov O. V. Asymptotically Normal Estimators for the Parameters of the Gamma-Exponential Distribution // Mathematics, 2021. Vol. 9. Iss. 3. Art. ID: 273. P. 1–13. doi: 10.3390/math9030273.

КРИТЕРИЙ РЕГУЛЯРНОСТИ L-ГРАФОВ БЕЗ ПСЕВДОЦИКЛОВ

Вылиток Алексей Александрович, Генералова Татьяна Владимировна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su, tanya.generalova@gmail.com

Рассматриваемая в данной работе задача связана с хорошо известной проблемой регулярности формальных языков, которая состоит в том, чтобы по заданному формальному описанию языка определить, регулярен ли он. В классе формальных описаний контекстно-свободных языков (и в более широких классах) данная проблема алгоритмически неразрешима [1].

В работах [2-3] была установлена разрешимость проблемы регулярности в классе детерминированных магазинных автоматов, однако практически приемлемых алгоритмов проверки регулярности в этом классе, по-видимому, до сих пор не предложено.

Предлагаемый авторами новый подход к поиску практического алгоритма для проверки регулярности основывается на описании детерминированных языков с помощью детерминированных бесконтекстных L-графов в нормальной форме, исключающей так называемые псевдоциклы, которые затрудняют анализ успешных маршрутов на графе [4].

L-граф представляет собой ориентированный граф, на дугах которого расположены пометки – символы из алфавита основных символов, и дополнительные скобочные, которые влияют на успешность прохождения пути из

начальной вершины в заключительную (требуется баланс по скобкам). L-графы являются обобщением D-графов, описанных в [5-6]. L-графы без ограничений описывают все языки класса 0 в иерархии Хомского [7].

Для бесконтекстных L-графов существует конечное множество успешных маршрутов графа, называемое ядром, которое выражает законы развития всех остальных маршрутов. Предлагаемый в данной работе критерий регулярности формулируется в терминах свойств ядра L-графа и является алгоритмически проверяемым вследствие конечности ядра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гинзбург С. Математическая теория контекстно-свободных языков. М.: Мир, 1970. 326 с.
- [2] Stearns Richard E. A regularity test for pushdown machines // *Information and Control*. 1967. Vol. 11, Iss. 3, P. 323–340.
- [3] Valiant Leslie G. Regularity and related problems for deterministic pushdown automata // *Journal of the Association for Computing Machinery*. 1975. Vol. 22, Iss. 1, P. 1–10.
- [4] Вылиток А. А., Генералова Т. В. Нормальная форма бесконтекстных L-графов // Сборник тезисов докладов научной конференции «Программирование и вычислительная математика» посвященная памяти профессора Н. П. Трифонова (Москва, 2 декабря 2020 г.) М. : Макс-Пресс. 2020. С. 22–23.
- [5] Stanevichene L. D-graphs in context-free theory // *Informatica (Lithuanian Acad. Sci. Ed.)*. Vol. 8. №. 1. 1997. P. 43–56.
- [6] Станевичене Л. И. О некоторых определениях класса КС-языков // *Программирование*. № 5. 1999. С. 15–25.
- [7] Вылиток А. А, Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов конференции «Тихоновские чтения» (Москва, 25–29 октября 2010 г.) М. : Макс-Пресс. 2010. С. 81–82.

НАБЛЮДЕТЕЛИ ДЛЯ СИСТЕМ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ПРИ НАЛИЧИИ НЕИДЕАЛЬНОСТЕЙ В РЕЛЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Высоцкий Алексей Олегович¹, Фомичев Василий Владимирович²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: vysotskiial@gmail.com

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fomichev@cs.msu.ru

При решении задач управления для систем с неопределенностью зачастую используются элементы переключения в обратной связи. Исследованию свойств систем управления при неидеальности реле посвящены работы [1, 2].

В данной работе рассматривается задача построения наблюдателя для систем вида

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B'\xi \\ y = Cx \end{cases}, \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – неизвестный фазовый вектор системы, $u \in \mathbb{R}^1$ – известный вход (управление), $y \in \mathbb{R}^1$ – измеряемый выход, $\xi \in \mathbb{R}^1$ – неизвестный вход (возмущение); A, B, B' и C – постоянные известные матрицы соответствующих размерностей.

В работе [3] было показано, что в случае, если система (1) обладает устойчивой нулевой динамикой, находится в общем положении и имеет относительный порядок $r > 1$, а неизвестное входное воздействие ограничено, то исходную задачу можно свести к задаче выбора коэффициента μ , такого что система

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \operatorname{sgn}(y + \delta)\sqrt{|y + \delta|} \\ \dot{e}_2 = -\mu \operatorname{sgn}(y + \delta) + \xi \\ y = e_1, \end{cases} \quad (2)$$

где $\delta(t)$ – неизвестная погрешность измерения выхода y , такая что $\delta(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$, ξ – неизвестное входное воздействие, $|\xi| \leq \xi_0$, сходится к началу координат при $t \rightarrow \infty$.

Для системы (2) было доказано, что для любого ξ_0 существует такое значение параметра μ , что траектория системы сходится к нулю. Более того, для случая, когда δ – ограниченный сигнал, $|\delta| \leq \Delta = \text{const}$ было показано, что траектория системы сходится в окрестность нуля с диаметром $F(\Delta)$, при этом $F(\Delta) \rightarrow 0$ при $\Delta \rightarrow 0$. Конкретнее,

$$\begin{aligned} |e_2| &\leq \max\left(\left(\frac{1}{\sqrt{\nu} - 1}(C_1\Delta + C_2\Delta^2)(\mu + \xi_0)\right)^{\frac{1}{2}}; \sqrt{\Delta}\right) = e_{2,\max}(\Delta), \\ |\varepsilon_1| &\leq \varepsilon_{2,\max}(\Delta) + \Delta, \end{aligned} \quad (3)$$

Оценка (3) была получена в предположении что реле в системе (2) идеальны. Исследованию случая неидеальности реле и посвящена эта работа.

Зона нечувствительности Пусть вместо идеальных реле в системе (2) имеются реле следующего вида

$$\operatorname{sgn}_{ins}(x) = \begin{cases} 1, & x > \Delta_{ins}, \\ -1, & x < -\Delta_{ins}, \\ 0, & |x| \leq \Delta_{ins} \end{cases}, \quad (4)$$

Утверждение 1. В случае наличия неидеальности вида (4) в системе (2) траектория системы будет сходиться в область, размер которой не превышает $F(\Delta + \Delta_{ins})$

Гистерезис Пусть теперь вместо идеальных реле в системе (2) с неидеальностью типа гистерезис, то есть:

$$\operatorname{sgn}_h(x(t)) = \begin{cases} 1, & x > \Delta_h, \\ -1, & x < -\Delta_h, \\ \operatorname{sgn}(x(\tau(t))), & |x| \leq \Delta_h \end{cases}, \quad (5)$$

где $\tau(t) = \sup \{ \tau \leq t : |x(\tau)| = 1 \}$.

Утверждение 2. В случае наличия неидеальности вида (5) в системе (2) траектория системы будет сходиться в область, размер которой не превышает $F(\Delta + \Delta_h + \varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$ – любое, сколь угодно малое число.

Задержка Рассмотрим теперь систему (2) при наличии задержки в элементах переключения, т.е.

$$\operatorname{sgn}_\tau(x(t)) = \operatorname{sgn}(x(t - \tau)) \quad (6)$$

Утверждение 3. В случае наличия неидеальности вида (6) в системе (2) в установившемся режиме будет справедливо неравенство

$$e_2^* \geq \frac{\tau \sqrt{\nu} (\mu - \xi)}{1 - \sqrt{\nu}},$$

где e_2^* – координаты пересечения траекторией системы оси $e_1 = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кочетов С. А., Уткин В. А. Инвариантность в системах с неидеальными релейными элементами // УБС. 2009. Т. 27, С. 117–168.
- [2] Levant A. Chattering analysis // IEEE Transactions On Automatic Control. 2010. Vol. 55, pp. 1380–1389.
- [3] Высоцкий А. О., Фомичев В. В. Алгоритм построения каскадного асимптотического наблюдателя для системы с максимальным относительным порядком // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55, С. 567–573.

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩЕГО В ОБРАТНОЙ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ЗАДАЧЕ

Гаврилов Сергей Вадимович¹, Денисов Александр Михайлович²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: gvrlserg@gmail.com

² Кафедра математической физики, e-mail: den@cs.msu.ru

Рассмотрим задачу, возникающую при моделировании процесса динамики сорбции. Требуется определить функции $u(x, t)$ и $a(x, t)$ такие, что

$$u_x + a_t = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

$$a_t = \gamma(t)(\varphi(t)u - a), \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

$$u(0, t) = \mu(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$a(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l. \quad (4)$$

В работе [1] были изучены вопросы существования и единственности решения следующей обратной задачи.

Пусть в задаче (1)-(4) функции $\mu(t)$ и $\psi(x)$ заданы, а функции $\gamma(t)$ и $\varphi(t)$ неизвестны. Требуется определить $\gamma(t)$, $\varphi(t)$, $u(x, t)$ и $a(x, t)$, если задана дополнительная информация об одной из компонент решения задачи (1)-(4)

$$u(l, t) = g(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

$$u_x(l, t) = p(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (6)$$

В работе [1] было показано, что при определенных условиях решение обратной задачи сводится к решению нелинейного операторного уравнения

$$\gamma(t) = (A\gamma)(t).$$

В докладе рассматриваются два итерационных метода решения этого операторного уравнения: метод последовательных приближений и метод Ньютона.

Работа выполнена при частичной поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Денисов А. М., Существование и единственность решения системы нелинейных интегральных уравнений // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. № 9. С. 1174–1181.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ МАРШРУТОВ

Герасимов Сергей Валерьевич¹, к.ф.-м.н. Мещеряков Александр Валерьевич², Селякин Арсений Сергеевич³

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: gerasimov@mlab.cs.msu.su

² Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

³ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: arssel1997@mail.ru

Построение и оптимизация маршрутов являются одними из ключевых направлений в области логистики. Во множестве практических задач, таких как перераспределении товаров по точкам сбыта, курьерской доставке, выборе подходящего такси для множества клиентов, необходимо строить быстрые и точные маршруты.

С формальной точки зрения задача оптимизации маршрутов имеет множество разновидностей. Базовая постановка представляет собой задачу коммивояжера и является NP-трудной [1]. В прикладных областях возникают дополнительные условия, такие как: ограничения спроса на разные категории

товаров, временные окна посещения вершин графа, ограничения на последовательность посещения и т.д. Для решений подобных задач не было предложено эффективных полиномиальных алгоритмов. Используются два подхода: (i) поиск точных решений с помощью методов целочисленного программирования (требующих существенных временных затрат) и (ii) использование эвристик (приближенных решений, не гарантирующих достаточную точность).

В настоящей работе исследуются алгоритмы глубокого обучения с подкреплением для решения задач оптимизации маршрутов с ограничениями вида вместимости транспортных средств и временных окон, основанные на механизмах внимания (attention, self-attention) и алгоритме reinforce with baseline ([2], [3]), в применении к заказам, сформированным по реальным картам города, для оценки качества алгоритмов в сравнении с базовым эвристическим алгоритмом - "Google OR-Tools".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация: Алгоритмы и сложность//Мир, 1985.
- [2] Kool W., Herke van Hoof, Welling M. Attention, Learn to solve routing problems!//International Conference on Learning Representations, 2019.
- [3] Falkner J.K., Shmidt-Thieme L. Learning to Solve Vehicle Routing Problems with Time Windows through Joint Attention//arXiv preprint arXiv:2006.09100, 2020.

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ПОИСКА СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК В МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ ПО ДАНЫМ СПУТНИКА PLANCK

**Герасимов Сергей Валерьевич¹, Немешаева Алиса Алексеевна², к.ф.-м.н.
Мещеряков Александр Валерьевич³**

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: sergun@gmail.com

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: alisa.nemshaeva@gmail.com

³ Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

Поиск скоплений галактик в данных многоволновых обзоров неба в рентгеновском, оптическом и радио (микроволновом) диапазонах имеет большое значения для измерения параметров Вселенной и изучения формирования и эволюции галактик [1]. В работе предложены нейросетевые методы поиска скоплений (объектов Сюняева-Зельдовича) в высокочастотных (HFI) данных из современного обзора всего неба спутника Planck [2]. Как было показано в ряде работ (e.g. [3]), нейросетевые модели являются перспективным методом поиска объектов Сюняева-Зельдовича (СЗ). На данный момент, в литературе не существует открытых каталогов скоплений, полученных с помощью глубокого обучения.

В нашей работе модель сегментации скоплений строилась на базе архитектуры U-Net (как в работе [4]), но обучалась с использованием более широкого набора современных каталогов скоплений: PSZ2 [5], АСТ [6], МСХС [7], RedMaPPer [8], Abell [9]. За счет применения техники активного обучения в задаче сегментации, нам удалось существенно увеличить полноту детектирования скоплений по сравнению с базовыми моделями в этой области, а также нейросетевым подходом [3].

На Рис. 1 представлена функция отбора скоплений галактик (полнота отбора в зависимости от массы и космологического красного скопления) в полученном нами расширенном каталоге кандидатов в скопления галактик по данным Planck. Как можно видеть, нейросетевая модель наиболее эффективно сегментирует СЗ-объекты с массой $M_{500} > 3 \times 10^{14}$ масс Солнца и красным смещением $z < 0.5$.

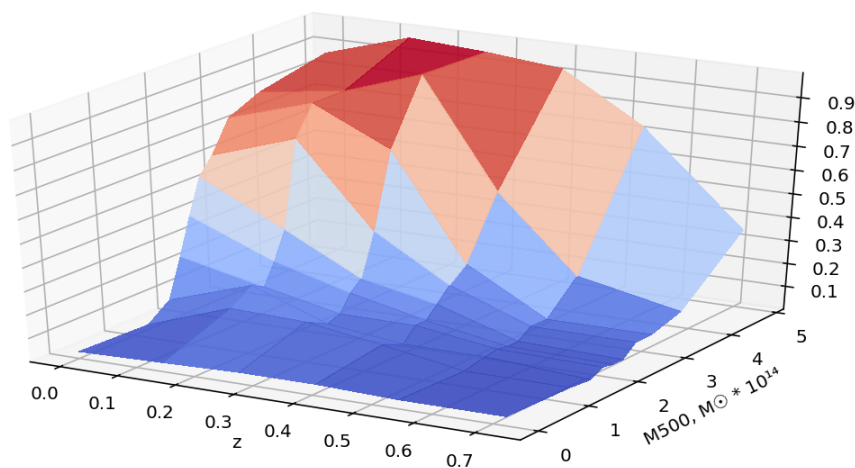


Рис. 1: Функция отбора скоплений галактик при помощи нейросетевой модели на данных Planck.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вихлинин А. А., Наблюдательная космология и изучение межгалактической среды по рентгеновским данным о скоплениях галактик // докторская диссертация (Москва, 2002 г.)
- [2] Planck Collaboration, Planck 2018 results. III. High Frequency Instrument data processing and frequency maps// *Astronomy & Astrophysics*, Volume 641, A3 (2018 г.)
- [3] Planck collaboration, Planck 2015 results. XXVII. The second Planck catalogue of Sunyaev-Zeldovich sources.// *Astronomy & Astrophysics*, Volume 628, 13 (2015 г.)
- [4] V. Bonjean, Deep learning for Sunyaev-Zel'dovich detection in Planck// *Astronomy & Astrophysics*, Volume 634, A81 (2020 г.)

- [5] Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox, U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation// (2015 г.)
- [6] Hilton M, Sif'ou C., The Atacama Cosmology Telescope: A Catalog of > 4000 Sunyaev-Zel'dovich Galaxy Clusters// The Astrophysical Journal Supplement Series Volume 253, 3 (2020 г.)
- [7] Piffaretti R., Arnaud M., Pratt G. W, Pointecouteau E., Melin J. -B., The MCXC: a meta-catalogue of x-ray detected clusters of galaxies// Astronomy & Astrophysics, Volume 534, A109 (2011 г.)
- [8] Rykoff E. S, Rozo E., redMaPPer. I. Algorithm and SDSS DR8 Catalog// The Astrophysical Journal Supplement Series, Volume 224, 1 (2014 г.)
- [9] Abell, G. O., Corwin, H. G. Jr., A Catalog of Rich Clusters of Galaxies // A Catalog of Rich Clusters of Galaxies The Astrophysical Journal, Vol. 70 (1989 г.)

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИНКРЕМЕНТАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ДИРЕКТ-МАРКЕТИНГА

**Герасимов Сергей Валерьевич¹, Полевой Антон Вячеславович², к.ф.-м.н.
Мещеряков Александр Валерьевич³**

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: gerasimov@mlab.cs.msu.su

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: polevoianton@bk.ru

³ Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

Инкрементальное моделирование — это подход анализа данных, в котором решается задача классификации и отбора объектов, чувствительных к некоторому воздействию. В работе исследуются модели в области директ-маркетинга.

Новизна данной работы состоит, во-первых, в проведенном авторами систематическом сравнении точности широкого набора алгоритмов инкрементального моделирования на различных наборах данных академической (Criteo Lab [2]) и прикладной (соревнования X5 retail group [6]) направленности. Для данных X5 рассматривался полный набор агрегированных признаков и признаки, отобранные победителем соревнования. Для сравнения моделей в работе рассматривались базовые алгоритмы инкрементального моделирования [4]. Сравнение моделей проводилось на отложенном тестовом датасете по 4 различным метрикам: площадь под Qini (AUQC), площадь Uplift кривой (AUUC), коэффициент Кэндала и значение метрики Uplift30%. Во-вторых, в работе предложены и прошли сравнение новые алгоритмы инкрементального моделирования для области директ-маркетинга: предложен подход для построения *Uplift*-деревьев с использованием статистического теста [5] при разбиении вершины, для учёта дисбаланса классов в группе воздействия и контрольной группе; предложены нейросетевые модели на базе сиамских сетей [1] с использованием архитектуры TabNet [3], и проведено сравнение их точности с другими подходами в задаче директ-маркетинга.

Метод	AUQC			Uplift30%		
	X5: 333 признака	X5: 6 признаков	Criteo	X5: 333 признака	X5: 6 признаков	Criteo
Трансформация классов	2.56 ± 0.033	2.47 ± 0.032	2.05 ± 0.0054	8.11 ± 0.098	9.13 ± 0.102	5.16 ± 0.015
Uplift-деревья со стат. тестом	1.69 ± 0.029	2.33 ± 0.036	1.72 ± 0.0045	6.32 ± 0.095	8.36 ± 0.100	5.40 ± 0.016
Uplift-деревья	2.30 ± 0.032	2.04 ± 0.032	1.72 ± 0.0045	7.55 ± 0.098	6.90 ± 0.102	5.32 ± 0.016
Сиамские сети (MLP)	0.72 ± 0.034	1.40 ± 0.039	1.46 ± 0.0049	5.27 ± 0.112	6.15 ± 0.100	5.76 ± 0.013
Сиамские сети (TabNet)	1.17 ± 0.033	-	-	5.81 ± 0.103	-	-

Рис. 1: Сравнение точности методов на двух наборах (X5 и Criteo). Жирным выделены предлагаемые авторами модели и лучшие значения метрик.

На основе экспериментов можно сделать вывод, что метрики AUUC и AUQC являются равнозначными, а коэффициент Кэндала плохо ранжирует модели. В таблице 1 приведены результаты сравнения методов на двух наборах данных по метрикам AUQC и Uplift30%. Лучшие результаты показал подход с трансформацией классов за исключением Uplift30% на Criteo, где он уступает сиамским сетям. Использование статистического теста при построении *Uplift*-деревьев даёт прирост точности (на выборке X5 с отобранными признаками). Использование архитектуры TabNet [3] вместо MLP позволяет улучшить точность моделей инкрементального моделирования на основе сиамских сетей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mouloud B., Olivier G., Ghaith K. Adapting Neural Networks for Uplift Models // arXiv preprint arXiv:2011.00041. – 2020.
- [2] Diemert E. et al. A large scale benchmark for uplift modeling // KDD. – 2018.
- [3] Arik S. O., Pfister T. Tabnet: Attentive interpretable tabular learning // arXiv preprint arXiv:1908.07442. – 2019.
- [4] Igor Schnakenburg, René Michel, Tobias von Martens Targeting Uplift: An Introduction to Net Scores. Springer International Publishing, 2019.
- [5] Uplift Regression: The R Package tools4uplift / Belbahri Mouloud, Alejandro Murua, Gandouet Olivier, Vahid Partovi Nia // arXiv:1901.10867v1., 2019.
- [6] X5: <https://retailhero.ai>

МЕТОДЫ МАРКИРОВАНИЯ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ ПРИ ПЕЧАТИ

Гетьман Александр Игоревич¹, Обыденков Дмитрий Олегович², Фролов Александр Евгеньевич³, Маркин Юрий Витальевич⁴

¹ Кафедра системного программирования, ИСП РАН, e-mail: ever@ispras.ru

² ИСП РАН, e-mail: obydenkov@ispras.ru

³ ИСП РАН, e-mail: aefrolov@ispras.ru

⁴ ИСП РАН, e-mail: ustas@ispras.ru

Рассматривается задача расследования инцидентов нарушения информационной безопасности, связанных с утечкой изображений конфиденциальных

документов, распечатанных на бумажном носителе. Под расследованием понимается выявление пользователя и его устройства – источника утечки. Предполагается, что при расследовании имеется изображение, полученное путем сканирования или фотографирования распечатанного документа.

Один из подходов к решению задачи состоит в маркировании документов – добавлении на распечатываемый документ уникального идентификатора – метки пользователя [1]. В основе метода лежит изменение визуального представления машинописного текста перед печатью. В данной постановке встраивание малозаметных меток не представляется возможным, поскольку метка должна быть различима считывающей головкой сканера или матрицей фотоаппарата. Требуется поиск компромисса между точностью извлечения и заметностью метки [2, 3].

Существующие решения [4, 5] маркирования документов предполагают наличие оригинального, немаркированного документа для считывания внедренной метки. Разработанный метод позволяет извлечь метку без оригинального документа. Другой важной особенностью метода является возможность стирания метки с последующим внедрением иной метки.

В ходе работы над методами маркирования документов требовалось решить следующие задачи:

- Разработка методов кодирования метки, сочетающих высокие показатели незаметности и точности извлечения;
- Разработка подхода коррекции ошибок при считывании метки, возникающих вследствие искажений печати, сканирования или фотографирования документа;
- Разработка методики тестирования реализации методов маркирования.

На основе полученных методов был разработан программный инструмент маркирования текстовых документов, реализующий два метода маркирования. Тестирование показало возможность применимости разработанных методов на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Low S. H., Maxemchuk, N. F., Brassil J. T., O’Gorman L. Document marking and identification using both line and word shifting // In Proceedings of INFOCOM. IEEE. 1995. Выпуск 2. С. 853-860.
- [2] Cox I., Miller M., Bloom J., Fridrich J., Kalker T. Digital watermarking and steganography. Morgan Kaufmann. 2007.
- [3] Pramila A. Reading watermarks with a camera phone from printed images: дис.: 23.02.2018 / Anu Pramila. Университет Оулу, 2018. 86 с.
- [4] EVERYTAG – Information Leaks Detection (ILD) [Электронный ресурс]. URL: <https://everytag.ru/ild> (дата обр. 09.04.2021).

[5] Secret Technologies – Trace Doc [Электронный ресурс]. URL: <https://secretgroup.ru/trace-doc/> (дата обр. 09.04.2021).

АЛГОРИТМ SDDP ДЛЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ТОРГОВЛИ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Киселёв Илья Сергеевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: iljakz@gmail.com

Высокочастотная торговля (HFT) - основная форма алгоритмической торговли на финансовых рынках, в которой современное оборудование и алгоритмы используются для быстрого совершения операций с ценными бумагами.

Стохастическое двойственное динамическое программирование (SDDP) - это метод оптимизации, предназначенный для решения динамических задач в условиях неопределенности, то есть в случае, когда некоторые параметры задачи не являются детерминированными.

Рассматривается высокочастотная торговля одним активом (например, акцией). Осуществляется динамическая оптимизация стратегии подачи ордеров на основе алгоритма SDDP. Для представления неопределенности используется дерево сценариев, которое содержит некоторые состояния «стакана» котировок. Постановка и решение задачи оптимизации стратегий на дереве сценариев как одной задачи линейного программирования было бы слишком трудоемким из-за высокой размерности дерева.

В предлагаемой модели оптимизации высокочастотной торговли горизонт планирования разделяется на определенные промежутки времени (периоды). Длительность периода равняется времени принятия решений о подаче собственных ордеров. В начале каждого периода начинается формирование собственных ордеров. Предполагается, что решения, полученные на основе информации, доступной в начале некоторого периода, реализуются в конце этого периода.

Оптимизационная модель на основе алгоритма SDDP строится для каждого узла дерева с добавлением соответствующих ограничений в зависимости от типа ордера (рыночный ордер, лимитный ордер или ордер модификации).

В качестве меры риска в рассматриваемой модели используется наиболее распространенная в настоящее время мера $AV@R$ (Average $V@R$)

Вопрос об эффективности применения стохастической оптимизации может быть решен путем моделирования на исторических данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning // *Mathematical Programming*, 1991. – Т. 52. – С. 359–375.
- [2] Нимак В.С., Голембиовский Д.Ю. Управление портфелем акций при высокочастотной торговле, 2018.

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ СЦЕНАРНОЙ РЕШЕТКИ ДЛЯ АЛГОРИТМА ДВОЙСТВЕННОГО ДИНАМИЧЕСКОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Павлов Антон Сергеевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.su

² Кафедра исследования операций, e-mail: anton980307@mail.ru

В данной статье рассматривается один из самых продвинутых современных алгоритмов, с помощью которого можно решать задачи стохастической оптимизации – алгоритм двойственной динамической стохастической оптимизации. Есть несколько способов реализации данного алгоритма, мы рассматриваем версию, в которой используется сценарная решетка. Основная цель данной работы – сравнить несколько методов построения сценарной решетки. Мы рассматриваем задачу производства, продажи и хранения товара, которая в каком-то смысле является модификацией задачи разносчика газет, для того, чтобы сравнить методы построения сценарной решетки.

Построению сценарной решетки посвящено множество работ. В статье [1], на которой мы основывались, использовались методы, позволяющие снизить дисперсию sample average approximation, что приводит к ускорению сходимости приближения. Мы сфокусировались на трех методах: метод к-средних, градиентный спуск, метод Вороного. Ключевой особенностью нашей работы является то, что мы рассматриваем решетку с несколькими, связанными между собой этапами. Решетку мы генерируем с помощью различных процессов: AR, ARMA, случайное броуновское движение. Это позволяет нам решать задачу, приближенную к тем, которые встречаются в реальной жизни.

Мы проанализировали результаты для выбранных процессов с различными конфигурациями решеток с точки зрения полученной прибыли. Оказалось, что все три метода приносят примерно одинаковую прибыль, но метод Вороного показывает результаты чуть лучше. Также мы сравнили методы по скорости работы. Метод к-средних работает намного быстрее, чем градиентный спуск и метод Вороного, скорость которых примерно одинаковая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Löhndorf N. An empirical analysis of scenario generation methods for stochastic optimization // Nov2016 Vol. 255 Issue 1 p121-132.

БЕСШОВНЫЕ БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГИХ ТЕЛ С ЖИДКОСТЬЮ И ГАЗОМ

Головизнин Василий Михайлович¹, Афанасьев Никита Александрович²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmnaf@cs.msu.ru

Численное моделирование процессов взаимодействия упругих тел с жидкостью и газом начало наиболее активно развиваться около двух десятилетий назад, когда вычислительные мощности суперкомпьютеров позволили решать множество сложных задач данной тематики. За это время широко распространился «несвязанный» подход к моделированию таких процессов, когда уравнения газовой динамики, описывающие движение жидкости и газа, и уравнения динамической упругости, описывающие движение упругих тел, решаются с помощью разных численных методов с последующей их «стыковкой» на границе между течением и телом. Так, уравнения газовой динамики в основном решают с помощью методов конечного объема на основе гудоновских методов, а уравнения динамической упругости - с помощью методов конечных элементов, причем стыковка этих методов осуществляется один раз в несколько шагов по времени с помощью некоторого итерационного процесса. Использование для моделирования метода конечных элементов, являющегося, вообще говоря, неявным, усложняет вычислительную сложность алгоритма и его масштабируемость на системы с распределенной памятью.

В данной работе предлагается новый явный бесшовный балансно-характеристический метод моделирования взаимодействия упругих тел с жидкостью и газом, основанный на обобщении схемы КАБАРЕ [1] на подвижные эйлерово-лагранжевы сетки. Особенностью предлагаемого метода является «связанное» моделирование, когда влияние течения на деформацию упругого тела и влияние деформации упругого тела на течение учитываются на каждом шаге по времени. При этом «стыковка» уравнений на границе между телом и течением осуществляется с помощью значений римановых инвариантов, приходящих на границу по характеристикам с обеих сторон.

Метод тестируется на различных одномерных задачах, среди которых: задачи о распаде разрыва для уравнений газовой динамики, задачи о соударении упругих тел, задачи о распространении акустических колебаний через границу между газом и упругим телом, задачи о тепловом ударе об упругое тело [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-31-90037).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Karabasov S. A., Goloviznin V. M. Compact accurately boundary-adjusting high-resolution technique for fluid dynamics // Journal of Computational Physics. 2009. Vol. 228, Iss. 19. P. 7426–7451.
- [2] Eslami M., Hetnarski R., Ignaczak J., Noda N., Sumi N., Tanigawa Y. Theory of Elasticity and Thermal Stresses: Explanations, Problems and Solutions. Springer Netherlands, 2013. 789 p.

СХЕМА КАБАРЕ С УЛУЧШЕННЫМИ ДИСПЕРСИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ ДЛЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Головизнин Василий Михайлович¹, Афанасьев Никита Александрович²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmnaf@cs.msu.ru

Численное решение систем дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа является одной из основных задач математического моделирования физических процессов. Этим видом уравнений описываются задачи гидродинамики, аэроакустики, океанологии, ядерной энергетики и другие задачи индустриальной математики. Фундаментом многих методов решения уравнений гиперболического типа является решение линейных уравнений переноса. Даже в случае таких относительно простых уравнений разностные схемы зачастую сталкиваются с проблемами сохранения фазы и амплитуды распространяющихся волн, искажающихся из-за схемной дисперсии и диссипации.

В настоящей работе предлагается новый явный балансно-характеристический метод решения систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, обладающий четвертым порядком аппроксимации на равномерных сетках и вторым — на неравномерных [1]. Метод основан на добавлении в консервативные фазы стандартной схемы КАБАРЕ [2] антидисперсионных членов таким образом, чтобы улучшались дисперсионные свойства переноса каждого инварианта Римана системы. Как и схема КАБАРЕ второго порядка, предлагаемый метод является бездиссипативным (при отключенных процедурах монотонизации) и устойчивым при числах Куранта $CFL \leq 1.0$. При этом вычислительный шаблон метода увеличивается с одной расчетной ячейки до трех, что не так сильно усложняет процесс масштабирования алгоритма на системы с распределенной памятью. Данная схема является новым шагом к улучшению

дисперсионных свойств схемы КАБАРЕ и будет в дальнейшем обобщаться на более сложные случаи систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Предлагаемый балансно-характеристический метод тестируется на задаче о переносе промодулированной гауссианом волны. Результаты расчетов сравниваются с расчетами по стандартной схеме КАБАРЕ и схеме, предложенной в [3]. На последовательности сгущающихся равномерных сеток демонстрируется сходимость всех трех методов, а также четвертый порядок точности первого метода и второй порядок остальных методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Афанасьев Н. А., Головизнин В. М. Схема КАБАРЕ с улучшенными дисперсионными свойствами для систем линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22, № 1. С. 67–76.
- [2] Karabasov S. A., Goloviznin V. M. Compact accurately boundary-adjusting high-resolution technique for fluid dynamics // Journal of Computational Physics. 2009. Vol. 228, Iss. 19. P. 7426–7451.
- [3] A fourth-order CABARET scheme for Computational Aeroacoustics / Abhishek C., Naghibi S. E., Markesteijn A. P., Karabasov S. A. // Preprint. 2019.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ В ЮЖНОМ ОКЕАНЕ ПО СХЕМЕ КАБАРЕ НЕГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЖИДКОСТИ

Головизнин Василий Михайлович¹, Майоров Павел Александрович,
Майоров Петр Александрович², Соловьев Андрей Валерьевич³

¹ ВМК МГУ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² ИБРАЭ РАН, ВМК МГУ Кафедра вычислительных методов, e-mail: maiorov.peter@gmail.com, pavel.a.mayorov@gmail.com

³ ИБРАЭ РАН, e-mail: solovjev@ibrae.ac.ru

Течения в океане формируются под влиянием многих факторов, одним из важнейших является напряжение на поверхности океана, создаваемое ветрами. В данном докладе рассматриваются течения формирующиеся в модельном приближении Южного океана [1] при характерных значениях силы ветра [2].

В работе сформулирована негидростатическая модель динамики жидкости с учетом внешних сил (сила Кориолиса, ветровое напряжение на поверхности и донное трение). В модели разделены баротропные и бароклинные составляющие за счет введения механизма "мягкой крышки"[3, 4]. Приводится сравнение полученных результатов с расчетами по модели MOM6 [1].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-11-00163).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Constantinou, N. C., Hogg, A. M. (2019). Eddy saturation of the Southern Ocean: A baroclinic versus barotropic perspective. *Geophysical Research Letters*, 46, 12,202–12,212. <https://doi.org/10.1029/2019GL084117>
- [2] Risien, C. M., Chelton, D. B. (2008). A global climatology of surface wind and wind stress fields from eight years of QuikSCAT scatterometer data. *Journal of Physical Oceanography*, 38, 2379–2413. <https://doi.org/10.1175/2008JPO3881.1>
- [3] Головизнин В. М., Майоров П. А. Негидростатическая модель уравнений динамики стратифицированной слабосжимаемой жидкости с поверхностью в приближении мягкой крышки // Ломоносовские чтения-2020. Секция Вычислительной математики и кибернетики. — Секция Вычислительной математики и кибернетики. — М.: М., 2020. — С. 54–55.
- [4] Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных компьютерных комплексов / В. М. Головизнин, М. А. Зайцев, С. А. Карabasов, И. А. Короткин // Москва: Издательство Московского университета, 2013. 472 с.

ВАЛИДАЦИЯ МОДЕЛИ САВАРЕТ-MFSH НА ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ГРАВИТАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

**Головизнин Василий Михайлович¹, Майоров Павел Александрович,
Майоров Петр Александрович², Соловьев Андрей Валерьевич³**

¹ ВМК МГУ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² ИБРАЭ РАН, ВМК МГУ Кафедра вычислительных методов, e-mail: maiorov.peter@gmail.com, pavel.a.mayorov@gmail.com

³ ИБРАЭ РАН, e-mail: solovjev@ibrae.ac.ru

Гравитационные течения создаются всякий раз, когда возникает разность плотностей между двумя жидкостями. Классический анализ гравитационных течений - это анализ плотной жидкости(смеси), которая движется горизонтально вдоль дна под менее плотной окружающей жидкостью [1]. Более сложная ситуация возникает, при движении в неоднородной окружающей среде. Океаны и атмосфера часто характеризуются областями с резкими градиентами плотности в вертикальном направлении(термоклином). В таких областях океанические течения, выбросы загрязняющих веществ промежуточной плотности распространяются вдоль границы раздела стратифицированной окружающей среды.

Результаты валидации многослойной гидростатической модели со свободной поверхностью (САВАРЕТ-MFSH [2]) на классических экспериментах были

показаны ранее [3]. В данной работе представлены результаты валидации САВАРЕТ-MFSH на лабораторных тестах динамики гравитационных течений, которые распространяются вдоль границы раздела плотностей [4]. Первоначально заглушка разделяет жидкость с плотностью ρ_l и двухслойную окружающую среду с плотностями верхних и нижних слоев жидкости ρ_0 и ρ_1 , соответственно. Чтобы гарантировать движение вдоль границы раздела на начальные плотности жидкостей накладывается ограничение $\rho_0 < \rho_l < \rho_1$. Модель показывает хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-11-00163).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] An experimental investigation of density-stratified inertial gravity currents / C. Gladstone, L. J. Ritchie, R. S. J. Sparks, A. W. Woods // *Sedimentology*. 2004. Т. 51, № 4. С. 767–789.
- [2] Новый численный алгоритм для уравнений многослойной мелкой воды на основе гиперболической декомпозиции и схемы КАБАРЕ / В. М. Головизнин, П. А. Майоров, П. А. Майоров, А. В. Соловьев // *Морской гидрофизический журнал*. 2019. Т. 35, № 6. С. 600–620.
- [3] Сравнение гидростатической и негидростатической моделей на лотковых экспериментах / В. М. Головизнин, П. А. Майоров, П. А. Майоров, А. В. Соловьев // *Тихоновские чтения: научная конференция: тезисы докладов: посвящается памяти академика Андрея Николаевича Тихонова: 26 – 31 октября 2020 г. – Т. 1 из ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ. – Москва: Москва, 2020. – С. 71–71.*
- [4] Sutherland B. R., Kyba P. J., Flynn M. R. Intrusive gravity currents in two-layer fluids // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2004. – Т. 514. – №. 1. – С. 327-353.

МЕТОДЫ НЕКОНТРОЛИРУЕМОГО ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ

Горохов Олег Евгеньевич¹, Шарипов Саит Равильевич²

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: gorokhov-oe@cs.msu.ru

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: ssharipovr@gmail.com

В условиях постоянного увеличения объёмов данных, а также возрастающей значимости результатов их анализа вопрос обнаружения имеющихся в них аномалий стоит особенно остро.

В реальном мире разметка данных на нормальные и аномальные экземпляры отсутствует, поэтому разработка метода неконтролируемого обнаружения аномалий является наиболее значимой задачей. Также стоит отметить, что подавляющее большинство современных методов обнаружения аномалий в текстовых данных либо не учитывают семантическую составляющую вовсе, либо

учитывают контекст, опираясь на природу начальных данных. Таким образом, актуальной задачей является разработка универсального метода обнаружения аномалий в текстовых данных, учитывающего контекст.

Анализ существующих работ показывает, что классические методы обнаружения аномалий [1] не эффективны для текстовых данных, склонных к проклятию размерности и контекстной неоднозначности. В настоящее время развиваются нейросетевые методы для обнаружения аномалий, но обычно они используются в частично-контролируемом режиме [2].

В данной работе предлагается рассмотреть метод, основанный на нейросетевой архитектуре полносвязного автокодировщика с дополнительным робастным слоем в центральной части [3]. Кодировщик отображает данные из входного пространства в выходное так, чтобы при применении робастного слоя и обратного преобразования кодировщика ошибка реконструкции для нормальных точек была незначительной, а для аномальных — большой. Таким образом, благодаря робастному слою, появляется возможность использования автокодировщика в неконтролируемом режиме. Для учёта контекста предлагается использовать предобученную языковую модель как обучаемый слой нейросети, что способствует повышению эффективности алгоритма [4]. Корректная обработка выбросов осуществляется за счёт использования робастного слоя с регуляризацией и новой функцией потерь, которая накладывает штраф на аномальные экземпляры данных.

В результате проведённых экспериментов, предложенный алгоритм позволил добиться лучшего результата по сравнению с классическими методами обнаружения аномалий, такими как IF, LOF, kNN и COPOD. Также проведённые эксперименты показали, что предлагаемая функция потерь для робастного слоя улучшает качество нейросетевого подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Chandola V., Banerjee A., Kumar V. Anomaly detection: A survey // ACM computing surveys (CSUR). 2009. Vol. 41. № 3. P. 1-58.
- [2] Chalapathy R., Chawla S. Deep Learning for Anomaly Detection: A Survey // arXiv e-prints. 2019. P. arXiv: 1901.03407.
- [3] Lai C. H., Zou D., Lerman G. Robust Subspace Recovery Layer for Unsupervised Anomaly Detection // International Conference on Learning Representations. 2019.
- [4] Ruff L. et al. Self-attentive, multi-context one-class classification for unsupervised anomaly detection on text // Proceedings of the 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2019. P. 4061-4071.

ВЫДЕЛЕНИЕ ТЕМАТИК СООБЩЕСТВ VK С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Горшков Сергей Сергеевич¹, Ильюшин Евгений Альбинович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: serggorsar@yandex.ru

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: eugene.ilyushin@gmail.com

В рамках исследовательского проекта решаем задачу разделения сообществ в социальной сети vk.com по превалирующим в них темам. Результаты работы могут быть использованы для улучшения рекомендаций, выявления экстремизма в социальных сетях, социологических исследований и иных задач науки и бизнеса. В качестве сообществ были отобраны порядка 7000 групп, на которые подписаны не менее пяти студентов Томского государственного университета. Для каждого сообщества было выгружено через API название, описание и последние 50 записей на стене, не включая рекламные. Далее, текст был предобработан – убраны знаки препинания, слова приведены в нижний регистр, и проведена их лемматизация. Полученные таким образом текстовые документы образуют текстовый корпус, в котором будем выделять тематики с помощью классических методов тематического моделирования – LDA [1] и ARTM [2]. При использовании LDA были выделены 40 тем, две из которых оказались фоновыми (содержали общеупотребительные слова) и одна мусорной (содержала части слов, отдельные буквы). После того, как эти темы были исключены, получили распределение тем в документах, и посчитали для каждого документа, к какой теме он может быть отнесён с большей вероятностью. Данные экспертами названия для топ-15 самых встречаемых тем представлены с помощью wordcloud на рисунке 1.



Рис. 1: Названия топ-15 самых популярных тем, выделенных LDA

В качестве аддитивных регуляризаторов были использованы разреживающие регуляризаторы для матриц распределения тем в документах и слов в темах. При использовании ARTM доля нулей в вышеописанных матрицах оказалась равна примерно 0.9, что обеспечило отсутствие фоновых тем и отсутствие

коллинеарности в темах. В результате работы модели были также выделены 40 тем, две из которых оказались мусорными. После соответствующей коррекции также были выделены самые часто встречаемые темы, представленные на рисунке 2.

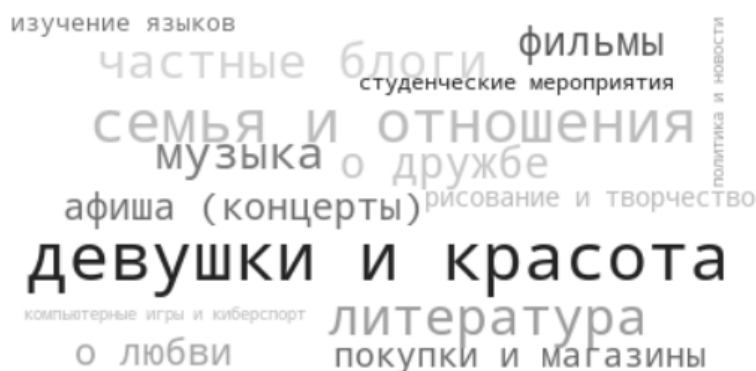


Рис. 2: Названия топ-15 самых популярных тем, выделенных ARTM

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet allocation // Journal of Machine Learning Research. 2003. Т. 3, № 4-5. С. 993–1022.
- [2] Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов // Доклады РАН. 2014. Т. 455, № 3. С. 268–271.

ПОЗИЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ГИБРИДНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ

Горьков Валерий Павлович¹, Лукьянова Лиля Николаевна², Шатков Сергей Андреевич³

¹ Лаборатория обратных задач, кафедра математической физики, e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

² Лаборатория обратных задач, кафедра математической физики, e-mail: lln@cs.msu.ru

³ Кафедра оптимального управления, e-mail: zuku1@mail.ru

Рассматривается задача перелета на заданную кеплеровскую орбиту управляемого космического аппарата (КА), динамика которого описывается математической моделью движения при гравитационном и световом воздействии на КА Солнца [1,2,4]. Двигательная система предполагается гибридной, включающей реактивный двигатель, имеющий запас горючего, и солнечный парус. Управление гибридной двигательной системой позволяет уменьшать расход топлива в процессе перелета. Приведен класс позиционных управлений радиальной и трансверсальной тягой двигательной системы, зависящий от параметров, который решает задачу управляемости на заданную кеплеровскую орбиту при

наличии фазового ограничения в виде расстояния до притягивающего центра. Приведена оценка времени прихода траектории в заданную окрестность целевой орбиты. Позиционные управления получены в аналитической форме [3]. Приведены результаты расчетов позиционного управления и траекторий движения для различных тестовых параметров процесса и вариантов целевых траекторий КА (рис. 1, 2). Перелет характеризуется временем его исполнения. При малом времени перелета основной вклад в формирование результирующей тяги отводится реактивному двигателю. При большом времени перелета возрастает вклад солнечного паруса в формирование результирующей тяги. Приведенные в статье управляющие функции позволяют оценить полезность наличия солнечного паруса в гибридной двигательной системе при заданных параметрах целевой орбиты, начальных условиях движения и желательном времени перелета на целевую орбиту.

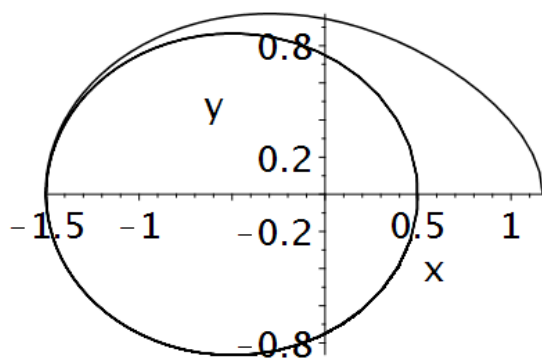


Рис. 1: Целевая эллиптическая орбита

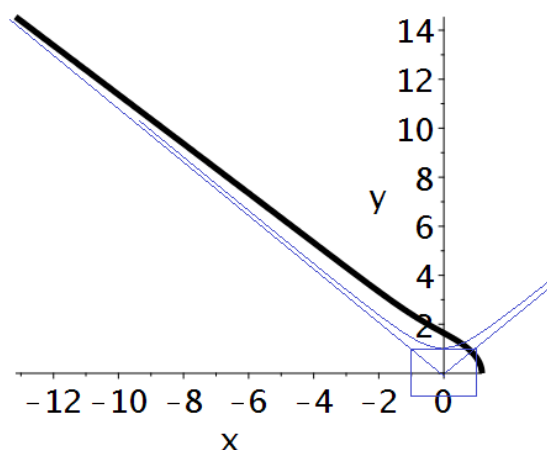


Рис. 2: Целевая гиперболическая орбита

Авторы благодарят д.ф.-м.н. М. С. Никольского, д.ф.-м.н. Н. Л. Григоренко за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета: Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 702 с.
- [2] Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990. 448 с.
- [3] Колесников А. А. Новые нелинейные методы управления полетом. Физматлит. 2013. 196 с.
- [4] Colin R. McInnes Solar Sailing, Technology, Dynamics and Mission Applications. 2004 Springer. 321 p.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БАЛАНСА ИНСУЛИН-ГЛЮКОЗА В КРОВИ.

Григоренко Николай Леонтьевич

МГУ имени М.В.Ломоносова, e-mail: grigor@cs.msu.ru

Рассматривается модель динамики концентраций глюкозы, инсулина и глюкагона в крови [1]:

$$\begin{cases} \dot{I}(t) = \alpha(\Gamma(t) - \Gamma_0)\theta(\Gamma(t) - \Gamma_0) - \beta\Gamma(t)I(t) - \mu_I I(t) + dI_{ext}(t), \\ \dot{\Gamma}(t) = \gamma R(t) - \lambda\beta\Gamma(t)I(t) - \mu_\Gamma\theta(\Gamma(t) - \Gamma_{cr})(\Gamma(t) - \Gamma_{cr}) + d\Gamma_{ext}(t), \\ \dot{R}(t) = (\Gamma_0 - \Gamma(t))\theta(\Gamma_0 - \Gamma(t)) - \mu_R R(t). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\theta(x)$ - функция Хевисайда: $\theta(x) = 1$ при $x \geq 0$ и $\theta(x) = 0$, если $x < 0$; Γ_0 - нормальный уровень глюкозы в крови, Γ_{cr} - критический уровень глюкозы, т. е. уровень глюкозы, выше которого происходит вывод ее из организма через почки; $\alpha, \beta, \gamma, \mu_I, \mu_\Gamma, \mu_R$ - набор постоянных, индивидуальных для каждого организма, $d\Gamma_{ext}(t)$ - скорость поступления глюкозы из внешнего источника (ммоль/л · час); $dI_{ext}(t)$ - скорость поступления инсулина «извне» (ЕД/л час). Параметрами управления являются $d\Gamma_{ext}(t)$ и $dI_{ext}(t)$. Решение системы (1) при некоторых параметрах здорового организма назовем эталонным. Рассмотрим систему (1) при параметрах организма соответствующих сахарному диабету и поставим задачу управления процессом питания и инъекций инсулина при которых сахарная и инсулиновая кривые больного диабетом организма асимптотически приближаются к сахарной и инсулиновой кривым эталонного организма. В докладе излагается алгоритм построения позиционного управления процессом питания и инъекций инсулина, основанный на результатах работ [2,3], при котором решается поставленная задача. Полученные управления анализируются и при необходимости могут быть вычислены для другого эталонного решения. Приведены аналитические вычисления соответствующих управлений и численные расчеты значений фазовых переменных и управлений иллюстрирующие такой подход.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Широков И. В., Широкова Н. А. Математическая модель баланса «глюкоза – инсулин – глюкагон» в крови человека. Вестник Омского университета, 2006. № 3. С. 51–53.
- [2] Осипов Ю. С., Кряжковский А. В., Максимов В. И., Некоторые алгоритмы динамического восстановления входов, Тр. ИММ УрО РАН, 17, № 1, 2011, 129–161.
- [3] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами. Теория системного синтеза. Либроком. 2019. 240 с.

О СИНТЕЗЕ ДЕШИФРАТОРА В ОДНОМ КЛАССЕ ОБОБЩЁННЫХ КОНТАКТНЫХ СХЕМ

Данилов Борис Радиславович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: brdanilov@gmail.com

В работе рассматривается одно из возможных обобщений понятия контактной схемы [1], при котором переменные, приписанные контактам, принимают не два, а большее число значений, а проводимость контакта по-прежнему остаётся двузначной. Назовём k -ичной контактной схемой мультиграф с выделенными вершинами (полюсами), рёбра (контакты) которого помечены символами x_i^σ , где x_i , $1 \leq i \leq n$, — переменная, σ — число, $0 \leq \sigma \leq k - 1$. Подобно двоичному случаю контакт x_i^σ проводит тогда и только тогда, когда значение переменной x_i , определённой на множестве $E_k = \{0, \dots, k - 1\}$, равно σ . Под сложностью k -ичной контактной схемы будем, как обычно, понимать число её контактов.

Для так называемых контактных схем с разделёнными полюсами среди полюсов выделяют входные и выходные. Матрицей проводимости такой контактной схемы называют функциональную матрицу $F = \|f_{ij}\|$, где на пересечении строки i и столбца j записана функция проводимости $f_{ij}(x_1, \dots, x_n)$ от полюса i к полюсу j , которая как и в двоичном случае является характеристической функцией некоторого подмножества множества E_k^n .

Такого рода обобщение контактной схемы рассматривалось ранее [2], где получены оценки сложности реализации функции аналогичной двоичному счётчику чётности. В данной работе изучается сложность реализации системы функций $Q_k(n) = \{x_1^{\sigma_1} \wedge \dots \wedge x_n^{\sigma_n} \mid (\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in E_k^n\}$, обобщающих двоичный конъюнктивный дешифратор (здесь ‘ \wedge ’ — это обычная конъюнкция). Сложность $L^K(Q_k(n))$ системы функций $Q_k(n)$ определяется как минимальная из сложностей реализующих её k -ичных контактных схем.

Для случая $k = 2$ хорошо известны (например, см. [3]) оценки:

$$k^n \leq L^K(Q_k(n)) \leq k^n + O\left(\frac{k^n}{n}\right),$$

которые в данной работе установлены и для произвольного $k \geq 3$.

Работа выполнена при поддержке гранта Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лупанов О. Б. О синтезе контактных схем // ДАН СССР. 1958. Т. 119, № 1. С. 23–26.
- [2] Рычков К. Л. О сложности обобщённых контактных схем // Дискретный анализ и исследование операций. 2009. Т. 16, № 5. С. 78–87.

- [3] Ложкин С. А. Основы кибернетики. М.: Издательский отдел ф-та ВМиК МГУ, 2004. 256 с.

АРХИТЕКТУРЫ СПАЙКОВЫХ ИНС И МЕТОДЫ ИХ ОБУЧЕНИЯ

Евграфов Владимир Андреевич¹, Ильюшин Евгений Альбинович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: evgrafov.vladimir@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: eugene.ilyushin@gmail.com

Модель нейроморфных вычислений предполагает выполнение вычислений биологически правдоподобным образом. Одним из наиболее успешных методов моделирования нейроморфных вычислений являются спайковые нейронные сети (СНС) – одни из ведущих кандидатов для преодоления ограничений ИНС 2-го поколения и эффективного использования алгоритмов машинного обучения в реальных приложениях. Концепция СНС часто рассматривается как нейронная сеть 3-го поколения [1], которая может эффективно обрабатывать дискретные пространственно-временные сигналы (спайки).

В данной работе рассматриваются ключевые аспекты применения СНС: модель спайкового нейрона, методы кодирования информации в СНС, методы их обучения и создания, а также аппаратные и программные платформы для их использования.

Основной моделью нейрона в СНС является интегрирующий нейрон с утечкой. Такой нейрон может быть охарактеризован внутренним состоянием – мембранным потенциалом. Нейрон интегрирует входные сигналы с течением времени и с учётом утечки сигнала. Выходной спайк генерируется всякий раз, когда потенциал преодолевает порог срабатывания нейронов.

Наиболее часто используемым методом кодирования информации является метод кодирования частотой спайков. Однако исследования в области нейробиологии показали, что высокоскоростная обработка информации в мозге не может быть осуществлена с использованием исключительно такой схемы кодирования, но может быть осуществлена с помощью метода кодирования при помощи точного времени спайка. К тому же, такой метод позволяет кодировать большее количество информации, используя меньшее количество спайковых нейронов [2].

Существуют два широких класса СНС: преобразованные из обученных классических ИНС и полученные путем прямого обучения. Методы прямого обучения можно разделить на два подкласса: основанные на локальной оптимизации, и основанные на оптимизации с глобальной целью (например, минимизация функции потерь).

Успешными примерами аппаратной поддержки СНС можно назвать Neurogrid, BrainScaleS, Intel Loihi, IBM TrueNorth, Tianjic. Использование специализированного аппаратного обеспечения позволяет достигнуть сопоставимой

точности по сравнению с ИНС при использовании меньшего количества энергии и других ресурсов [3].

Активно развивается несколько программных продуктов, которые упрощают разработку СНС: SpykeTorch, SNN Conversion Toolkit и Nengo. SpykeTorch имитирует сверточные СНС, основанные на правиле обучения STDP, с не более чем одним спайком на нейрон. SNN Conversion Toolkit позволяет получить СНС из ИНС методом преобразования и запустить её на различных аппаратных платформах. Nengo [4] — пакет нейронного моделирования с графическим интерфейсом и средой программирования, поддерживающий различные специализированные вычислители. Тем не менее, программные средства для создания СНС находятся на ранней стадии развития, поэтому создание СНС занимает много времени.

Подробное изучение области СНС в данной работе показывает, что предложенный подход к разработке архитектур ИНС активно развивается, находит все большее применение и получает поддержку в виде современного и эффективного аппаратного и программного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Maass W. Networks of spiking neurons: the third generation of neural network models //Neural networks. – 1997. – Т. 10. – №. 9. – С. 1659-1671.
- [2] Paugam-Moisy H., Bohte S. M. Computing with spiking neuron networks //Handbook of natural computing. – 2012. – Т. 1. – С. 1-47.
- [3] Shukla R. et al. REMODEL: Rethinking deep CNN models to detect and count on a NeuroSynaptic system //Frontiers in neuroscience. – 2019. – Т. 13. – С. 4.
- [4] Bekolay T. et al. Nengo: a Python tool for building large-scale functional brain models //Frontiers in neuroinformatics. – 2014. – Т. 7. – С. 48.

АДАПТИВНЫЕ 2D НЕОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ 2D НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

**Егоренков Владимир Александрович, Логинова Мария Михайловна¹,
Трофимов Вячеслав Анатольевич²**

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: egorenkov-v-a@cs.msu.ru, mloginova@cs.msu.ru

² Южно-Китайский университет технологий, SCUT, Guangzhou, China, e-mail: trofimov@scut.edu.cn

Многие проблемы современной лазерной физики описываются уравнениями или системами уравнений в неограниченной области, либо в процессе распространения лазерного излучения существенно изменяется его пространственный или временной масштабы. Однако, при компьютерном моделировании неограниченную область заменяют на конечную область, что может

привести к появлению ложной отраженной волны от границы области и существенному искажению численного решения. Чтобы избежать этого, требуется существенно расширить расчетную область, что приводит к многократному увеличению машинного времени, особенно в случае решения многомерных задач или вычислений на больших временных интервалах. Другим подходом является постановка искусственных (неотражающих, прозрачных) граничных условий (ИГУ). Это актуальная научная проблема, привлекающая внимание многих авторов (см., например [1-2]).

Существуют различные подходы постановки ИГУ для уравнения Шредингера. Как правило, в этих условиях используются постоянные значения параметров (неадаптивные ИГУ). Очевидно, что в процессе распространения оптического излучения, его локальные характеристики (проекция волновых чисел, групповая скорость) изменяются в следствие дифракции и дисперсионного расплывания, а также из-за нелинейного взаимодействия со средой. Следовательно, для повышения эффективности ИГУ необходимо выполнять адаптацию их параметров, используя решение задачи вблизи искусственной границы (адаптивные ИГУ). Учитывая конечную точность аппроксимации краевых условий и решения задачи, особую роль играет способ вычисления данных параметров, а также влияние продольной и поперечной дифракции светового пучка на их эффективность.

В докладе продемонстрирована необходимость использования адаптивных (по времени и пространству) ИГУ при учете дифракции пучка, а также предложен метод их построения в 2D случае. Приведены результаты компьютерного моделирования и проведены сравнения решений, полученных с помощью неадаптивных и адаптивных ИГУ, с эталонным решением.

В.А. Егоренков и М.М. Логинова выражают благодарность РФФИ за финансовую поддержку работы (грант № 19-11-00113).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Review of Transparent and Artificial Boundary Conditions Techniques for Linear and Nonlinear Schrodinger Equations / X. Antoine, A. Arnold, C. Besse, M. Ehrhardt, A. A. Schadle // Communications in Computational Physics. 2008. V. 4, № 4. P. 729–796.
- [2] Antoine X., Besse C., Mouysset V. Numerical schemes for the simulation of the two-dimensional Schrödinger equation using non-reflecting boundary conditions // Mathematics of computation. 2004. V. 73, № 248. P. 1779–1799.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ

Еленин Георгий Георгиевич¹, Еленина Татьяна Георгиевна²

¹ Кафедра вычислительных методов ВМиК МГУ, e-mail: elenin2@rambler.ru

² Кафедра математического моделирования и информатики Физического факультета МГУ, e-mail: t.yelenina@gmail.com

В докладе рассматриваются семейства адаптивных численных методов решения задачи Коши для гамильтоновых систем с разделенной функцией Гамильтона $H(\mathbf{P}, \mathbf{R}) = K(\mathbf{P}) + U(\mathbf{R})$. Вектор-функции $\mathbf{P} = \mathbf{P}(t)$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$ описывают зависимости импульсов и положений от времени t , K и U обозначают кинетическую энергию системы и потенциальную энергию гравитационного взаимодействия. Точные решения задачи могут иметь внутренние погранслои. Для эффективного численного решения таких задач следует привлекать численные методы с автоматическим выбором шага, сохраняющие геометрию фазового пространства и первые интегралы движения в рамках точной арифметики. Построение таких методов является одной из проблем современной вычислительной математики [1].

Один из походов к созданию адаптивных методов заключается в параметризации решения $\mathbf{P} = \mathbf{P}(t')$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t')$, $dt/dt' = s(\mathbf{P}(\theta), \mathbf{R}(\theta))$, где $s = s(\mathbf{P}, \mathbf{R})$ — функция выбора шага, рассмотрении новой задачи Коши в расширенном фазовом пространстве $\{\mathbf{P}, -H(\mathbf{P}_0, \mathbf{R}_0), \mathbf{R}, t\}$ и привлечении для численного решения новой задачи с функцией Гамильтона $H' = s(\mathbf{P}, \mathbf{R})(H(\mathbf{P}, \mathbf{R}) - H(\mathbf{P}_0, \mathbf{R}_0))$ симплектических консервативных методов четного порядка аппроксимации с постоянным шагом $\Delta t'$. Порядок аппроксимации финального метода можно повысить с помощью симметричных методов композиции [2].

Приводятся конкретные реализации такого подхода и описываются соответствующие им вычислительные алгоритмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002, 512 p.
- [2] Yoshida Y. Contraction of higher order symplectic integrators // Phys. Lett. A, 1990, v. 150, pp. 262-268.

О МЕТОДЕ ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ DDoS АТАК НА КОНТРОЛЛЕР В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЯХ

Емец Евгений Сергеевич¹, Пашков Василий Николаевич²

¹ Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: emets@lvk.cs.msu.ru

² Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.ru

В программно-конфигурируемых сетях контур управления логически централизован, поэтому контроллер является целью для атаки. Отказ или перегрузка контроллера вследствие атаки может приводить к потере контроля над сетью. При получении очередного запроса на установление нового потока в сети, контроллер должен рассчитать новый маршрут, что является трудозатратной операцией. При получении большого количества таких запросов, контроллер может не справиться с нагрузкой, что может привести к сбросу пользовательских запросов. Таким образом, злоумышленники могут добиться того, что очередь обработки запросов контроллера будет переполнена фиктивными запросами, сформированными ими, а запросы, сформированные пользователями, не будут успевать обрабатываться [1], то есть будет осуществлена DDoS атака на контроллер в ПКС сети.

Для решения данной проблемы в работе [2] и [3] используется триггерный механизм на основе пороговых значений. В работе [4] используется метод на основе общей энтропии потоков. В работе [5] используется триггерный механизм в связке с методом К ближайших соседей.

Для решения задачи обнаружения атаки в данной работе предлагается метод, основанный на анализе потоков в сети [5]. Данный метод предполагает использование машинного обучения для определения фиктивных потоков, с помощью которых производится атака на контроллер. В работе используется связка из методов К средних для обучения и К ближайших соседей для классификации подозрительных потоков. Использование данной связки методов позволяет ускорить классификацию, путем кластеризации обучающей выборки в процессе обучения и последующей классификации путем нахождения ближайших кластеров в методе ближайших соседей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Aladaileh M. A. et al. Detection Techniques of Distributed Denial of Service Attacks on Software-Defined Networking Controller – A Review //IEEE Access. – 2020. – Т. 8. – Р. 143985-143995.
- [2] Wang S., Chavez K. G., Kandeepan S. SECO: SDN sEzure COntroller algorithm for detecting and defending denial of service attacks //2017 5th International

Conference on Information and Communication Technology (ICoIC7). – IEEE, 2017. – P. 1-6.

- [3] Wang S. et al. SECOD: SDN secure control and data plane algorithm for detecting and defending against DoS attacks //NOMS 2018-2018 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symposium. – IEEE, 2018. – P. 1-5.
- [4] Kalkan K. et al. JESS: Joint Entropy-Based DDoS Defense Scheme in SDN //IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2018. – Т. 36. – №. 10. – P. 2358-2372.
- [5] Tan L. et al. A New Framework for DDoS Attack Detection and Defense in SDN Environment //IEEE Access. – 2020. – Т. 8. – P. 161908-161919.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К СЕТЕВОМУ КОДИРОВАНИЮ НА ОСНОВЕ $GF(3^m)$

Ержанов Жалгас Калиевич¹, Смелянский Руслан Леонидович²

¹ Кафедра Автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: z661738@gmail.com

² Кафедра Автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: smel@cs.msu.su

В статье рассматривается новый подход к реализации технологии сетевого кодирования. Сетевое кодирование — технология передачи данных, активно развиваемая в последнее время, благодаря следующим преимуществам перед обычной передачей данных: уменьшение числа циркулирующих в сети кадров, повышенная безопасность передаваемых данных, а также повышение скорости освобождения буфера коммутатора. До настоящего времени основным методом, применяемым в сетевом кодировании является т. н. линейное сетевое кодирование [1]. В работе предлагается новый метод, основанный на сжатии данных без потерь. В предложенном подходе сжатие передаваемых данных происходит за счет перехода к более компактному алфавиту, а именно от двоичного к троичному. Вследствие такого преобразования, за счет сокращения фактического объема отправляемых единиц данных, высвобождается пустое пространство, которое можно использовать для передачи дополнительной информации или для исправления ошибок, возникающих во время передачи данных. В работе рассматриваются и развиваются подходы к использованию свободного пространства для применения технологии Forward Error Correction, кодов, исправляющих ошибки. Использование такой технологии позволит избавиться от повторной передачи одних и тех же кадров, а значит повысить эффективность использования пропускной способности сети.

В докладе дано описание полей Галуа и обоснование выбора полей Галуа, с основанием 3. В докладе представлен предлагаемый метод, а также приведены примеры преобразования сжатия. Показано, как использовать помехоустойчивое кодирование, а конкретно — коды Рида—Соломона. Сформулированы

достоинства и недостатки предложенного метода, а также ряд проблем, требующих дальнейшего рассмотрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fragouli C., Soljanin E., Network coding fundamentals. — Now Publishers Inc, 2007.

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ДАННЫХ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПЛАТФОРМЫ ПОИСКА ЦЕНТРОВ ПРОТОННОЙ ТЕРАПИИ ДЛЯ ЛЕЧЕНИЯ ОНКОЛОГИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ

**Ечкина Евгения Юрьевна¹, Будняк Антон Сергеевич², Гузминова
Наталья Юрьевна³**

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: ejane@cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: budnyakanton@gmail.com

³ Великобритания, Лондон, Спрингвуд, e-mail: NGuzminova@gmail.com

В современном мире онкологические заболевания являются причиной практически каждой шестой смерти. Существуют три основных направления борьбы с онкологическими заболеваниями: хирургическое лечение, химиотерапевтическое лечение и лучевая терапия.

Одним из передовых методов лучевой терапии в настоящий момент является протонная терапия. Благодаря физическим свойствам протонных лучей, протонная терапия привлекает внимание не только своей высокой точностью облучения, но и существенно меньшим дополнительным облучением на здоровые окружающие ткани и жизненно важные органы. Это является существенным моментом при выборе тактики лечения, например, в педиатрической практике, у ослабленных больных, а также в случаях невозможности проведения оперативного лечения из-за анатомического расположения опухолевого процесса. Надо также отметить, что протонная терапия дает меньшее количество побочных эффектов в сравнении с традиционным облучением. Зачастую, это единственный метод, позволяющий сохранить высокий уровень качества жизни пациентов при минимуме препятствий к социальной реабилитации и повседневной активности после окончания лечения.

На настоящее время в мире более 100 центров протонной терапии, и несмотря на кажущуюся идентичность, каждый из них обладает своей пропускной способностью, принимает пациентов на определенной стадии заболевания и с определенными локализациями опухолевого процесса, стоимость лечения в каждом центре различна, многие центры находятся в странах визового режима и получение медицинской визы в которые может быть сопряжено с определенными трудностями.

В этой работе рассматривается способ разработки информационной платформы, позволяющей быстро подобрать для пациента центр протонной терапии подходящий именно ему. На основе всех данных о стадии заболевания пациента рекомендательная система находит центры, пациенты которых имели на момент поступления похожие симптомы и уже прошли лечение. На выходе получается список наиболее релевантных для пациента центров, в которых его смогут принять. Это осуществимо благодаря методу Content-based filtering, который рассчитывает косинусную близость векторов-признаков, полученных путем кодирования и векторизации характеристик заболевания пациента. Далее происходит фильтрация центров, исходя из финансовых и логистических возможностей пациента. Таким образом, вместо месяцев потраченных на поиски, пациент за короткое время получит список центров, в которых ему скорее всего смогут оказать помощь, а также для каждого центра – четкие рекомендации для составления первичного запроса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sachi Nandan Mohanty. Recommender System with Machine Learning and Artificial Intelligence: Practical Tools and Applications in Medical, Agricultural and Other Industries // Wiley 2020. С. 165-287.

РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЛА RSA-232

**Желтков Дмитрий Александрович¹, Замарашкин Николай Леонидович²,
Матвеев Сергей Александрович³**

¹ ИВМ РАН, e-mail: dmitry.zheltkov@gmail.com

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: nikolai.zamarashkin@gmail.com

³ Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: matseralex@gmail.com

Одним из наиболее популярных несимметричных алгоритмов шифрования, используемых при передаче данных по сети, является алгоритм RSA [1]. Данный алгоритм основывается на высокой вычислительной сложности задачи факторизации чисел.

Для оценки практической сложности взлома RSA ключей в 1991 [2] и 2001 годах были сгенерированы наборы полупростых (являющихся произведением двух простых) чисел различных размеров – от 100 до 617 десятичных знаков (от 330 до 2048 двоичных). С 2009 и до 2019 года наибольшим факторизованным числом являлось число RSA-768, содержащее 232 десятичных (768 двоичных) знака [3]. Для российских исследователей с 2010 года рекордным являлось число RSA-190, содержащее 190 десятичных (629 двоичных) знаков.

Для факторизации чисел такого размера используется метод обобщённого решета числового поля (generalized number field sieve, GNFS). Одним из наиболее вычислительно затратных этапов данного метода является так называемый

линейный этап – решение большой разреженной системы над полем из двух элементов. В ИВМ РАН активно занимались этой задачей [4,5], для проверки соответствия разработанных методов мировому уровню было принято решение факторизовать число RSA-232, имеющее те же размеры, что и рекордное факторизованное на тот момент число RSA-768 – 232 десятичных (768 двоичных) знака.

Для всех этапов метода обобщённого решета числового поля, кроме этапа решения линейной системы над полем из двух элементов, использовалась библиотека CADO-NFS [6], для решения линейной системы – разработанная в ИВМ РАН версия блочного метода Ланцоша-Монтгомери [4, 5]. В итоге, 17 февраля 2020 года было получено разложение числа RSA-232 на простые множители, что являлось на тот момент вторым по размеру (вместе с RSA-768) факторизованным RSA-числом в мире, так как чуть ранее, в конце 2019 года группой французских исследователей была получена факторизация числа RSA-240, содержащего 240 десятичных (795 двоичных) знаков. На данный момент число является третьим по размеру факторизованным RSA-числом в мире и рекордным в России.

Отметим, что возникшая в процессе факторизации система над полем из двух элементов имела порядок более 317 миллионов и являлась рекордной по размеру решённой системой такого типа, при этом её решение заняло меньше времени, чем, например, решение системы меньшего порядка, возникшей при факторизации числа RSA-240.

Доклад посвящён деталям процесса факторизации и, в особенности, анализу эффективности линейного этапа.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова [7] а также суперкомпьютера «Жорес» [8] Сколковского института наук и технологий.

Работа поддержана Отделением Московского центра фундаментальной и прикладной математики в ИВМ РАН (Соглашение № 075-15-2019-1624 с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Rivest R. L., Shamir A., Adleman L. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems //Communications of the ACM. 1978. Т. 21, № 2. С. 120-126.
- [2] Dowling B. RSA factoring challenge. 1991
- [3] Kleinjung T. et al. Factorization of a 768-bit RSA modulus //Annual Cryptology Conference. Springer, Berlin, Heidelberg. 2010. С. 333-350.

- [4] Zamarashkin N., Zheltkov D. Block Lanczos–Montgomery method with reduced data exchanges //Russian Supercomputing Days. Springer, Cham. 2016. С. 15-26.
- [5] Zamarashkin N. L., Zheltkov D. A. GPU Acceleration of Dense Matrix and Block Operations for Lanczos Method for Systems Over GF (2) //Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Т. 40. № 11. С. 1881-1891.
- [6] The CADO-NFS Development Team. CADO-NFS, An Implementation of the Number Field Sieve Algorithm, development version, 2019, <http://cado-nfs.gforge.inria.fr/>
- [7] Воеводин Вл. В., Жуматий С. А., Соболев С. И., Антонов А. С., Брызгалов П. А., Никитенко Д. А., Стефанов К. С., Воеводин Вад. В. Практика суперкомпьютера "Ломоносов"// Открытые системы. Москва: Издательский дом "Открытые системы". 2012. № 7 С. 36-39.
- [8] Zacharov I. et al. “Zhores”—Petaflops supercomputer for data-driven modeling, machine learning and artificial intelligence installed in Skolkovo Institute of Science and Technology //Open Engineering. 2019. Т. 9. №. 1. С. 512-520.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ВНЕШНЕЙ И ВНУТРЕННЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОАЛИЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ В ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ИГРЕ С НЕТРАНСФЕРАБЕЛЬНЫМИ ВЫИГРЫШАМИ

**Жуковский Владислав Иосифович¹, Жуковская Лидия Владиславовна²,
Высокос Мария Ивановна³, Романова Виолетта Эдуардовна⁴, Мухина
Юлия Сергеевна⁵**

¹ д. ф.-м. н., проф. каф. ОУ, ВМК, e-mail: zhkvlad@yandex.ru

² д. э.-н., к. ф.-м. н., в. н. с., ЦЭМИ РАН, e-mail: zhukovskaylv@mail.ru

³ к. ф.-м. н., доц., ГГФУ, e-mail: mvysokos@mail.ru

⁴ ст. ОУ, ВМК, e-mail: vilca2001@mail.ru

⁵ ст. ВА, мехмат, e-mail: js.mukhina@mail.ru

Для дифференциальной позиционной игры шести лиц с двумя коалициями (по три игрока) и без побочных платежей, формализуется внешняя и внутренняя устойчивость коалиции с помощью принципа максимума по Парето для каждой коалиции и концепции угроз и контругроз, препятствующей уходу отдельного члена коалиции и присоединению к коалиции других игроков. Для одной из видов игры найден явный вид такого решения.

КОЭФФИЦИЕНТ КОАГУЛЯЦИИ В ПОТОКЕ ВЕЩЕСТВА

Загидуллин Ришат Раилевич¹, Смирнов Александр Павлович², Матвеев Сергей Александрович³, Бриллиантов Николай Васильевич⁴

¹ Кафедра АНИ, ВМК МГУ, e-mail: zagidullinrishat@gmail.com

² Кафедра АНИ, ВМК МГУ, e-mail: sap@cs.msu.ru

³ Кафедра ВТМ, ВМК МГУ, e-mail:

⁴ CDISE, Сколтех, e-mail:

В данной работе мы выводим коэффициенты для ядра коагуляции для случая пространственной неоднородности. Для этого строится модель коагуляции частиц, движущихся с разной скоростью в одном направлении. Из этой модели выводится постановка задачи. Аналитическим решением задачи является бесконечный ряд из полиномов Лежандра и функций Макдональда, через который можно получить простые асимптотики при большом и малом параметре. Чтобы провести валидацию, мы получаем численное решение, согласующееся с найденными асимптотиками.

Для получения коэффициентов нужно решить следующую постановку задачи:

$$\Delta u - \mu^2 u = 0 \quad (1)$$

$$u(r \rightarrow \infty, \theta) = 0 \quad (2)$$

$$u(r \rightarrow R_{12}, \theta) = -n_\infty e^{-\mu R_{12} \cos \theta} \quad (3)$$

где $n = ue^{\mu x}$, $\mu = \frac{v_{0x}}{2D}$.

В сферических координатах в предположении цилиндрической симметрии решением постановки задачи 1-3 является бесконечный ряд [1]:

$$u(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{n=0}^{\infty} -n_\infty \frac{\sqrt{R_{12}}}{K_{n+\frac{1}{2}}(\mu R_{12}) \|P_n\|^2} \cdot F_n(\mu R_{12}) P_n(\cos \theta) K_{n+\frac{1}{2}}(\mu r) \quad (4)$$

где P_n – полином Лежандра, $K_{n+\frac{1}{2}}$ – функция Макдональда, F_n определяется следующим образом:

$$F_n(\mu R_{12}) = \int_{-1}^1 e^{-\mu R_{12} q} P_n(q) dq \quad (5)$$

Отсюда можно вывести коэффициенты коагуляции для случая, когда частицы находятся в потоке. Так как ряд бесконечный, то его можно посчитать лишь с определенной степенью точности. Поэтому мы строим асимптотики.

Аппроксимация при малых числах Пекле получается с помощью разложения экспоненты в ряд Тейлора. Получаем формулу для K (если оставить лишь линейный член):

$$\hat{K}_0(\mu R_{12}) = 2 + 2\mu R_{12} \quad (6)$$

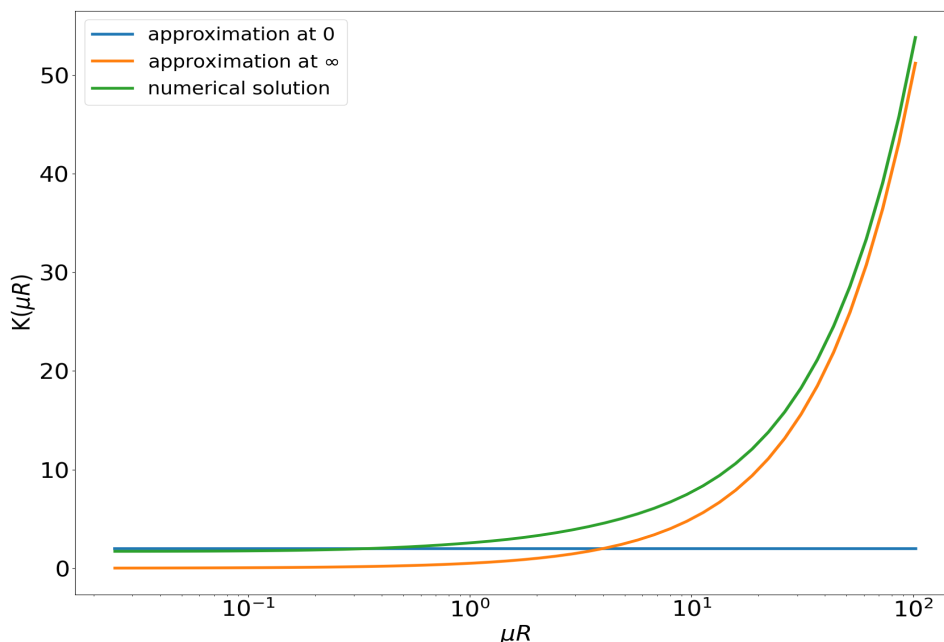


Рис. 1: График ядра коагуляции в потоке и асимптотические формулы при малых и больших числах Пекле в логарифмической шкале по x . $\mu R_{12} \in [0.03, 100]$.

При достаточно больших μR_{12} мы имеем возможность переписать поток лишь через его переносную компоненту и получить простую формулу для ядра коагуляции:

$$\hat{K}_{\infty}(\mu R_{12}) = \frac{\mu R_{12}}{2} \quad (7)$$

Значения функции $\hat{K}(\mu R_{12})$ для средних чисел Пекле можно получить из численного решения. На Рис. 1 построены графики численного решения, а также асимптотик при малых и больших μR_{12} в разных масштабах. В дальнейшем планируется применить полученное ядро для решения уравнения Смолуховского с учетом пространственной неоднородности[2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. “Уравнения математической физики”., МГУ., Москва, (1999).
- [2] Галкин В.А.: “Уравнение Смолуховского”. Физматлит., Москва, (2001).

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКОЙ НА ОСНОВЕ ИНТЕРВАЛЬНОГО ПРОГНОЗА СКОРОСТИ

Задябин Виктор Сергеевич¹, Степанов Евгений Павлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: viktor.zadyabin@mail.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvc.cs.msu.ru

В настоящее время активно развиваются различные сетевые сервисы, многие из которых подразумевают работу с высокой нагрузкой на сеть. Одним из подходов к повышению качества сервиса является оптимизация работы алгоритмов управления перегрузкой. Так, было разработано множество алгоритмов: TCP Tahoe, TCP Reno, TCP Cubic, BBR и другие. В настоящей работе рассматриваются алгоритмы управления перегрузкой, определяющие перегрузку по потере пакета. Эти алгоритмы имеют общий недостаток - это уменьшение размера окна перегрузки домножением на детерминированный коэффициент. Например, в TCP Cubic оно домножается на b , где b принимает значение, равное 0,7. Таким образом, фаза предотвращения перегрузки начинается с меньшим размером окна, чем могла бы позволить сеть. В настоящей работе предлагается алгоритм перегрузки, в котором, благодаря интервальному прогнозированию скорости, будет определено значение окна перегрузки, равное нижней границе прогнозируемого интервала.

Представленная задача была формализована следующим образом: имея временной ряд со значениями средней скорости и наперёд заданное значение вероятности p , найти $b_1, b_2 : P(b_1 < V_{N+k} < b_2) = p$. По результатам обзора методов интервального прогнозирования [4] был выбран эмпирический подход на основании следующих критериев:

- Не требует подбора модели прогнозирования.
- Является автоматическим методом.
- Обладает адекватной вычислительной сложностью.

Для работы интервального метода прогнозирования необходимо сначала применить точечное прогнозирование. По результатам обзора точечных методов прогнозирования был выбран метод, использующий модель скользящего среднего [3], благодаря своей простоте и, гипотетически, наиболее корректным результатам (в виду усреднения последних значений ряда). Сам алгоритм реализован в виде модуля ядра операционной системы Linux. Предложена методика проведения экспериментального исследования эффективности предложенного алгоритма - сравнительный анализ скорости соединения, проходящего через канал с динамически меняющейся остаточной пропускной способностью, под управлением разных алгоритмов управления перегрузкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jacobson V. Congestion Avoidance and Control // Proc. SIGCOMM '88, Vo118 No. 4. 1988
- [2] Fahmy S., Karwa T.P. TCP CONGESTION CONTROL: OVERVIEW AND SURVEY OF ONGOING RESEARCH // Department of Computer Sciences Purdue University. 2001
- [3] Чучуева И. Диссертация «Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия» // Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана. Москва. 2012
- [4] Chatfield C. Calculating Interval Forecasts // School of Mathematical Sciences, University of Bath, Bath, Avon BA2 7AY, United Kingdom. 2012

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Зайцева Наталья Владимировна

Кафедра общей математики, e-mail: zaitseva@cs.msu.ru

Рассмотрим гиперболическое уравнение

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{k}{x}u_x \quad (1)$$

в прямоугольной области $D = \{(x, t) | 0 < x < l, 0 < t < T\}$, где $l > 0, T > 0, k \neq 0$ — заданные действительные числа.

Для уравнения (1) в области D исследованы начально-граничные задачи с классическими начальными условиями и нелокальными интегральными условиями первого и второго рода. Найдены промежутки изменения параметра k : $k \leq -1$; $-1 < k < 1$ и $k \neq 0$; $k \geq 1$, в которых задачи с интегральными условиями первого рода [1, 2, 3] и задачи с интегральными условиями второго рода [4, 5] поставлены корректно. В каждом из этих случаев доказаны теоремы единственности, существования и устойчивости решения задач. Решения построены в виде ряда Фурье–Бесселя по собственным функциям одномерной спектральной задачи с соответствующим обоснованием его сходимости в классе регулярных решений уравнения (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зайцева Н. В. Начально-граничная задача для B -гиперболического уравнения с интегральным условием первого рода в прямоугольной области // Вестник Самарского государственного университета. 2016. № 3–4. С. 51–62.
- [2] Зайцева Н. В. Нелокальная краевая задача для B -гиперболического уравнения в прямоугольной области // Вестник Самарского государственного

технического университета. Серия Физико-математические науки. 2016. Т. 20, № 4. С. 589–602.

- [3] Zaitseva N. V. Keldysh type problem for B -hyperbolic equation with integral boundary value condition of the first kind // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2017. Vol. 38, no. 1. P. 162–169.
- [4] Сабитов К. Б., Зайцева Н. В. Начальная задача для B -гиперболического уравнения с интегральным условием второго рода // Дифференциальные уравнения. 2018. Т. 54, № 1. С. 123–135.
- [5] Sabitov K. B., Zaitseva N. V. Initial-boundary value problem for hyperbolic equation with singular coefficient and integral condition of second kind // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2018. Vol. 39, no. 9. P. 1419–1427.

О ПОДХОДАХ К ПОСТРОЕНИЮ МАРШРУТОВ ДЕМУЛЬТИПЛЕКСИРОВАННЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Звонов Андрей Денисович¹, Степанов Евгений Павлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: zvonand@asvk.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

В настоящее время для улучшения качества сервиса широко используются многопоточные протоколы передачи данных [1, 2 3]. Демультимплексирование соединения позволяет увеличить его скорость, так как используются ресурсы сразу нескольких маршрутов в сети. Кроме того, демультимплексирование повышает и отказоустойчивость соединения.

Однако неправильный выбор алгоритма построения маршрутов демультимплексированного соединения может не позволить получить выгоду от демультимплексирования. Так, если с помощью демультимплексирования нужно повысить скорость соединения, то без должной маршрутизации некоторые маршруты могут частично или полностью совпасть, что не даст получить того выигрыша от демультимплексирования, который был бы получен при правильном выборе маршрутов.

Для построения маршрутов многопоточных соединений на данный момент существует множество различных алгоритмов: (*жадный алгоритм*, алгоритм нахождения максимального потока, алгоритмы построения максимальных избыточных деревьев, МСМФ, ...), однако нет данных о том, какой из алгоритмов наилучшим образом решает отдельную задачу.

В работе формулируется несколько классов задач, требующих найти в графе множество маршрутов, отвечающее заявленному требованию. Пусть в некоторой сети есть абоненты А и Б, которые хотят установить между собой соединение, к которому предъявляется одно из следующих требований.

— **Задача 1.** Необходимо передавать данные с требуемой скоростью.

- **Задача 2.** Необходимо гарантировать надёжность соединения не ниже заявленного требования.
- **Задача 3.** Необходимо найти множество маршрутов, имеющих минимальное пересечение друг с другом.

В работе предложена методика выбора алгоритма построения маршрута на основе оценки их эффективности по следующим критериям:

- Сложность алгоритма.
- Оптимальность алгоритма, или процент найденных решений от общего числа запросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Q. D. Coninck and O. Bonaventure, "Tuning Multipath TCP for Interactive Applications on Smartphones," 2018 IFIP Networking Conference (IFIP Networking) and Workshops, Zurich, Switzerland, 2018, pp. 1-9.
- [2] The past, present, and future of transport-layer multipath. / Habib, S., Qadir, J., Ali, A., Habib, D., Li, M., & Sathiaselan, A. // Journal of Network and Computer Applications 75 (2016): 236-258.
- [3] RFC6824. TCP Extensions for Multipath Operation with Multiple Addresses. A. Ford, C. Raiciu, M. Handley, O. Bonaventure. January 2013.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ТОКАМАСЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ

Зотов Игорь Викторович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

Для работы электромагнитной диагностической системы современной установки токамак требуется разработка быстродействующих алгоритмов обработки данных физического эксперимента. Особенно это актуально в связи с окончанием строительства и подготовкой физического пуска крупнейшей российской установки нового поколения Т-15МД. На этой установке с вытянутой в поперечном сечении однонулевой и двухнулевой конфигурацией плазмы с аспектным отношением в диапазоне 2.2–3.1 планируется в процессе разряда определять границу плазмы и распределение продольного электрического тока внутри нее. Высокие значения вытянутости поперечного сечения $k = 1.7–1.9$, треугольности $\Delta = 0.3–0.4$ и аспектного отношения ($\frac{R}{a}$) создают благоприятные условия для устойчивого решения рассматриваемой некорректной обратной задачи [1]. Ранее нами была разработана параллельная версия кода RPB для определения границы тороидальной плазмы на основе графических процессоров с использованием технологии NVIDIA CUDA [2].

В данной работе предлагается новый параллельный алгоритм для определения профиля тока. Для рассматриваемой нелинейной обратной задачи предложен интегро-дифференциальный подход, при котором строится итерационный процесс последовательного поиска профиля тока в координатах, связанных с решением. На каждом шаге этого процесса последовательно решаются уравнение равновесия и интегральное уравнение первого рода для нового приближения распределения тока. Для решения интегрального уравнения применяется метод регуляризации А.Н.Тихонова с квазиоптимальным выбором параметра регуляризации. Программная реализация предложенного алгоритма основана на использовании библиотеки программ CuSOLVER. Приводятся результаты сравнения параллельной и последовательной реализаций алгоритма решения задачи.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-07-00391.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зотов И. В., Белов А. Г., Сычугов Д. Ю., Лукаш В. Э., Хайрутдинов Р. Р. Численное моделирование системы электромагнитной диагностики токамака Т-15М. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2015. Вып. 2, С. 51–61.
- [2] Zotov I. V., Vysotsky L. I. High performance version of RPB code for determination of the plasma boundary in tokamak based on graphic processors // Journal of Physics: Conference Series. 2019. v. 1383, p.012010.

ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМАЯ СЕТЬ ПОЛНОГО СТЕКА НА ОСНОВЕ СЕРВИС ОРИЕНТИРОВАННОЙ СЕТИ

Иванов Илья Владимирович¹, Антоненко Виталий Александрович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: iivanov@lvk.cs.msu.su

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: anvial@lvk.cs.msu.su

В настоящее время концепция программно-конфигурируемых сетей использующих все уровни сетевого взаимодействия реализована лишь частично. Для управления плоскостью данных существуют динамически настраиваемые прокси-серверы. На уровне приложений есть решения предлагающие инструменты для работы ПКС на L7 уровне. Однако для реализации полнофункционального ПКС с возможностью работы на всех уровнях сети необходимы радикально новые идеи и абстракции, а также значительные доработки существующих решений. В данной работе вводится понятие контроллера ПКС полного стека, и рассматривается его реализация на основе контроллера ПКС Runos.

За последние годы стал популярен микросервисный подход [1] к созданию приложений. На основе данного подхода, для реализации возможности управления сетью передачи данных на прикладном уровне, была предложена концепция

сервис-ориентированной сети [2], которая опирается на инструменты управления приложениями Kubernetes и Istio [3]. Далее авторы статьи [3] представили идею архитектуры контроллера ПКС работающего с сервис-ориентированной сетью. Они предложили внедрить дополнительный прокси-сервер, реализующий функции L4-L7 уровней, такие как связь между сервисами, мониторинг и безопасность, для облегчения отслеживания и обслуживания приложений в целом. Затем дополнительный прокси-сервер подключается к виртуальному коммутатору, который действует как L2-L3 шлюз для физической сетевой инфраструктуры. Приложения, работающие на одном сервере, взаимодействуют только через дополнительный прокси-сервер и виртуальный коммутатор, а службы, расположенные на двух разных хостах, используют фабрику центра обработки данных [4] для обмена трафиком через соответствующие прокси-серверы и виртуальные коммутаторы.

В результате обзора для виртуализации сети на уровне L3 была выбрана система управления контейнерами Kubernetes, для реализации передачи данных Istio. Istio использует в качестве прокси-серверов проект Envoy [3]. Контроллер ПКС для экспериментов был выбран Runos [5]. В результате была воспроизведена с контроллером Runos архитектура (Рис. 1) из статьи [3].

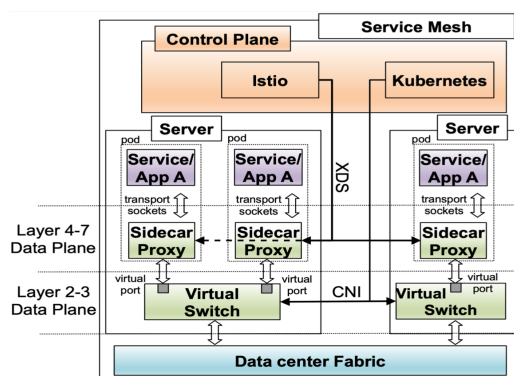


Рис. 1: Архитектура ПКС полного стека.

На основе собранного тестового стенда были проведены эксперименты по отказоустойчивости полученной системы, которое обеспечивает Istio при помощи политик гарантирующих доставку сообщений в сети, с которой данный проект работает. Кроме того для полученной архитектуры разработан подход, при котором контроллеры ПКС и приложения можно менять в процессе работы сети как на копии этих контроллеров и приложений, так и на другие, аналогичные по функционалу, что обеспечивает возможность работы с различными протоколами управления процессом обработки данных (OpenFlow, NetConf), использование различных архитектур сети. Это возможно благодаря унифицированному взаимодействию с Istio, которое общается со всеми контроллерами посредством одинаковых REST API интерфейсов.

Таким образом в данной работе реализована архитектура ПКС полного стека на основе сервис-ориентированного подхода с применением контроллера Runos. Кроме того разработан подход, согласно которому контроллеры ПКС и приложения могут быть заменены в процессе работы сети, что дает гибкость и позволяет реализовывать различные политики передачи данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 James Lewis and Martin Fowler. (2014, March) Microservices. [Online]. <http://martinfowler.com/articles/microservices.html>
- 2 Li W. et al. Service mesh: Challenges, state of the art, and future research opportunities //2019 IEEE International Conference on Service-Oriented System Engineering (SOSE). – IEEE, 2019. – С. 122-1225.]]
- 3 Antichi G., Rétvári G. Full-stack SDN: The Next Big Challenge? //Proceedings of the Symposium on SDN Research. – 2020. – С. 48-54.
- 4 Jyothi S. A., Dong M., Godfrey P. B. Towards a flexible data center fabric with source routing //Proceedings of the 1st ACM SIGCOMM Symposium on Software Defined Networking Research. – 2015. – С. 1-8.
- 5 Shalimov A. et al. The runos openflow controller //2015 Fourth European Workshop on Software Defined Networks. – IEEE, 2015. – С. 103-104.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ У СИСТЕМЫ 3-ГО ПОРЯДКА.

**Ильин Александр Владимирович, Роговский Александр Игоревич,
Бегишев Руслан Ренатович**

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: iline@cs.msu.ru,
alexander.rogovskiy@gmail.com, begrusso@gmail.com

Рассматривается модель энергетического комбайна [1]:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -z_1 + \mu(-\gamma z_2 + \text{th}(z_3)(\Delta - z_1)) \\ \dot{z}_3 = -\beta z_3 + \alpha(\cos(\zeta \arctg z_1) + 1), \end{cases} \quad (1)$$

Для корректной работы комбайна необходимо, чтобы он совершал колебательные движения, поэтому ставится задача поиска параметров системы, при которых она имеет нетривиальные периодические решения.

Стоит отметить, что периодические решения существуют не при всех значениях параметров системы (см.[2]).

Используя результаты [3], была доказана следующая теорема:

Теорема 1. Пусть параметры α, β, ζ таковы, что существуют числа $0 < \bar{p} < \bar{\bar{p}}$ и

$$\bar{I}(\bar{p}) < 0, \underline{I}(\bar{\bar{p}}) > 0,$$

где

$$\bar{I}(\bar{p}) = \frac{2\alpha}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2\alpha}{\beta}} \right) + \frac{\alpha \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2\alpha}{\beta}} \right)}{\beta^2 + 4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} w(\bar{p}, q) dq, \quad (2)$$

$$\underline{I}(\bar{\bar{p}}) = -\frac{2\alpha}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2\alpha}{\beta}} \right) + \frac{\alpha \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2\alpha}{\beta}} \right)}{\beta^2 + 4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} w(\bar{\bar{p}}, q) dq. \quad (3)$$

$$w(p, q) = \cos 2q (\cos(\zeta \operatorname{arctg}(p \sin q)) - \cos(\zeta \operatorname{arctg}(p \cos q)))$$

Тогда найдётся такое число $\gamma > 0$, что система (1) имеет нетривиальное периодическое решение для всех μ из некоторого отрезка $[0, \bar{\mu}]$.

Согласно Теореме 1, для существования периодических решений достаточно найти значения параметров, при которых функции $\bar{I}(\bar{p}), \underline{I}(\bar{\bar{p}})$ принимают значения определенных знаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Todorov, Todor и др. “Modelling and Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester”. В: MATEC Web Conf. 148 (2018), с. 12002. doi: 10.1051/matecconf/201814812002. url: <https://doi.org/10.1051/matecconf/201814812002>.
- [2] V.V. Fomichev и др. “Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester”. В: Computational Mathematics and Modeling 31.1 (2020), с. 293–307
- [3] Э.А. Коддингтон и Н. Левинсон. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Издательство иностранной литературы, 1958.

ФИЛЬТРАЦИЯ МАРКОВСКИХ СКАЧКООБРАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ ПО СЧИТАЮЩИМ И ДИФФУЗИОННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ ШУМАМИ

Казанчян Драстамат Хачатурович

Кафедра математической статистики, e-mail: drastamat94@gmail.com

Пусть на полном вероятностном пространстве с фильтрацией $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0})$ задана стоха-

стическая система наблюдения

$$X_t = X_0 + \int_0^t \Lambda^\top(s) X_s ds + \mu_t^X, \quad (1)$$

$$Y_t = \int_0^t f(s) X_s ds + \int_0^t \sum_{n=1}^N X_s^n g_n^{\frac{1}{2}}(s) dW_s \quad (2)$$

$$Z_t = \int_0^t h(s) X_s ds + \mu_t^Z, \quad (3)$$

где X_t - марковский скачкообразный процесс (МСП) со значениями из множества $\{e_1, \dots, e_n\}$, матрицей интенсивностей переходов $\Lambda(\cdot)$ и вектором начального распределения π_0 ; Y_t - непрерывные наблюдения с мультипликативными шумами; Z_t - считающие наблюдения.

Задача оптимальной фильтрации заключается в нахождении условного математического ожидания $\hat{X}_t = \mathbb{E}(X_t | Y_{[0,t+]}, Z_{[0,t+]})$.

Представлено эквивалентное с информационной точки зрения преобразование, преобразующее исходный набор наблюдений в комплекс диффузионных наблюдений с единичной диффузией, считающих наблюдений, а также наблюдений, выполненных в дискретные неслучайные моменты времени. Решение поставленной задачи представимо в виде решения некоторой непрерывно-дискретной стохастической дифференциальной системы с преобразованными наблюдениями в правой части. Получено условие идентифицируемости, при выполнении которого можно в точности восстановить значение МСП.

Для численного решения исходной задачи ее предлагается аппроксимировать последовательностью задач фильтрации состояний МСП по наблюдениям, дискретизованным по времени. Получен рекуррентный вид данной аппроксимации, определен показатель ее точности на одном шаге и получена зависимость этой точности от характеристик системы наблюдения и применяемой схемы численного интегрирования. Полученные результаты являются обобщением результатов работ [1], [2], [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Борисов А. Численные схемы фильтрации марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям I: характеристики точности // Информатика и ее применения, 2019. Т. 13. Вып. 4. С. 68–75. doi: 10.14357/19922264190411.
- [2] Борисов А. Численные схемы фильтрации марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям II: случай аддитивных шумов // Информатика и ее применения, 2020. Т. 14. Вып. 1. С. 17–23. doi: 10.14357/19922264200202.

- [3] Борисов А. Численные схемы фильтрации марковских скачкообразных процессов по дискретизованным наблюдениям III: случай мультипликативных шумов // Информатика и ее применения, 2020. Т. 14. Вып. 2. С. 10–18. doi: 10.14357/19922264200103.

ПРИМЕНЕНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ И НЕЙРОСЕТЕВЫХ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ В ЗАДАЧЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА РАБОТЫ С КОМПЬЮТЕРНОЙ МЫШЬЮ

Казачук Мария Андреевна, Березникер Алексей Витальевич

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mkazachuk@cs.msu.ru,
berezniker@mail.ru

В настоящее время динамическая аутентификация пользователей на основе анализа работы с компьютерной мышью является актуальным направлением исследований в сфере компьютерной безопасности. Существующие в данной области решения обладают рядом недостатков. В частности, контролируемым сбором данных, использованием бинарных классификаторов и переобучением на исходных наборах данных.

В данной работе рассматриваются существующие методы динамической аутентификации, основанные на использовании нейросетевых подходов и классических методов машинного обучения, таких как: одноклассовый метод опорных векторов, методы на основе решающих деревьев, локальной плотности точек и эллипсоидальной аппроксимации. Анализируются достоинства и недостатки различных подходов. Предлагаются подходы к предобработке данных и построению признакового пространства на основе градиентного бустинга и стандартной нормализации. Предлагаются собственные архитектуры полносвязных, сверточных и рекуррентных нейронных сетей, сопоставимые по качеству работы с классическими методами. Для оценки качества работы методов используется комбинация пяти открытых наборов данных, содержащих информации о динамике работы с компьютерной мышью 105 пользователей. Решение о блокировке принимается на основе динамически изменяемого уровня доверия алгоритмом TrustModel [1].

На основе предложенного метода, демонстрирующего наилучшее качество работы (ROC AUC 0.82), было разработано и реализовано кроссплатформенное приложение для динамической аутентификации пользователей на основе анализа работы с компьютерной мышью. Данная программа и ее отдельные модули могут послужить основой для построения перспективных современных систем информационной безопасности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mondal S., Bours P. A computational approach to the continuous authentication biometric system //Information Sciences. – 2015. – Т. 304. – С. 28-53.

О КОРРЕКТНОСТИ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Капустин Николай Юрьевич¹, Холомеева Анна Андреевна²

¹ Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: n.kapustin@bk.ru

² Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: kholomeeva@cs.msu.ru

В \bar{D} , замыкании области $D = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ требуется найти непрерывную функцию $u(x, t)$, удовлетворяющую уравнению теплопроводности

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

начальному условию

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

и граничным условиям

$$u_x(1, t) = du(1, t), \quad au_x(0, t) + u_{xt}(0, t) = bu_t(0, t), \quad 0 < t < T, \quad (3)$$

где $a, b = \text{const} > 0, d = \text{const} < 0$.

Задача (1)-(3) в случае, когда функция $f(x)$ принадлежит классу Гельдера $C^\alpha[0, 1], \alpha > 0$ имеет решение, но оно не является единственным. Потребовав дополнительно непрерывность производной решения задачи (1)-(3) по пространственной переменной в точке $(0, 0)$, мы можем гарантировать единственность решения.

Теорема 1. Пусть функция $f(x)$ имеет производную $f'(x)$, принадлежащую классу Гельдера $C^\alpha[0, 1]$ с любым положительным показателем α . Тогда существует единственное решение $u(x, t)$ задачи (1)-(3) с непрерывной производной $u_x(x, t)$ в точке $(0, 0)$, которое представимо в виде ряда

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \left(\int_0^1 X_n(s) f(s) ds \right) X_n(x) e^{-\lambda_n t},$$

где

$$X_n(x) = \sin(\sqrt{\lambda_n} x) - \frac{(a - \lambda_n)}{b\sqrt{\lambda_n}} \cos(\sqrt{\lambda_n} x), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

с занумерованными в порядке возрастания собственными числами из характеристического уравнения

$$ctg\sqrt{\lambda} = \frac{\lambda\sqrt{\lambda} + (db - a)\sqrt{\lambda}}{(b - d)\lambda + ad}, \quad D_n = \left(\int_0^1 [X_n(x)]^2 dx + \frac{a[X_n'(0)]^2}{b\lambda_n^2} \right)^{-1}.$$

При обосновании результата используются идеи и методы работ [1-3].
Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-51-18006 Болг-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Капустин Н. Ю., Моисеев Е. И. О сходимости спектральных разложений функций из класса Гельдера для двух задач со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 8. С. 1069–1074.
- [2] Капустин Н. Ю., Моисеев Е. И. О базисности в пространстве L_p систем собственных функций, отвечающих двум задачам со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 10. С. 1357–1360.
- [3] Капустин Н. Ю. О спектральной задаче, возникающей при решении одной смешанной задачи для уравнения теплопроводности со смешанной производной в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2012. Т. 48, № 5. С. 694–699.

МЕТОД СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИНТРАЦИТОПЛАЗМАТИЧЕСКОЙ ИНЪЕКЦИИ СПЕРМАТОЗОИДА

Ковалев Валентин Юрьевич¹, Шишкин Алексей Геннадиевич²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: kovalev.vyu@gmail.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru

В задаче лечения бесплодия разработка и внедрение техник экстракорпорального оплодотворения (ЭКО) является большим достижением репродуктологии. Данный метод позволил реализовывать функцию деторождения при различных формах бесплодия, а одна из его форм - интрацитоплазматическая инъекция сперматозоида (ИКСИ) - благодаря исследованиям в области репродукции стала широко доступной. К сожалению, такие операции не всегда являются успешными. Так, согласно исследованиям Американского общества репродуктивной медицины (ASRM), эффективность ИКСИ варьируется от 50 до 80% в зависимости от показателей женщины и мужчины (возраст, наличие заболеваний и др.). Результат операции в данный момент можно узнать только спустя 5-7 дней, поэтому задача его предсказания с помощью видеозаписи процесса оплодотворения является чрезвычайно актуальной. При этом первым этапом такого анализа видеоизображений является отделение основных объектов от фона. В настоящее время существуют различные методы детектирования и выделения объектов на изображениях. Однако в случае ИКСИ из-за наличия на изображениях большого числа артефактов их эффективность невысока.

Целью данной работы является построение нейросетевой модели для семантической сегментации на изображениях процесса оплодотворения с помощью метода ИКСИ важных для исследования объектов: микропипетки, микроинъектора и яйцеклетки.

В качестве входного набора данных были использованы видеопоследовательности, на которых изображен процесс оплодотворения методом ИКСИ. Из 176 имеющихся видеозаписей были использованы 40, в которых отбирался каждый 20 кадр; частота кадров составляла 15 кадров/с, а разрешение 1024x768 пикселей. На кадрах присутствовали шумы и артефакты, генерируемые как системой, так и объектами. Для каждого из 656 кадров, выбранных для обучения модели, была произведена ручная разметка, с помощью которой для каждого пикселя определялось, к какому из четырёх классов он принадлежит: микропипетка, микроинъектор, яйцеклетка или фон.

Для создания модели, выполняющей семантическую сегментацию, была проведена серия экспериментов по выбору архитектуры нейронной сети, кодировщика, а также функции потерь. Для улучшения результатов веса кодировщика инициализировались значениями, полученными при обучении на больших объемах данных. Для оценки качества обучения была выбрана функция пересечения относительно объединения (intersection over union (IOU)). Также для увеличения обучающей выборки была выполнена аугментация, позволившая улучшить качество итоговой модели.

В результате проведенных экспериментов была получена модель на основе архитектуры Feature Pyramid Network [1] – сверточной нейронной сети, построенной в виде пирамиды, с кодировщиком efficient net [2], предварительно обученным на наборе данных “noise student” [3]. Итоговая модель характеризуется IOU = 0.949811, для яйцеклетки IOU = 0.971273, для микроинъектора IOU = 0.847722, для микропипетки IOU = 0.984819, для фона IOU = 0.995428. Скорость работы алгоритма составляет 10 кадров в секунду.

Алгоритм отличается от существующего в настоящее время небольшого числа работ, посвященных решению данной задачи, применением глубоких нейронных сетей. Помимо этого, был создан набор данных с высокой точностью разметки. Данное решение может быть использовано для автоматической сегментации записи процесса выполнения ИКСИ, когда на вход подается исходное видео, а на выходе получается последовательность с сегментированными объектами. Это упрощает работу оператора, выполняющего процесс оплодотворения. Результаты работы системы могут быть использованы для извлечения признаков с целью предсказания успешности процесса оплодотворения по его видеоизображению.

Авторы выражают благодарность Трошиной Т.Г. за предоставленные видеоизображения процесса ИКСИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Feature pyramid networks for object detection / T. Y. Lin, P. Dollar, R. Girshick, K. He // Proc. 2017 IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (Honolulu, 21-26 July 2017). 2017.
- [2] EfficientNet: rethinking model scaling for convolutional neural networks / Mingxing Tan, Quoc V. Le, M. Tan, Q. V. Le // arXiv:1905.11946. 2019. P. 1–11.
- [3] Self-training with noisy student improves ImageNet classification / T. Y. Lin, P. Dollar, R. Girshick, K. He // Proc. 2020 IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition Seattle, 13-19 June 2020). 2020.

АЛГОРИТМ КЛАССИФИКАЦИИ**МАГНИТНО-РЕЗОНАНСНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ГЛИАЛЬНЫХ
ОПУХОЛЕЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПО ГИСТОЛОГИЧЕСКОМУ
ТИПУ**

Королев Владислав Вадимович¹, Ильюшин Евгений Альбинович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: vladkorolyov95@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: eugene.ilyushin@gmail.com

Глиомы – самые распространённые опухоли центральной нервной системы человека. Из всех злокачественных опухолей в головном мозге на них приходится доля в 80% [1]. В соответствии с критериями Всемирной организации здравоохранения глиомы делятся на низкую (I и II) и высокую (III и IV) степени злокачественности. Так же глиомы разделяются по гистологическому типу: пилоцитарная астроцитома (I степень); диффузные астроцитомы, олигодендроглиомы и олигоастроцитомы (II, III, IV степень); глиобластомы (IV степень). Предоперационная оценка типа глиальной опухоли очень важна для принятия решения о лечении и составления прогноза выздоровления [2].

Стандарт оценки глиомы – гистопатологическая диагностика после биопсии. Однако инвазивность такого метода может причинить дискомфорт пациентам. Соответственно, точный и неинвазивный метод определения полезен для предоперационной классификации глиом. В данной области большое значение также имеет качество данных для анализа, так как они могут быть собраны с различных аппаратов и выполнены в разных режимах.

В данной работе в качестве неинвазивного метода предлагается анализ и классификация МР-изображений пациентов НМИЦ нейрохирургии имени академика Н.Н. Бурденко при помощи методов машинного обучения. Была реализована нейросетевая модель, которая обучается на 2D-изображениях в различных срезах и 3D-изображениях головного мозга. Кроме того, были применены техники 3D-сегментирования опухолей.

Type	Precision	Recall	F-1 Score
I	0.79	1.00	0.88
II	0.97	0.63	0.76
III	0.50	1.00	0.67
IV	0.95	0.85	0.90

Табл. 1: Метрики 3D-классификации.

На предоставленных данных была проведена классификация опухолей на I, II, III и IV степени злокачественности. В ходе обучения на 2D-срезах головного мозга были получены следующие показатели: Accuracy 50% и ROC AUC 72%. Однако использование обучения на 3D-модели мозга помогло добиться значительного улучшения: Accuracy 83% и ROC AUC 95%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ostrom Q. T. CBTRUS statistical report: primary brain and central nervous system tumors diagnosed in the United States in 2007–2011 //Neuro-oncology. – 2014. – Т. 16. – №. suppl_4. – С. iv1-iv63.
- [2] Arvinda H. R. Glioma grading: sensitivity, specificity, positive and negative predictive values of diffusion and perfusion imaging //Journal of neuro-oncology. – 2009. – Т. 94. – №. 1. – С. 87-96.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СИНХРОНИЗАЦИИ СОСТОЯНИЯ АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ ПАКЕТОВ В СЕТЕВОМ ПРОЦЕССОРЕ RUNPU

Кузьмин Ярослав Константинович¹, Волканов Дмитрий Юрьевич²,
Скобцова Юлия Александровна³

¹ Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: yaroslav_konst@lvk.cs.msu.ru

² Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

³ Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: xenerizes@lvk.cs.msu.ru

Сетевой процессор (СП) — это специализированная интегральная схема, предназначенная для обработки пакетов сетевыми устройствами и являющаяся основным функциональным элементом сетевых устройств [3]. В настоящее время активно развиваются программируемые СП, позволяющие как загружать новые алгоритмы обработки пакетов, так и определять новые протоколы передачи данных [1].

Высокопроизводительные сетевые устройства, способные реализовывать алгоритмы обработки пакетов с хранением состояния, становятся всё более востребованными, например, для построения сетей передачи данных в центрах обработки данных или в сетях телекоммуникационных провайдеров [1]. Примерами подобных алгоритмов являются алгоритм балансировки транспортных

потоков, алгоритм port-knocking и алгоритм быстрого восстановления потока пакетов после отключения канала [2]. Важно отметить, что состояние такого алгоритма обработки пакетов должно храниться и после завершения обработки пакета. Таким образом, современные требования к сетям приводят к необходимости разработки программируемого СП, позволяющего реализовывать алгоритмы обработки пакетов с хранением состояния.

В данной работе рассматривается архитектура СП RuNPU и её модификации, позволяющие применять алгоритмы обработки пакетов с хранением состояния, требующие синхронизации состояния между портами СП. Предлагаются методы построения системы доступа к разделяемой памяти с параллельно работающих вычислительных ядер, основанные на общей шине и сети на кристалле. Рассматривается программное средство, используемое для экспериментального исследования разработанной архитектуры, представляющее собой имитационную модель СПУ. В рамках экспериментального исследования были исследованы параметрические характеристики разработанной архитектуры СП.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант № 19-07-01076.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bifulco R., Rétvári G. A Survey on the Programmable Data Plane: Abstractions, Architectures, and Open Problems //2018 IEEE 19th International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR). – IEEE, 2018. – P. 1-7.
- [2] Cascone C. et al. Traffic Management Applications for Stateful SDN Data Plane //2015 Fourth European Workshop on Software Defined Networks. – IEEE, 2015. – P. 85–90.
- [3] Kornaros G. (ed.). Multi-core embedded systems. – CRC Press, 2018.

ХИМИЧЕСКИЙ КВАНТОВЫЙ КОМПЬЮТЕР

**Кулагин Алексей Владимирович, Афанасьев Виталий Юрьевич,
Ваншунь Ли, Чжен Кэли, Мяо Хуэй-хуэй, Плужников Иван¹, Ожигов
Юрий Игоревич^{1,2}, Викторова Надежда Борисовна³**

¹ МГУ, факультет ВМК, кафедра СКИ, e-mail: ozhigov@cs.msu.ru

² Физико-технологический институт РАН, e-mail: ozhigov@cs.msu.ru

³ РГГУ, Институт информационных наук и технологий безопасности, факультет информационных систем и безопасности, кафедра КФПМ, e-mail: nbvictorova@list.ru

Схема конечномерной модели химии показана на рисунке 1. Ее физическая реализация возможна на системе оптических многомодовых полостей с многоуровневыми атомами внутри; это квантовый компьютер с интерфейсом не фейнмановского типа, состоящим из химических примитивов - элементарных реакций, например, переход электрона от атома к атому, или поглощение фотона с переходом на возбужденный уровень в атоме или молекуле (модификация модели Тависа-Каммингса-Хаббарда ([1]). Общий гамильтониан для рассчитанной нами ограниченной версии химического квантового компьютера имеет

вид

$$H_{chem} = \sum_j H_{j,TCd}^{RWA} + \sum_j H_{el-jumps}^{RWA} + \sum_{j<j'} H_{j,j' ph-jumps} + \sum_{j<j'} H_{j,j' nuc-jumps}$$

где первое слагаемое выражает взаимодействие поля с электронной оболочкой атомов, нумерованы индексом j , второе - переходы электронов от атома к атому в пределах одной полости, третье - перемещение фотонов, четвертое - перемещение атомных ядер.

Моделирование взаимодействия со средой осуществлялось через численное решение квантового основного уравнения ([2]):

$$i\hbar\dot{\rho} = [H_{chem}, \rho] + i\mathcal{L}, \quad \mathcal{L} = \sum_i \gamma_i (A_i \rho A_i^\dagger - \frac{1}{2} \{ \rho, A_i^\dagger A_i \}),$$

где операторы Линдблада A_i выражали а) утечку фотонов разных мод из полостей: $A_i = a_i$ (релаксация атомного возбуждения - см., например, [3]), б) ассоциацию атомов в молекулу и диссоциации молекулы. На рисунке 2 показан результат численного решения квантового основного уравнения, с темными состояниями электронных оболочек; аналогичный вид имеет динамика оптической интерпретации данного процесса - для многоуровневых атомов, между которыми возможно лишь перемещение фотонов.

Запутанные состояния дают также возможность улучшить качество распределенных вычислений с односторонним управлением.

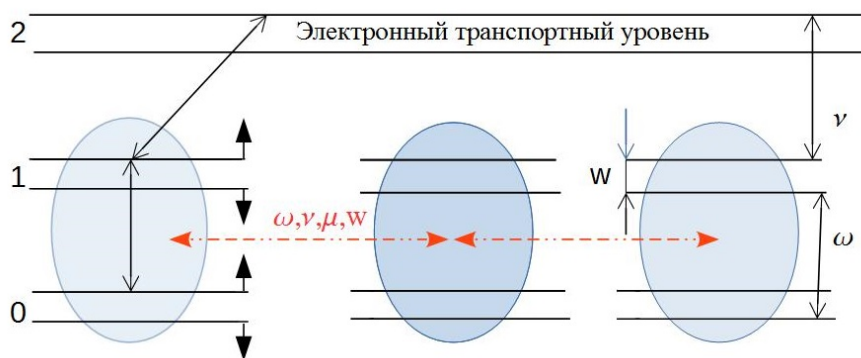


Рис. 1: Схема конечномерной модели химии, включающей орбитальные переходы электронов внутри атомов и между атомами, спиновые переходы с участием фотонов разных мод.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00695-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] E.T. Jaynes, F.W. Cummings, Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser, Proc. IEEE 51 (1): 89–109, (1963). doi:10.1109/PROC.1963.1664

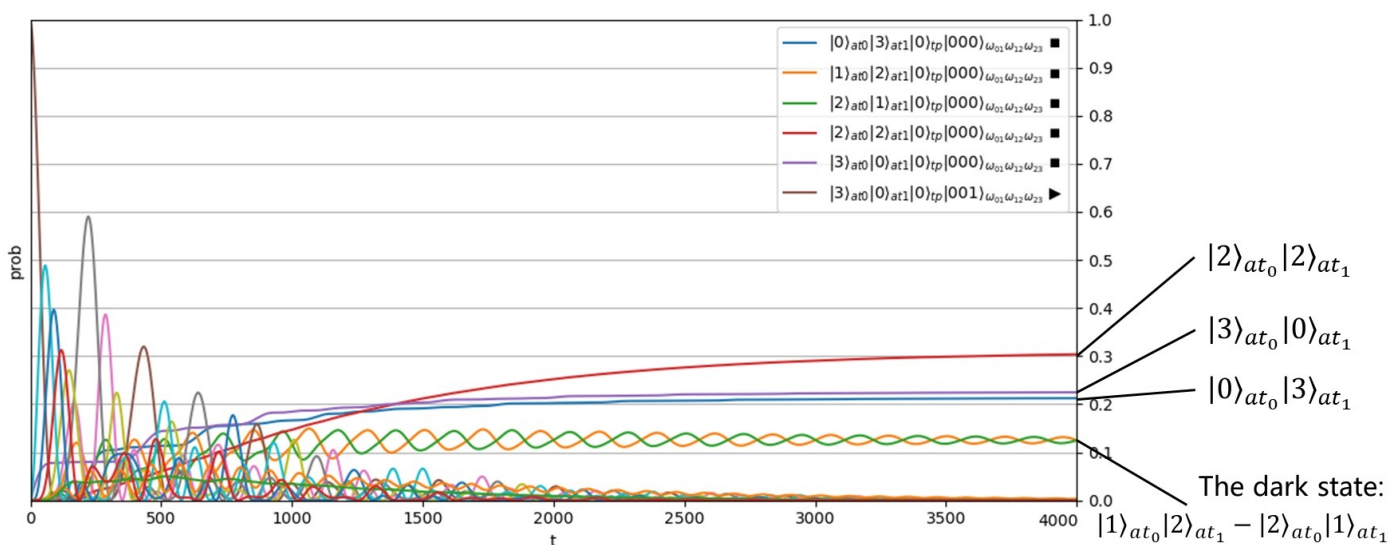


Рис. 2: Динамика стабилизации на темных состояниях электронных оболочек при утечке фотонов

[2] Н. Breuer and F. Petruccione, The Theory of Open Quantum Systems, Oxford (2002).

[3] 2019 ANALYTICAL SOLUTION OF THE QUANTUM MASTER EQUATION FOR THE JAYNES–CUMMINGS MODEL Viktorova N.B., Ozhigov Y.I., Skovoroda N.A., Skurat K.N. в журнале Computational Mathematics and Modeling, издательство Consultants Bureau (United States), том 30, № 1, с. 68-79

О НЕПУСТОТЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ РАЗНОСТИ МНОЖЕСТВ

Кулевский Александр Владиславович

ВМК МГУ, кафедра оптимального управления, e-mail: kulevskyav@cs.msu.su

Статья посвящена свойствам операции геометрической разности множеств (см. [1]) в гильбертовом пространстве. Обосновывается необходимое условие непустоты геометрической разности множеств, ряд следствий из него, приводятся примеры их применения. При этом используется вспомогательное понятие ширины множества в данном направлении (см. [2]), определяемое через опорную функцию множества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Никольский М. С. Первый прямой метод Л.С. Понтрягина в дифференциальных играх. М. : издательство Московского университета, 1984.
- [2] Половинкин Е. С., Балашов М. В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004.

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ, ПРОТЕКАЮЩЕГО В РЕЖИМЕ С ОБОСТРЕНИЕМ НА ОДНОРОДНОМ НЕНУЛЕВОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ФОНЕ

Куретова Екатерина Дмитриевна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ekaterina.kuretova@gmail.com

Исследуются решения нелинейного уравнения теплопроводности с объемным источником тепла, развивающиеся в режиме с обострением. В качестве источника рассматриваются знакопеременные степенные функции, обеспечивающие существование ненулевого устойчивого однородного стационарного решения. Показано, что в зависимости от значений параметров возможно развитие решений в режиме с обострением на ненулевом фоне, соответствующем устойчивому стационару, однако формирование и эволюция тепловых структур в этом случае имеет свои особенности.

Исследования проводились для одномерного [1] и для трехмерного случая в предположении радиальной симметрии [2]. Показано, что типы получаемых режимов с обострением зависят от соотношений между показателями степенных зависимостей коэффициентов теплопроводности и старшего члена разложения в источнике от температуры. Формирование областей интенсивного горения происходит при некоторых сверхкритических возмущениях температурного фона, тогда как начальные распределения ниже критических затухают и возвращаются со временем к фоновым значениям температуры. Рассмотрена также динамика отрицательных возмущений фона. Приведены примеры формирования на ненулевом фоне структур разных типов, в том числе трехмерных радиально-симметричных структур как в изотропной, так и в анизотропной среде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куркина Е. С., Куретова Е. Д., Ковалев В. А. О формировании тепловых структур в режиме с обострением во время солнечных вспышек // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ. 2014. Т. 45. С. 15–31.
- [2] Куретова Е. Д., Куркина Е. С. Динамика режимов с обострением в цилиндрической трубке // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ. 2018. Т. 57. С. 50–68.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОЛНОСТЬЮ ГОМОМОРФНОГО ШИФРОВАНИЯ

Курилин Владимир Алексеевич, Чернов Александр Владимирович

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: kurilinvladimir@gmail.com,
blackav@gmail.com

В 2009 году было представлено первое доказательство принципиальной возможности реализации полностью гомоморфных вычислений [1], позволяющих проводить арифметические операции в недоверенной среде непосредственно над зашифрованными данными.

Потенциально технология имеет множество приложений в первую очередь в облачных вычислениях и при работе с конфиденциальными данными (финансовая и медицинская информация, результаты голосований и т. д.), однако её развитие ограничено производительностью полностью гомоморфных вычислений, линейностью выполняемых вычислений и высоким порогом вхождения [2, 3].

Доклад посвящен текущему состоянию области полностью гомоморфного шифрования. Рассмотрена теоретическая модель, реализуемая современными библиотеками полностью гомоморфного шифрования, сопоставлена производительность актуальных реализаций на тестовых примерах для следующих проектов:

1. HElib (<https://github.com/homenc/HElib>, актуальный релиз: январь 2021)
2. Palisade (<https://gitlab.com/palisade/palisade-release>, актуальный релиз: декабрь 2020)
3. SEAL (<https://github.com/microsoft/SEAL>, актуальный релиз: апрель 2021)
4. TFHE (<https://github.com/tfhe/tfhe>, актуальный релиз: февраль 2020)

Кроме того, в рамках работы разработано программное средство, осуществляющее трансляцию линейного потока целочисленных арифметических инструкций из промежуточного представления LLVM в вызовы API полностью гомоморфных библиотек, что позволяет защитить вычисления с использованием FHE без модификации исходного программного кода. В качестве цели трансляции может быть указана любая из перечисленных реализаций (шифрование BGV), при этом собранные веса операций позволяют априорно определить наиболее эффективную для заданной цепочки вычисления библиотеку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Gentry C. Fully Homomorphic Encryption Using Ideal Lattices // Proceedings of the Forty-First Annual ACM Symposium on Theory of Computing, 2009. С. 169–178.

- [2] Viand A., Shafagh H. Marble: Making Fully Homomorphic Encryption Accessible to All // Proceedings of the 6th workshop on encrypted computing & applied homomorphic cryptography, 2018. С. 49–60.
- [3] Gascón A., Strickson O, Private information retrieval with SHEEP: A Homomorphic Encryption Evaluation Platform // The Alan Turing Institute, 2018

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИИ КОРОНАВИРУСА В ОТКРЫТЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМАХ

Куркина Елена Сергеевна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: elena.kurkina@cs.msu.su

В работе проводится математическое моделирование распространения коронавируса в разных странах (Бразилии, Индии, США, Японии, Израиле, Испании, Швеции и др.), в Москве и во всем Мире. Динамика распространения эпидемии очень сложная, поскольку она происходит в открытых неоднородных системах, в которых время от времени случайно возникают новые очаги заражения, запускающие новые цепочки передачи инфекции от зараженных людей к восприимчивым. В общем случае статистические данные, собранные в виде кумулятивных и эпидемических кривых, представляют собой суперпозицию многих локальных волн эпидемии.

В работе для моделирования используется дискретное логистическое уравнение Фейгенбаума (logisticmap), которое в определенном диапазоне параметров описывает логистический рост популяции в среде с ограниченными ресурсами. Разработана методика выявления локальных волн эпидемии, определения их параметров в модели, и прогнозирования дальнейшего развития каждой волны. Волны вводятся в модель последовательно по мере развития эпидемии. Модель применяется для расчета общего числа случаев заболевания, общего количества смертей, выздоровлений и активных случаев. Показано, что эта модель является оптимальной для описания распространения эпидемий в открытых неоднородных системах при большой погрешности статистических данных. Показано, что модель позволяет хорошо описывать статистические данные и делать реалистичные прогнозы. Горизонт прогноза зависит от степени замкнутости и однородности системы. В работе рассчитываются даты начала очередной волны, даты окончания, пик и общее количество случаев, которое даст эта волна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куркина Е. С., Кольцова Е. М. Математическое моделирование распространения волн эпидемии коронавируса COVID-19 в разных странах мира //

Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ. 2021. Т. 66. С. 41–66.

О СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ МУЛЬТИПЛЕКСОРНЫХ ФУНКЦИЙ В КЛАССЕ КЛЕТОЧНЫХ СХЕМ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ И КОММУТАЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Ложкин Сергей Андреевич¹, Зизов Вадим Сергеевич²

¹ Кафедра математической кибернетики, e-mail: lozhkin@cs.msu.ru

² Кафедра математической кибернетики, e-mail: vzs815@gmail.com

Впервые модель клеточных схем (КС) в «стандартном» базисе из функциональных и коммутационных элементов, где под сложностью КС понималась ее площадь, была предложена в 1967 году С. С. Кравцовым в [1]. Клеточная схема представляет собой математическую модель интегральных схем, вычисляющих булевы функции (БФ), которая учитывает наличие необходимых трассировочных ресурсов при их создании. В зарубежных источниках аналогичная модель впервые была описана К. Д. Томпсоном в [2].

В рамках моделей клеточных схем [1, 2] был получен целый ряд результатов, связанных с установлением верхних и нижних оценок различной степени точности как для функции Шеннона, характеризующей сложность самой «сложной» БФ от заданного числа булевых переменных (БП), так и для некоторых специальных БФ и систем БФ (см., например, [3–6]).

В настоящей работе для одного конечного полного базиса B рассматривается модель, где каждая схема Σ имеет вид прямоугольной решётки (ПР), составленной из единичных квадратов - коммутационных и функциональных элементов базиса B . Предполагается, что КС Σ представляет собой «укладку» в ПР некоторой схемы из функциональных элементов S , что входы и выходы S бесповторно располагаются на границе Σ , причём Σ реализует ту же систему БФ, что и S . Под сложностью $A(F)$ системы БФ F понимается минимальная площадь реализующих ее КС. Изучается сложность реализации в данной модели КС т. н. мультиплексорной БФ порядка n , то есть БФ μ_n , которая имеет n адресных БП, 2^n информационных БП и равна своей информационной БП с номером i , $i = 0, \dots, 2^n - 1$, если набор значений ее адресных БП имеет номер i .

Теорема 1.

$$n2^{n-1} - O(\log n2^n) \leq A(\mu_n) \leq n2^{n-1} + O(2^n).$$

Замечание 1. По аналогии с [7] полученные оценки можно считать близкими к оценкам высокой степени точности (АОВСТ). Оценки типа АОВСТ для сложности дешифратора порядка n установлены в работе [6].

Работа выполнена при поддержке гранта Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов // Проблемы кибернетики. М.: Наука, 1967. Вып. 19. С. 285–292.
- [2] Thompson Clark D. A complexity theory for VLSI (1980).
- [3] Альбрехт А. О схемах из клеточных элементов // Проблемы кибернетики. М.: Наука, 1975. Вып. 33. С. 209–214.
- [4] Шкаликова Н. А. О реализации булевых функций схемами из клеточных элементов // Математические вопросы кибернетики. Вып. 2. М.: Наука, 1989. С. 177–197.
- [5] Hromkovich Yu., Lozhkin S., Rybko A., Sapozhenko A., Shkalikova N. Lower bounds on the area complexity of Boolean circuits // Theoretical Computer Science. 97 (1992) С.285–300.
- [6] Ложкин С. А., Зизов В. С. Уточненные оценки сложности дешифратора в модели клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки, 162. № 3, Изд-во Казанского ун-та, Казань. 2020. С. 322–334. doi: 10.26907/2541-7746.2020.3.322-334
- [7] Ложкин С. А. Оценки высокой степени точности для сложности управляющих систем из некоторых классов // Математические вопросы кибернетики. Вып. 6, М.: Наука, Физматлит, 1996. С. 189–214.

О СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ СТАНДАРТНОЙ МУЛЬТИПЛЕКСОРНОЙ ФУНКЦИИ В ОДНОМ КЛАССЕ КОНТАКТНЫХ СХЕМ

Ложкин Сергей Андреевич, Хзмалян Давид Эдвардович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: lozhkin@cs.msu.ru, dk.tiguard@gmail.com

В данной работе рассматривается задача индивидуального синтеза в классе контактных схем (КС) для стандартной мультиплексорной функции алгебры логики порядка n , то есть для функции μ_n от $n + 2^n$ булевых переменных (БП), где первые n БП называются «адресными» БП, а оставшиеся 2^n — «информационными» БП. При этом значение функции μ_n равно значению той ее информационной переменной, номер которой поступил на ее адресные входы.

Введем необходимые определения. Те понятия, которые в данной работе не определяются, могут быть найдены, например, в [1, 2].

Определение. Любую ФАЛ, которая получается из ФАЛ μ_n в результате некоторой подстановки констант вместо ее информационных БП, будем называть квазимультимплексорной ФАЛ порядка n .

Определение. Будем говорить, что контактная схема Σ , реализующая мультимплексорную (квазимультимплексорную) ФАЛ μ_n , корректна, если любая проводящая цепь в схеме Σ , содержащая вершину инцидентную некоторому контакту информационной переменной, содержит также контакт какой-либо информационной переменной инцидентный данной вершине.

Определение. Множество K' , которое состоит из всевозможных корректных контактных схем, реализующих мультимплексорные или квазимультимплексорные функции, будем называть классом корректных мультимплексорных контактных схем.

Сложностью $L^{K'}(f)$ функции f в классе K' будем, как обычно, называть сложность минимальной контактной схемы из класса K' , которая реализует данную функцию.

Теорема. Для мультимплексорной ФАЛ μ_n порядка n , $n \geq 2$, справедливо следующее неравенство:

$$L^{K'}(\mu_n) \geq 2^{n+1} + \frac{2^n}{2n} - O\left(\frac{2^n}{n^2}\right).$$

Учитывая, установленную в работе [3] верхнюю оценку сложности мультимплексорной ФАЛ в классе π -схем, которая достигается на корректной КС получим, что для ФАЛ μ_n , $n \geq 2$, выполняются неравенства:

$$2^{n+1} + \frac{2^n}{2n} - O\left(\frac{2^n}{n^2}\right) \leq L^{K'}(\mu_n) \leq 2^{n+1} + \frac{2^n}{n} + O\left(\frac{2^n}{n \log n}\right).$$

Работа выполнена при поддержке гранта Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики. М. : Изд. отдел фак. ВМиК МГУ, 2004. 256 с.
- [2] Алексеев В. Б., Ложкин С. А. Элементы теории графов, схем и автоматов. М. : Изд. отдел фак. ВМиК МГУ, 2000. 58 с.
- [3] Ложкин С. А., Власов Н. В. О сложности мультимплексорной функции в классе π -схем // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Физико-математические науки. 2009. Т. 151, № 2. С. 98–106.

ДОМЕННЫЙ ПОДХОД К ОБУЧЕНИЮ НЕЙРОСЕТЕЙ ДЛЯ СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА 3D СТРУКТУР БЕЛКОВ

Мазеев Артём Валерьевич, Попова Нина Николаевна¹, Суплатов Дмитрий Андреевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: mav367@mail.ru, popova@cs.msu.ru

² НИИ физико-химической биологии имени А.Н.Белозерского, e-mail: d.a.suplatov@belozersky.msu.ru

Сравнительный анализ 3D-структур белков широко используется при решении многих задач биоинформатики. Наиболее важным источником белковых структур является база данных PDB (Protein Data Bank) [1], в которой собирается информация об экспериментально определенных белковых структурах и их атомных координатах. Число структур в этой базе постоянно увеличивается. Поиск белков структурно похожих на заданный белок является актуальной задачей. Лидирующим подходом к сравнительному структурному анализу белков является метод, основанный на выравнивании структур. Выравнивание определяется путем совмещения наборов координат атомов сравниваемых белков согласно некоторому заданному критерию расстояния между структурами. Методы парного структурного выравнивания активно развиваются, преследуя своей целью повышение качества выравнивания и сокращение времени решения [2, 3].

Идея предлагаемого в данной работе решения задачи поиска структурно похожих белков заключается в разбиении процесса поиска на две фазы. На первой фазе быстрыми методами производится поиск потенциально похожих белков, на второй фазе проводится уточняющий поиск более точными методами. Реализацию первой фазы поиска предлагается выполнять с использованием нейросети, обучение которой проводится на базах данных, построенных на основе PDB и состоящих из выделенных классов белков-гомологов, то есть родственных и схожих по строению белков. Такие базы данных формируются исследователями для решения других задач.

В качестве обучающей базы данных в данной работе выбрана база данных CATH S40, которая состоит из множества доменов белков разбитых на классы гомологов. Для каждого белка из этой базы данных строится вектор признаков. В качестве такого вектора в работе предлагается использовать вектор, определяющий распределение расстояний между всеми парами S_a атомов в белке. Для схожих структур белков такие вектора тоже будут похожи. Таким образом, для сравнения белков использовалась полносвязная нейросеть, состоящая из пяти слоев. На вход нейросети подавались векторы признаков. Размер входного слоя был выбран равным 2000.

Для обучения и тестирования нейросети случайным образом было выбрано 100000 пар доменов белков. Половина пар — похожие структуры (гомологи). Тестовая выборка состояла из 20%, тренировочная из 80% всей выборки. Время

вычисления векторов признаков для всех доменов (предобработка) составила 1868 секунд. Вычисления производились на обычном ноутбуке: процессор Intel Core i5-8250U. Точность (accuracy) подхода с наилучшими параметрами 88.95 на тестовой выборке. Время применения обученной модели к 100000 случайных пар доменов белков — 23.99 секунд. Для примера, известная среди биологов программа МАТТ [4] работает в 2339 раз дольше на этих же данных, показывая при этом качество 100%.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-07-01053 (Мазеев А.В. и Попова Н.Н.) и гранта РФФИ № 18-29-13060 (Суплатов Д.А.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Berman J., Westbrook Z., Feng G., et al. The Protein Data Bank // *Nucleic Acids Research*. 2000. Vol. 28. P. 235–242. DOI: 10.1093/nar/28.1.235.
- [2] Zhang Y., Skolnick J. Tm-align: a protein structure alignment algorithm based on the tm-score // *Nucleic Acids Res*. 2005. Vol. 33, No. 7. P. 2302–2309. DOI: 10.1093/nar/gki524.
- [3] Wang S., Ma J., Peng J., Xu J. Protein structure alignment beyond spatial proximity // *Scientific Reports*. 2013. Vol. 3, No. 1448. DOI: 10.1038/srep01448.
- [4] Menke M., et al. Matt: local flexibility aids protein multiple structure alignment // *PLoS Comput. Biol*. 2008. Vol. 4, No. 1, e10.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТРАНИМЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПО ДАННЫМ ПРИ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИИ ПРОГРАММ В СИСТЕМЕ SAPFOR.

Макеев Виталий Олегович¹, Бахтин Владимир Александрович², Катаев Никита Андреевич³

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: v.mak33v@yandex.ru

² Кафедра системного программирования, e-mail: bakhtin@keldysh.ru

³ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: kataev_nik@mail.ru

SAPFOR [1] является инструментом для автоматизированного распараллеливания программ на языке Си и использует LLVM (вместе с Clang) для построения промежуточного представления программ и статического анализа кода. Один из основных принципов LLVM — необходимость типизированного выделения памяти для любых переменных в программе (в том числе локальных). При построении SSA формы в LLVM используется проход SROA (scalar replacement of aggregates) [2], который пытается разделить агрегатную память такую как массивы константного размера и структуры на отдельные скаляры и переместить их на регистры. Кроме того, простые скалярные переменные также помещаются на регистры и для них удаляются инструкции чтения и записи в память. При использовании SROA теряются адреса памяти подобных

переменных, поэтому данный проход никак не изменяет глобальные переменные, переменные-указатели и скаляры от которых берется адрес, что может затруднять поиск зависимостей по данным. В частности, эта проблема возникает при использовании MPI, так как многие функции этой библиотеки оперируют указателями.

В данной работе был доработан статический анализатор системы SAPFOR для улучшения анализа зависимостей по данным. Был добавлен проход преобразования, который для каждого гнезда циклов в функции пытается решить описанную выше проблему. Основные шаги алгоритма:

1. Поиск и сохранение переменных, которые до этого были помечены как имеющие зависимости по данным;
2. Для каждой переменной анализ возможности проведения преобразования. Для этого необходимо гарантированное отсутствие записи через участок памяти, где находится адрес указателя, и отсутствие у цикла и переменной свойств LLVM, запрещающих преобразование;
3. Преобразование, похожее на проход SROA: удаление LLVM инструкций load и store, добавление ϕ -функций. При этом внутри циклов вместо инструкций загрузки в память используются регистры, а после цикла обновленное значение загружается назад в память;
4. Добавление отладочной информации для корректного анализа с использованием дерева псевдонимов [3]. Все добавленные инструкции связываются с новой отладочной переменной, и сохраняется её связь с исходной переменной. На более позднем этапе анализа при обнаружении каких-либо свойств или зависимостей по данным этот результат распространяется на изначальную переменную.

Данный проход помог улучшить определение редуцированных переменных в MPI версии тестов из набора NAS Parallel Benchmarks [4], в том числе EP и CG, что позволило выполнить дополнительное распараллеливание программ с помощью SAPFOR и задействовать графические процессоры в узле кластера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kataev N. LLVM Based Parallelization of C Programs for GPU //Russian Supercomputing Days. – Springer, Cham, 2020. – С. 436–448.
- [2] Jambor M. The new intraprocedural Scalar Replacement of Aggregates //GCC Developers' Summit. – 2010. – С. 47.
- [3] Kataev N. Application of the LLVM Compiler Infrastructure to the Program Analysis in SAPFOR //Russian Supercomputing Days. – Springer, Cham, 2018. – С. 487–499.
- [4] NAS Parallel Benchmarks
<https://www.nas.nasa.gov/publications/npb.html>

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ОБРАБОТКИ ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА ДЛЯ ФАЗЗИНГА ИНТЕРПРЕТАТОРОВ JAVASCRIPT

Малоян Нарек Гагикович¹, Ильюшин Евгений Альбинович²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: maloyan.narek@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: eugene.ilyushin@gmail.com

Надежность программного обеспечения на сегодняшний день является одним из ключевых аспектов при разработке. Для проверки ПО на предмет наличия дефектов и уязвимостей используют различные методы статического и динамического анализа исходного кода. Одним из эффективных методов динамического анализа является фаззинг [1]. Суть фаззинг заключается в подаче на вход программе случайных данных с целью нарушения ее работы, что в свою очередь позволяет обнаруживать дефекты и уязвимости в автоматическом режиме. В данной работе будет рассмотрен фаззер для интерпретаторов JavaScript кода. Такие интерпретаторы интегрированы почти во все современные веб-браузеры. Учитывая, что веб-браузеры стали неотъемлемой частью нашей повседневной жизни, надежность в данном случае играет критическую роль. В популярных браузерах на основе Chromium (Google Chrome, Microsoft Edge) применяется JavaScript интерпретатор V8, разработанный компанией Google, предназначенный для обработки JavaScript программ на веб-страницах. Таким образом, входными данными, сгенерированными в процессе фаззинга, будут JavaScript программы, которые позволяют обнаружить дефекты в интерпретаторе V8.

В фаззинге используется случайная генерация входных данных - на основе словарей или же с помощью мутаций. Недостаток метода в том, что из всех сгенерированных тестов количество синтаксически и семантически корректных составляет 0.58% [2]. Решение заключается в использовании лингвистических моделей, широко используемые в обработке естественного языка. Обучив лингвистическую модель на данных, составленных из регрессионных тестов интерпретатора JavaScript, мы обнаружили, что программы, которые вызывают отказ в работе интерпретаторов, имеют схожие паттерны. Это позволило поднять количество корректно сгенерированных примеров до 58.26%. Фаззеры на основе нейронных сетей с архитектурой LSTM, RNN и Transformers позволили за 72 часа обнаружить соответственно 522, 784 и 524 не дедулицированных дефектов в интерпретаторе V8.

Работа выполнена при поддержке компании Google.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Саргсян С. С., Платформа автоматического фаззинга программного интерфейса программного интерфейса приложений// Труды ИСП РАН. 2020.

- [2] Lee S. et al. Montage: A Neural Network Language Model-Guided JavaScript Engine Fuzzer //29th USENIX Security Symposium (USENIX Security 20). – 2020. – С. 2613-2630. MLA

СИСТЕМА ТРАНСЛЯЦИИ ПРАВИЛ ОБРАБОТКИ ПАКЕТОВ ДЛЯ СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРА RuNPU

Маркобородов Андрей Александрович¹, Волканов Дмитрий Юрьевич²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: amark@lvk.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

В ПКС среди протоколов управления широкое распространение получил протокол OpenFlow. В спецификации протокола [1] правила обработки пакетов определяются двумя основными абстракциями — таблицей потоков и групповой таблицей. Для классификации пакетов по значениям полей заголовка необходимо производить поиск правила в таблице потоков. Каждое правило определяет необходимые модификации заголовка пакета и номер выходного порта. Групповая таблица позволяет определять дополнительные действия над пакетом, а также создавать несколько различных копий пакетов для многоадресной рассылки.

В работе рассматривается коммутатор на базе программируемого сетевого процессора RuNPU, который выполняет основные задачи по обработке пакетов [2]. Поиск в программе на языке ассемблера RuNPU реализуется в виде дерева поиска, состоящего из команд условных переходов. В архитектуре рассматриваемого сетевого процессора данные непосредственно прописываются в машинных командах, поэтому каждое изменение данных требует загрузки обновленной программы в память процессора.

При разработке ПКС коммутатора возникает задача по созданию системы трансляции абстракций протокола OpenFlow в язык ассемблера сетевого процессора. Основную сложность составляет реализация классификации пакетов по таблице потоков, а также обработка нескольких копий пакета в групповой таблице.

По результатам анализа подходов предлагается поддерживающая добавление и удаление правил структура данных для промежуточного представления таблицы потоков и два способа трансляции структуры данных в программу на языке ассемблера. Разработанные способы позволяют избежать излишнего дублирования кода загрузки значений полей заголовка пакета. Для разработанной системы трансляции проводится экспериментальное исследование с целью оценки объема памяти и среднего времени обработки пакета для получаемой программы на языке ассемблера. Экспериментальные данные генерировались на основе шаблонов таблиц потоков, соответствующих сценариям работы ПКС приложений. Для рассмотренных характеристик были выявлены линейные зависимости от количества правил в исходной таблице потоков.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант № 19-07-01076.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] OpenFlow Switch Specification Version 1.3.0 (Wire Protocol 0x04) // Open Networking Foundation. 2012.
- [2] Giladi R. Network processors: architecture, programming, and implementation // Morgan Kaufmann. 2008.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ «НАПАДЕНИЕ ПРОТИВ ЭШЕЛОНИРОВАННОЙ ОБОРОНЫ»

Морозов Владимир Викторович

Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru

Пусть нападение и защита распределяют свои силы в количествах A и B по n пунктам возможного прорыва средств нападения в соответствии со стратегиями

$$x \in X = \{x \in E_+^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = A\}, \quad y \in Y = \{y \in E_+^n \mid \sum_{i=1}^n y_i = B\}.$$

На каждом i -м пункте защита имеет N рубежей обороны. Предполагается, что одна единица средств защиты может воздействовать на r_i единиц средств нападения и поражать их на j -м рубеже с вероятностью p_{ij} , $j = 1, \dots, N$. Обозначим $q_{ij} = 1 - p_{ij}$ и предположим, что $p_{i1} < p_{i2} < \dots < p_{iN}$. Модель с равными вероятностями поражения на разных рубежах см. в [1]. Для $i = 1, \dots, n$ введем обозначения

$$Q_{ik} = \prod_{j=1}^k q_{ij}, \quad P_{ik} = 1 + \sum_{j=k}^{N-1} \prod_{s=k}^j q_{is}, \quad k = 1, \dots, N, \quad p_{iN} = 1, \quad p_{i,N+1} = 0.$$

Защита, имея информацию о количестве сил нападения x_i , распределяет средства y_i по рубежам обороны с целью минимизировать среднее количество сил нападения, прорвавшееся через все рубежи пункта i . Тогда этот минимум равен

$$f_i(x_i, y_i) = \max \left[Q_{iN} x_i, \max_{1 \leq k \leq N} \frac{(x_i - p_{ik} r_i y_i) Q_{iN}}{(1 - p_{ik} P_{i,k+1}) Q_{ik}} \right].$$

В докладе указан оптимальный способ распределения сил защиты по рубежам обороны. Функция выигрыша нападения определяется как

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(x_i, y_i),$$

где λ_i — величина ущерба, наносимого единицей сил нападения, прорвавшейся на i -м пункте.

Представлен метод решения игры $\Gamma = \langle X, Y, F(x, y) \rangle$. При поиске минимаксной чистой стратегии защиты используется принцип уравнивания Гермейера, а оптимальной смешанной стратегии нападения — лемма Гиббса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00553-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Перевозчиков А. Г., Лесик И. А. Простейшая модель эшелонированной протвовоздушной обороны // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. 2013. Т. 30, № 3. С. 83–84.

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ АНАЛИЗА АГРЕГИРОВАННЫХ ДАННЫХ СОТОВЫХ ОПЕРАТОРОВ

Намиот Дмитрий Евгеньевич¹, Булыгин Марк Валерьевич²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: dnamiot@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: messimm@yandex.ru

Согласно отчету Digital 2021 агентства We are social в мире насчитывается более 5.2 млрд. пользователей мобильных телефонов. Каждое такое устройство во время своего функционирования обменивается информацией о задержке и уровне сигнала с базовыми станциями. Данные с базовых станций могут быть использованы для определения местоположения устройств. Благодаря развитию техники в области коммуникаций и методов анализа данных в настоящее время для исследователей доступны данные о транспортных потоках между районами, о количестве людей, находящихся в районах по получасовым интервалам, а также данные транспортных потоков метрополитена.

Нами проведен обзор современных методов обработки данных сотовых абонентов. Данный обзор включает не только методы для данных сотовых операторов, но и для других данных, порождаемых сотовыми телефонами, таких как данные акселерометров, GPS-приемников и Wi-Fi-передатчиков [1].

Аномальные наблюдения во временных рядах, описывающих транспортные потоки, соответствуют важным социальным событиям. В нашем исследовании предлагается метод детектирования аномалий в транспортных потоках по данным сотовых операторов. Данный метод учитывает специфику данных такого типа, что позволяет уменьшить число ложных срабатываний. Решение было проверено на данных сотовых операторов Москвы. Метод показал хорошие результаты, все известные аномалии были выявлены корректно, ложных срабатываний не обнаружено. Результаты работы алгоритма могут быть использованы городскими властями при планировании массовых мероприятий в городе [2].

Данные сотовых операторов содержат информацию о количестве людей, пребывающих в районе более получаса, а также данные о транспортных потоках метро. На основе этих данных были сформированы признаковые пространства,

описывающие районы и связи между ними. В полученных признаковых пространствах была проведена кластеризация. В результате кластеризации районов был получен кластер жилых районов, кластер рабочих районов, а также три кластера, занимающих промежуточные положения. При кластеризации связей районов и территориальных единиц были получены некоторые кластеры соседей города Долгопрудного. Полученные результаты могут быть использованы при построении новых социальных объектов и усовершенствовании транспортной инфраструктуры городов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Булыгин М. В., Намиот Д. Е. Об использовании данных мобильных абонентов в цифровой урбанистике // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Фонд содействия развитию интернет-медиа, ИТ-образования, человеческого потенциала Лига интернет-медиа. 2019. Т. 15, № 3. С. 736–744.
- [2] Булыгин М. В., Намиот Д. Е. О возможностях применения данных сотовых операторов для решения задач цифровой урбанистики // International Journal of Open Information Technologies. Лаборатория Открытых Информационных Технологий факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. 2021. Т. 9, № 1. С. 48–57.

О СИМУЛЯЦИИ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ

Никольский Илья Михайлович

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: oliv_mail@mail.ru

В настоящее время наблюдается взрывной рост количества устройств, оснащённых сенсорами. Мониторинг, осуществляемый с помощью больших наборов сенсоров, играет важную роль в промышленности, медицине, логистике и других сферах. Качественный мониторинг возможен только при наличии большого набора сенсоров, что вынуждает использовать дешёвые комплектующие (в частности, маломощные радиомодули) для повышения экономической эффективности, а также запитывать устройства от батареек, чтобы избежать большого числа проводов. Эти факторы приводят к необходимости отказаться от отправки данных напрямую от сенсора к базовой станции в пользу передачи информации по цепочке. Объединения групп сенсоров посредством радиоканала называются *беспроводными сенсорными сетями* (БСС).

В работе [1] был предложен протокол сбора информации с сенсоров с дублированием сообщений. При передаче данных сенсор дублирует каждое сообщение N_d раз, где число N_d рассчитывается в соответствии с процентом потерь сообщений. Протокол был опробован на стендовой модели сенсорной сети, узлы которой основаны на микроконтроллере Arduino Nano и радиопере-

датчике NRF24L01. Проведённые эксперименты показали, что предложенный протокол действительно позволяет эффективно снижать потери данных.

Опыт разработки показал, что отладка протокола непосредственно на сенсорных узлах связана с большими времязатратами. Представляется более рациональным производить предварительную отладку логики взаимодействия узлов БСС с помощью компьютерных симуляций. К сожалению существующие симуляторы сетей весьма сложны в освоении, кроме того превращение симуляции в программу для микроконтроллера затруднительно. В данной работе представлен симулятор, который позволяет стандартным образом создавать симуляции для протоколов коммуникаций в БСС. Для этого протокол описывается в виде наборов состояний сенсорных узлов, наборов типов служебных сообщений, конечных автоматов состояний сенсорных узлов. Разработанный позволяет автоматически генерировать управляющий код для узлов, использующих Arduino, по симуляционному коду пользователя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Никольский И.М., Фурманов К.К. Исследование эффективности дублирования сообщений в сенсорных сетях // Прикладная математика и информатика, 2020. № 64. С. 10-20

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА КАТМУЛЛА—КЛАРКА ИЕРАРХИЧЕСКОГО РАЗБИЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Никольский Илья Михайлович¹, Олохтонов Алексей Андреевич²

¹ Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: oliv_mail@mail.ru

² Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: aolo2@yandex.ru

Иерархическое разбиение (subdivision) позволяет представить гладкую поверхность как результат последовательного сгущения более грубой полигональной сетки. Существует множество алгоритмов иерархического разбиения, и одним из самых широко применяемых является алгоритм Катмулла—Кларка [1]. В ходе работы алгоритма координаты точек полигональной сетки многократно пересчитываются, и для выполнения итерации алгоритма необходимо знать координаты точек на предыдущей итерации. Для вычисления новых координат в алгоритме также используется информация о смежности. В частности, для каждой вершины необходимо знать, к каким ребрам и граням эта вершина принадлежит, а для каждого ребра необходимо знать, к каким граням принадлежит это ребро. Потребность в высокопроизводительной реализации алгоритма Катмулла—Кларка возникает при применении алгоритма на сетке, изменяющейся в реальном времени (например, в программах 3D моделирования). Таким образом, производительность реализации определяет максимальный размер сетки, с которым возможно работать в интерактивном режиме.

Данная работа посвящена оптимизации алгоритма Катмулла—Кларка. Было последовательно получено несколько реализаций, каждая из которых имеет более высокую производительность, чем предыдущая. В ходе оптимизации был выделен ряд факторов, оказывающих значительное влияние на эффективность работы алгоритма: 1) сводимость построения информации о смежности к поиску уникальных ребер, 2) преобладание времени построения информации о смежности над временем фактического сглаживания, 3) важность перенумерования вершин для повышения локальности доступа к памяти.

Отметим, что в литературе по методам иерархического разбиения эти моменты освещены скудно. Также была оценена эффективность применения различных подходов к ускорению вычислений.

Сравнение производительности производилось с открытой реализацией алгоритма, содержащейся в пакете OpenSubdiv.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Catmull, E., Clark, J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. // Computer-Aided Design, 1978.

ОБ ОДНОЙ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ МИНИМАКСНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Никольский Михаил Сергеевич

МИАН им. В.А.Стеклова РАН; факультет ВМК МГУ, e-mail: mni@mi-ras.ru

Пусть движение управляемого объекта описывается уравнением вида

$$\dot{x} = A(u)x + Bv, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$ ($n \geq 1$), $u \in P$ - компакт из R^p ($p \geq 1$), $v \in Q$ - выпуклому компакт из R^q ($q \geq 1$), $A(u), B$ - матрицы размерности $n \times n$, $n \times q$ соответственно, причём $u \in P$ - компакт из R^p , $v \in Q$ - выпуклому компакт из R^q , x_0 - начальное состояние управляемой системы. Предполагается, что матричная функция $A(u)$ непрерывна на P . В (1) измеримые по Лебегу функции $v(t) \in Q$, $t \in [0, T]$ ($T > 0$), моделируют воздействие возмущений, действующих на систему, а управление $u \in P$ считается постоянным.

При фиксированном $u \in P$ обозначим через $D(T, u)$ множество достижимости управляемого объекта (1) из начального состояния x_0 . Отметим, что $D(T, u)$ - выпуклый компакт, геометрически характеризующий разброс траекторий управляемого объекта (1) при данном управляющем векторе $u \in P$.

Будем оценивать воздействие возмущений на управляемую систему (1) функцией

$$\alpha(u) = \max_{x \in D(T, u)} \varphi(x), \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ - некоторая непрерывная скалярная функция, фиксированная на R^n . Функция (2) характеризует разброс траекторий управляемого объекта (1) при

фиксированном векторе $u \in P$ в заданный момент времени T . Векторы $u \in P$ находятся в распоряжении управляющего системой (1) и используются с целью минимизации функции (2) на P , что физически означает минимизацию разброса траекторий этой системы. Отметим, что для приложений представляет интерес, например, функция $\varphi(x) = |x - \xi|^2$, где ξ — некоторый фиксированный вектор из R^n .

В работе обосновывается непрерывность маргинальной функции $\alpha(u)$ на P , откуда следует наличие минимума функции $\alpha(u)$ на компакте P . Получены также достаточные условия, обеспечивающие липшицевость функции $\alpha(u)$ на P , что полезно для поиска минимума этой функции на P .

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО ТЕСТИРОВАНИЯ СТУДЕНЧЕСКИХ ПРОГРАММ НА ЯЗЫКЕ АССАМБЛЕРА

Новиков Михаил Дмитриевич

Лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, кафедра алгоритмических языков, e-mail: novikov_57@mail.ru

На факультете ВМК МГУ с 2020 года разрабатывается система автоматического тестирования программ (далее — САТП), написанных на языке Ассемблера. Эта система используется в вычислительном практикуме 1-го курса для проверки правильности составленных студентами программ. За основу взяты задачи из учебных пособий [1] и [2]. К настоящему времени составлены тесты примерно к 100 задачам из пособия [2] и к заданиям 5 и 6 из пособия [1].

Возможности САТП

1. Система позволяет выполнять тестируемую программу на языке Ассемблера MASM в автоматическом режиме. Наборы исходных данных для тестирования подбираются так, чтобы выявить все часто встречающиеся ошибки. По окончании тестирования на экран компьютера выдаются исходные данные для каждого теста, выдаваемый программой результат и правильный результат. Указывается количество правильных и ошибочных ответов.
2. Система позволяет контролировать выполнение формальных требований к тестируемым программам, указанным в [1, 2]. Например, некоторые задачи должны быть решены без использования или, наоборот, с обязательным использованием каких-либо типов данных и конструкций языка Ассемблера (например, не допускается использование переменных памяти или массивов, обязательно использование стека, строковых команд, процедур и т.д.). В САТП проверяется количество вхождений определенных слов в тестируемую программу (DB, DUP, PUSH и проч.) и, в случае несоответствия требованиям, фиксируется ошибка.
3. САТП позволяет тестировать не только полную программу, но и фрагмент программы. В случае тестирования фрагмента программы САТП добавляет к

нему описания данных и команды, дополняющие его до полной программы, которая затем тестируется.

Использование САТП САТП используется в студенческом практикуме начиная с весеннего семестра 2020 года. Она показала свою эффективность. До ее создания студенты часто приносили на проверку программы, содержащие многочисленные ошибки. Преподавателю приходилось вручную тестировать такие программы – вводить сложные исходные данные, сравнивать выдаваемые результаты с правильными и проверять выполнение требований к программам. Теперь же всю отладку студенты выполняют, в основном, самостоятельно и приносят на проверку уже готовые программы.

Перспективы развития САТП

1. Предполагается составить тесты для оставшихся задач книги [2] — это, в основном, задачи из глав с 7-й по 13-ю, не вошедшие в текущую версию САТП.
2. Предполагается производить корректировку уже имеющихся тестов по результатам апробаций.

САТП может быть запущена на локальном компьютере и не требует выхода в Интернет. Используется транслятор MASM 6.14.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бордаченкова Е. А., Панферов А. А. Задания практикума. 1 курс. М.: МАКС Пресс, 2016, 48 с.
- [2] Бордаченкова Е. А. Задачи и упражнения по языку Ассемблера MASM. М.: МАКС Пресс, 2020, 92 с.

АВТОМАТИЗАЦИЯ РАЗВЕРТЫВАНИЯ СИСТЕМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЗАДАЧ SLURM В ОБЛАЧНОЙ СРЕДЕ

**Озерова Татьяна Александровна¹, Аксенова Елена Леонидовна²,
Корухова Людмила Сергеевна³**

¹ Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: tanya1515@ispras.ru

² Институт системного программирования им. В.П. Иванникова, e-mail: lenaaxenova@ispras.ru

³ Кафедра системного программирования ВМК МГУ, e-mail: sp@cs.msu.ru

Решение задач обработки и анализа больших объемов данных требуют использования специализированных распределенных сервисов и высокопроизводительных вычислений в облачных средах. Именно в облачной среде можно развертывать виртуальные вычислительные кластеры с запрошенными характеристиками и устанавливать необходимые системы для планирования заданий и распределения ресурсов кластера. К таким системам относится Slurm [1].

При использовании и ручной настройке Slurm в облачной платформе уровня IaaS (Infrastructure as a Service) неизбежно возникают такие сложности и проблемы:

1. Необходимость «ручной» подготовки кластера из виртуальных машин, связанных по сети;
2. Реализация трудоемкого процесса развертывания диспетчера задач, требующего наличия значительных временных ресурсов и высокого уровня знаний и квалификации пользователя;
3. Существенный рост сложности и времени развертывания с увеличением числа узлов в кластере;
4. Отсутствие вариантов автоматического воспроизведения развертывания.

В рамках проведенной работы реализована автоматизация развертывания Slurm при помощи системы управления конфигурациями Ansible. Инструмент Ansible позволяет осуществлять удаленный доступ по ssh протоколу к хостам кластера и настраивать их в соответствии с описанными конфигурациями. Написанная роль была включена в проект Michman [2]. Michman - программное обеспечение, которое взаимодействует с облачной платформой OpenStack и реализует развертывание виртуальных кластеров и сервисов на нем по запросу REST API. Так, автоматизация развертывания системы Slurm решила все вышеперечисленные проблемы:

1. Существенно уменьшилось время установки диспетчера задач для кластеров в сравнении с развертыванием в ручном режиме;
2. Снизился порог входа для пользователя: развертывание сервиса осуществляется при помощи запроса REST API. В запросе пользователь указывает число slave-узлов. Далее происходит автоматическое создание кластера в облаке, где осуществляется установка Slurm с указанным числом рабочих узлов, управляющим всей системой master-хостом и хостом с базой данных для ведения журнала событий запущенных и выполненных заданий. В ответе пользователь получает статус выполнения и точки доступа к кластеру с настроенным Slurm;
3. Появилась возможность воспроизведения развертывания системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Slurm – workload manager. Version 20.11.Overview. - <https://slurm.schedmd.com/overview.html>
- [2] Аксенова Е. Л., Борисенко О. Д., Корухова Л. С. Система развертывания распределенных сервисов в облачной среде // Ломоносовские чтения-2020. Секция Вычислительной математики и кибернетики. М., 2020.

ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПОМЕЧЕННЫХ ДАННЫХ К ЗАДАЧЕ ПОИСКА УТЕЧЕК ЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Падарян Вартан Андроникович¹, Бакулин Максим Геннадьевич², Егоров Данила Игоревич³

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: vartan@ispras.ru

² ИСП РАН, e-mail: bakulinm@ispras.ru

³ ИСП РАН, e-mail: egorov@ispras.ru

Динамический анализ помеченных данных - это выполнение кода программы параллельно с отслеживанием того, на какие вычисления оказывают влияние помеченные входные данные [1]. Данный способ анализа позволяет решать ряд прикладных задач, связанных с обеспечением надежности программного обеспечения и выявлением ранее неизвестных уязвимостей.

На сегодняшний день из большого числа инструментов динамического анализа помеченных данных [2, 3] можно найти лишь небольшую часть, где бы развивалась идея отслеживания утечек чувствительных данных [4, 5]. Разрабатываемый в ИСП РАН анализатор Лакмус применяется для отслеживания ситуаций перехвата управления и исполнения произвольного кода. Для улучшения точности анализа в нем используется концепция ослабевающей пометки данных [2]. Раньше зачастую к ней приходилось добавлять уточняющие правила для тех или иных приложений и операционных систем, поэтому была реализована инфраструктура для создания правил на языке Python. Это значительно повысило точность анализа и удобство работы с инструментом, позволив без перекомпиляции исходного кода уточнять правила распространения помеченных данных.

Были проведены эксперименты с целью оценки возможностей инструмента Лакмус для решения задачи отслеживания чувствительной информации. Утечки фиксировались в стандартных потоках вывода, ошибок и конкретных файлах. В качестве тестовых образцов были выбраны две промышленные программы с открытым исходным кодом для просмотра pdf-документов: размер первой – 37,2 МВ (830 KLoC), второй – 22,2 МВ (124 KLoC). В исходный код каждой было добавлено по 10 уязвимостей типа CWE-200, из которых по результатам тестирования было успешно обнаружено 18. Отсутствие фиксации двух оставшихся уязвимостей было связано с архитектурными особенностями инструмента, которые предполагается решить в ближайшем будущем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schwartz E. J., Avgerinos T., Brumley D. All You Ever Wanted to Know About Dynamic Taint Analysis and Forward Symbolic Execution (but Might Have Been Afraid to Ask) // Proceedings of the 2010 IEEE Symposium on Security

- and Privacy. SP '10. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society. 2010. P. 317–331.
- [2] Bakulin M., Klimushenkova M., Egorov D. Dynamic Diluted Taint Analysis for Evaluating Detected Policy Violations // 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS). 2017. P. 22–26.
- [3] О некоторых ограничениях полносистемного анализа помеченных данных / М. А. Климушенко, М. Г. Бакулин, В. А. Падарян, П. М. Довгалюк, Н. И. Фурсова, И. А. Васильев // Труды Института системного программирования РАН. 2016. Т. 28, № 6. С. 11–26.
- [4] David (Yu) Zhu, Jaeyeon Jung, Dawn Song, Tadayoshi Kohno, and David Wetherall. 2011. TaintEraser: protecting sensitive data leaks using application-level taint tracking. SIGOPS Oper. Syst. Rev. 45, 1 (January 2011), 142–154.
- [5] B. Lokhande and S. Dhavale, "Overview of information flow tracking techniques based on taint analysis for Android," 2014 International Conference on Computing for Sustainable Global Development (INDIACom), New Delhi, India, 2014, pp. 749-753.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ОЦЕНКИ РИСКА FDR-МЕТОДА В ЗАДАЧЕ МНОЖЕСТВЕННОЙ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Палионная Софья Игоревна, Шестаков Олег Владимирович

Кафедра математической статистики, e-mail: palionnaya@gmail.com, oshestakov@cs.msu.su

Задачи множественной проверки гипотез о значимости наблюдений занимают важное место в прикладной статистике и применяются в самых разнообразных областях таких, как генетика, биология, астрономия, компьютерная графика и т.п. В частности эти задачи возникают при обработке многомерных данных с целью выявления значимых признаков и удаления незначимых (шумовых). Такое экономное представление данных крайне актуально при обработке аудио- и видеоданных, генетических цепочек, энцефалограмм, спектрограмм и т.д. В современных исследованиях, посвященных данной тематике, описаны различные методы фильтрации, основанные на разреженном представлении получаемых экспериментальных данных.

Существует множество статистических процедур, предлагающих различные способы решения задачи множественной проверки гипотез. В работе [1] была предложена мера, предполагающая контроль ожидаемой доли ложных отклонений нулевой гипотезы. Эта мера получила название FDR (false discovery rate) и стала широко применяться в случаях, когда число проверяемых гипотез настолько велико, что предпочтительнее допустить некоторое количество ошибок первого рода с целью увеличения статистической мощности. Для контроля

над FDR чаще всего используется алгоритм множественной проверки гипотез Бенжамини—Хочберга [1].

В докладе анализируются асимптотические свойства оценки среднеквадратичного риска алгоритма Бенжамини—Хочберга. В работе [2] была доказана сильная состоятельность данной оценки, а в работе [3] доказана её асимптотическая нормальность. Также получены оценки скорости сходимости к нормальному закону.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00352).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Benjamini Y., Hochberg Y. Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to multiple testing //Journal Of The Royal Statistical Society Series. 1995. Vol. 57, № 1. P. 28–300.
- [2] Палионная С. И. Сильная состоятельность оценки риска при множественной проверке гипотез с FDR-порогом //Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2020. Т. 4. С. 34–39.
- [3] Palionnaya S. I., Shestakov O. V. Asymptotic Properties of MSE Estimate for the False Discovery Rate Controlling Procedures in Multiple Hypothesis Testing //Mathematics. Vol. 8, № 11, 1913.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ЗАРЯДКОЙ ЭЛЕКТРОМОБИЛЯ В УСЛОВИЯХ ВЫЖИВАЕМОСТИ С ПОТЕНЦИАЛЬНЫМ ИЗВЛЕЧЕНИЕМ ПРИБЫЛИ

Парастаев Григорий Сергеевич, Куржанский Александр Борисович

Кафедра системного анализа, e-mail: parastaew1996@yandex.ru, kurzahans@mail.ru

В настоящей работе рассматривается задача управления нелинейной системой

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{E} \left([\mu(x_5) d(t)]^{\text{sgn } u_3} u_3 - \frac{\theta(x_3^2 + x_4^2)}{\mu(x_5) d(t)} \right) \end{cases}, \quad (1)$$

описывающей динамику движения электромобиля и уровня заряда его батареи [1, 2], с целью сведения к минимуму затрат водителя на зарядку транспортного средства в течение временного отрезка $[t_0, t_1]$, т.е. достижения минимума функционала

$$\mathcal{J}(u(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_1} p^g(t) u_3(t) dt, \quad (2)$$

где функция $p^g(\cdot)$ – цена на электричество.

На фазовое состояние и управление наложены следующие ограничения:

$$x(t) \in \mathcal{Y}(t) \equiv \mathcal{Y} = \mathbb{R}^4 \times [0, 1], \forall t \in [t_0, t_1], \quad (3)$$

$$x(t_1) \in \mathcal{M} = \{(x_1^*, x_2^*, 0, 0)\} \times [x_l, x_u], \quad (4)$$

$$u \in \mathcal{U}(t, x) = \mathcal{U}_v \times ([P_{min}(t), P_{max}(t)] \chi_{cs}(x_1, x_2)), \quad (5)$$

где $[x_l, x_u] \subseteq [0, 1]$, $\mathcal{U}_v = [a_{min}^1, a_{max}^1] \times [a_{min}^2, a_{max}^2]$, $a_{min}^i < 0 < a_{max}^i$, $i = 1, 2$,

$P_{min}(t) < 0 < P_{max}(t)$, $\chi_{cs}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & (x_1, x_2) \in X_{cs} \\ 0, & (x_1, x_2) \notin X_{cs} \end{cases}$ – характеристиче-

ская функция множества зарядных точек $X_{cs} = \{(x_1^{cs_i}, x_2^{cs_i})\}_{i=1}^N$.

Указанная задача решается в два этапа: поиском управления в форме многозначного синтеза [3], переводящего электромобиль из заданной в момент времени t_0 точки x^0 во множество \mathcal{M} при соблюдении ограничений (3) и (5), и выбором из найденного синтеза $\mathcal{U}^*(t, x)$ искомого управления по правилу

$$u^*(t, x) = \operatorname{argmin}_{u \in \mathcal{U}^*(t, x)} \mathcal{J}(u).$$

Также исследуются условия, при которых $\mathcal{J}^* = \min_{u \in \mathcal{U}(t, x)} \mathcal{J}(u) < 0$, что интерпретируется как получение водителем электромобиля прибыли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Le Floch C., Belletti F., Moura S. Optimal Charging of Electric Vehicles for Load Shaping: A Dual-Splitting Framework With Explicit Convergence Bounds // IEEE Transactions on Transportation Electrification. – 2016. – Vol. 2, no. 2 – Pp. 190-199.
- [2] Le Floch C., di Meglio F., Moura S. Optimal charging of vehicle-to-grid fleets via PDE aggregation techniques // 2015 American Control Conference (ACC).
- [3] A. B. Kurzhanski, P. Varaiya. Dynamics and Control of Trajectory Tubes: Theory and Computation. Birkhäuser, Boston, 2014.

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА И НАВЬЕ—СТОКСА. МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЗАВИХРЕННОСТИ И ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Петрова Людмила Ивановна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ptr@cs.msu.ru

Из уравнений Эйлера и Навье—Стокса при исследовании согласованности уравнений законов сохранения получается соотношение для энтропии, которое оказывается нетождественным из-за несогласованности уравнений законов сохранения. Из нетождественного соотношения получается, что на исходном

координатном пространстве уравнения Эйлера и Навье—Стокса являются неинтегрируемыми. Их решение зависит не только от переменных, то есть не является функцией. Оно зависит от некоторого коммутатора. Такое решение описывает неравновесное состояние газодинамической среды. При дополнительных условиях (связанных с какими-либо степенями свободы) могут реализовать интегрируемые структуры, на которых решение становится дискретной функцией. Такие решения описывают локально-равновесное состояние газодинамической среды. Переход от решения первого типа к дискретному решению описывает переход газодинамической среды от неравновесного состояния к локально-равновесному, что сопровождается возникновением завихренности (для идеального газа) и турбулентности (для вязкого газа).

Так как решения уравнений Эйлера и Навье—Стокса определены на разных пространственных объектах, то они не могут быть получены обычным непрерывным численным моделированием производных с помощью одной системы координат. Получить полное решение и описать процессы возникновения завихренности и турбулентности можно только с помощью двух систем координат или решая уравнения одновременно численно и аналитически.

АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ НОРМАЛЕЙ В STL-МОДЕЛЯХ

Подопросветов Андрей Валерьевич¹, Никольский Илья Михайлович²

¹ Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: andtpod123@gmail.com

² Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: oliv_mail@mail.ru

Развитие аддитивных технологий сделало возможным быстрое прототипирование практически любого изделия при наличии его трёхмерной модели. Однако, перед непосредственно печатью на 3D-принтере необходимо осуществить верификацию модели. Ошибки при проектировании и другие причины могут привести к невозможности печати.

Одной из самых распространённых ошибок в моделях является некорректность направления нормалей одной или нескольких поверхностей, составляющих модель. Поиск таких ошибок может занять значительное время.

В данной работе предлагается параллельный алгоритм корректировки нормалей. Предполагается, что корректируемая модель хранится в формате STL и состоит из треугольников. Используется технология параллельного программирования OpenMP. Алгоритм способен обрабатывать многосвязные модели.

Алгоритм включает следующие этапы: 1) выбор начального треугольника; 2) выпуск луча из этого треугольника; по количеству пересечений с другими гранями модели определяется направление внешней нормали данного треугольника; 3) используя направление внешней нормали начального треугольника выставляются внешние нормали остальных граней; 4) при наличии необработанных треугольников (это может быть в случае многосвязной модели) переходим к шагу 1.

Тестирование алгоритма проводилось на суперкомпьютере IBM Polus (входит в суперкомпьютерный комплекс МГУ). Было показано, что предложенный алгоритм позволяет достаточно эффективно распараллелить процесс исправления нормалей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Livesu M. Ellero S. Martínez J. et al.: From 3D models to 3D prints: an overview of the processing pipeline. *Comput. Graph. Forum* 36(2), 537–564 (2017).
- [2] Kenshi Takayama and Alec Jacobson and Ladislav Kavan and Olga Sorkine-Hornung. A Simple Method for Correcting Facet Orientations in Polygon Meshes Based on Ray Casting. *Journal of Computer Graphics Techniques* Vol. 3 No. 3 (2014).
- [3] Attene M. As-exact-as-possible repair of unprintable STL files. *Rapid Prototyping Journal*. Vol. 24 № 5 855-864 (2018).
- [4] Möller T. Trumbore B. Fast, Minimum Storage Ray / Triangle Intersection. *Journal of Graphics Tools*. (1997).
- [5] L. Rocca1 and N. De Giorgis1 and D. Panozzo1 and E. Puppo1. Fast Neighborhood Search on Polygonal Meshes. *Eurographics Italian Chapter Conference*. (2011).

УЛУЧШЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ПРОВЕРКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ОПЕРАТОРНЫХ ПРОГРАММ ПРИ ПОМОЩИ АНАЛИЗА ВЕСОВ ВЕРШИН

Подымов Владислав Васильевич

Кафедра математической кибернетики, e-mail: valdus@yandex.ru

Рассматривается проблема эквивалентности в модели операторных программ, выполняющихся над полугрупповыми шкалами [1]. Программа в этой модели представляет собой автомат Мура, входные символы которого (\mathcal{C}) понимаются как логические условия, а выходные символы (\mathcal{A}) — как операторы программы. Выполнение программы определяется над (не обязательно свободным) моноидом M , порождённым множеством \mathcal{A} , и отображением $\xi : M \rightarrow \mathcal{C}$. При выполнении очередного перехода программы прочитывается условие $\xi([a_1 \dots a_k])$, где $a_1 \dots a_k$ — операторы посещённых вершин программы и $[h]$ — композиция операторов, записанных в h . При достижении особой вершины — выхода — выполнение программы немедленно завершается, и результатом объявляется элемент M , равный композиции операторов посещённых вершин. Все бесконечные выполнения имеют особый результат, не являющийся элемен-

том M . Две программы эквивалентны над M , если для любого отображения $\xi : M \rightarrow \mathfrak{C}$ результаты выполнения программ над M и ξ совпадают.

В [1] был предложен подход к построению быстрых алгоритмов проверки эквивалентности программ над особыми моноидами M : уравновешенными (если $[h] = [g]$, то $|h| = |g|$, где $|u|$ — длина слова u) и такими что множество $\{([h], [g]) \in M \times M \mid |h| = |g|\}$ можно особым образом отобразить в моноид W , входящий в состав особой критериальной системы. Согласно этому подходу, если проблема равенства элементов W разрешима за время $\tau(k)$, где k — длина сравниваемых композиций порождающих элементов W , то проблема эквивалентности программ над M разрешима за время $O(n^2(\tau(cn^2) + \log n))$, где c — некоторая константа и n — суммарный размер программ (теорема 7).

В [2] для решения проблемы сильной эквивалентности металинейных унарных рекурсивных программ вводилось и использовалось, в числе прочего, понятие *веса* вершины программы, которое, будучи приложено к операторным программам, переформулируется так: вес вершины v — это длина кратчайшего пути из v в выход.

В настоящей работе указанная выше оценка сложности улучшена до $O(n^2(\tau(cn) + \log n))$. Для этого сформулированы вспомогательные свойства центральной конструкции подхода (графа совместных вычислений, Γ), позволяющие избежать использования композиций элементов W квадратичной длины (cn^2), ограничившись только композициями линейной длины (cn).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захаров В. А. Быстрые алгоритмы разрешения эквивалентности операторных программ на уравновешенных шкалах // Математические вопросы кибернетики. Вып. 7. М. : Физматлит, 1998. С. 303–324.
- [2] Подымов В. В. О проверке сильной эквивалентности металинейных унарных рекурсивных программ // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2013. № 1. С. 21–27.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В СТРУКТУРЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ

Попов Александр Михайлович¹, Шагилов Николай Эльдарович²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: professorpopov@gmail.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: nikkey.shagirov@yandex.ru

Настоящая работа посвящена математическому моделированию фазового перехода в молекулярной системе. Данная задача имеет принципиальное значение для многих областей науки и техники, включая термоядерный синтез и современные нанотехнологии [1].

Целями работы являются создание вычислительных программ молекулярно-динамического моделирования двухфазных сред и проведение математического

моделирования изменения фазового состояния в молекулярной системе с выбранным потенциалом взаимодействия.

Основными инструментами численного исследования фазовых превращений являются методы Монте-Карло, а также методы молекулярной динамики. В данной работе используется метод классической молекулярной динамики, основанный на численном решении классических уравнений движения Ньютона и последующем вычислении требуемых физических величин путем усреднения по фазовой траектории системы [2]. Целью интегрирования уравнений движения является вычисление макроскопических параметров, характеризующих состояние молекулярной системы, с нахождением точек фазового перехода. Для численного решения уравнений движения использовалась схема Верле в скоростной форме.

В качестве конкретной молекулярной системы рассматривается ионный микрокристалл соли KCl . Сила взаимодействия пар ионов определяется выражением [3]:

$$F(r_{ij}) = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}^2} \left[1 + \text{sign}(q_i q_j) \left(\frac{s_i + s_j}{r_{ij}} \right)^p \right],$$

где r_{ij} - расстояние между ионами, q - ионный заряд, s характеризует размер иона, пропорционально ионному радиусу, p определяет «жесткость» отталкивания между ионами.

На основе разработанной программы проведен расчет точки фазового перехода при плавлении, а также кипении рассматриваемой молекулярной системы. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными. С помощью пакета VMD визуализирована динамика системы, проведен анализ ее структуры в различных фазовых состояниях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Попов А.М. Вычислительные нанотехнологии. М.: КНОРУС, 2014. 312 с.
- [2] Rapoport D.C. The Art of Molecular Dynamics Simulation. Second edition // Cambridge University Press, 2004
- [3] Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц: Пер. с англ. - М.: Мир, 1987. - 640 с.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ БИОМЕТРИЧЕСКОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ В ОПЕРАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЕМЕЙСТВА WINDOWS НА ОСНОВЕ ДАННЫХ О РАБОТЕ СО СТАНДАРТНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ ВВОДА

Попов Иван Сергеевич¹, Журихин Юрий Павлович²

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: ivan@jaffar.cs.msu.su

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: yuryzhurikhin@gmail.com

В настоящее время задача биометрической аутентификации в операционных системах семейства Windows является актуальным направлением исследований в сфере безопасности пользовательских данных. Основным способом традиционной (статической) аутентификации в системах Windows является проверка пароля, а использование динамических систем аутентификации мало распространено. Использование биометрических данных пользователя позволяет повысить общую безопасность системы, а их сбор со стандартных устройств ввода не потребует дополнительных аппаратных средств для работы системы.

Данная работа посвящена разработке единой системы биометрической аутентификации пользователя, объединяющей в себе статические методы аутентификации по клавиатурному почерку и компьютерной мыши с последующим динамическим фоновым отслеживанием работы пользователя в системе.

В работе рассматриваются существующие методы на основе использования нейросетевых подходов, многоклассовых и одноклассовых классификаторов, а также статистических методов. Анализируются достоинства и недостатки различных подходов с учетом особенностей при использовании в системе аутентификации. Описывается разработанный собственный модуль статической аутентификации на основе данных о работе с компьютерной мышью. Для решения о принадлежности тестируемого пользователя к одному из пользователей системы используется модифицированная формула гипотез Байеса.

На основе существующих разработок кафедры Интеллектуальных информационных технологий факультета ВМК МГУ, а также собственного модуля аутентификации было разработано приложение для ОС Windows 7 и новее, позволяющее производить процедуру статической биометрической аутентификации пользователя, а также осуществлять динамический фоновый контроль легитимности пользователя, автоматически блокируя его при возникновении подозрений в подмене. Разработанная программа может использоваться как для персонального использования, так и послужить основой для построения систем для корпоративного сектора.

ОБ ОДНОМ ПРОЕКЦИОННОМ МЕТОДЕ ДЛЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО ЕГО НАКЛОНАМ

Разгулин Александр Витальевич, Турганбаев Сатбек Амангельдыулы¹,
Ирошникова Никита Георгиевич²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: razgulin@cs.msu.ru, razgulin@cs.msu.ru

² Кафедра медицинской физики, e-mail: nikita@optics.ru

Проблема восстановления волнового фронта по его наклонам возникает в задачах адаптивной оптики, например, имеющих приложения в офтальмологии [1]. Математическая постановка состоит в восстановлении функции $u(x, y)$ по измерениям её градиентов $g_1(x, y)$, $g_2(x, y)$ вдоль соответствующих направлений x и y . Вариационный подход состоит в переходе к задаче минимизации целевого функционала невязки

$$J(u) = \iint_{\Omega} ((u_x(x, y) - g_1(x, y))^2 + (u_y(x, y) - g_2(x, y))^2 + \alpha u^2(x, y)) dx dy$$

при $\alpha > 0$ на множестве периодических функций из пространства Соболева $H^1(\Omega)$ в прямоугольнике Ω . Условие минимума функционала в форме вариационной задачи с проекцией на кусочно-линейные по каждой переменной конечные элементы приводит к конечномерным проекционным схемам [2], [3].

Данная работа посвящена модификации метода для случая $\alpha = 0$ при выборе подпространства периодических функций с нулевым средним, при этом свойство коэрцитивности задачи вытекает из неравенства Пуанкаре для таких функций. При согласовании шага сетки с параметрами метода получены оценки скорости сходимости, характерные для стандартного метода конечных элементов. Приводятся результаты вычислительного эксперимента по восстановлению разрывного волнового фронта типа спиральной фазы.

Работа выполнена в рамках тематики Московского центра фундаментальной и прикладной математики и при поддержке РФФИ (проект № 18-29-02103).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Goncharov A. S., Iroshnikov N. G., Larichev A. V., Nikolaev I. P. The impact of speckle on the measurement of eye aberrations // *Journal of Modern Optics*. 2015. Vol. 62, № 21. P. 1775–1780.
- [2] Razgulin A. V., Kuzhamaliyev Y. Z., Goncharov A. S., Larichev A. V. A variational method for wavefront reconstruction from Shack-Hartman sensor measurements // *Atmospheric and Oceanic Optics*. 2017. Vol. 30, № 4. P. 399–403.
- [3] Razgulin A. V., Kuzhamaliyev Y. Z., Iroshnikov N. G., Larichev A. V. A variational method of wavefront reconstruction from local slope measurements

using a fractional order of smoothness stabilizer // Computational Mathematics and Modeling. 2019. Vol. 30, № 2. P. 164–176.

ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ УПРАВЛЕНИЯ В МОДЕЛИ SIR

Ровенская Елена Александровна, Орлов Сергей Михайлович

International Institute for Applied Systems Analysis (Austria), кафедра оптимального управления (ВМК МГУ), e-mail: sergey.orlov@cs.msu.ru, rovenskaya@iiasa.ac.at

В докладе рассматривается следующая модель [1] распространения эпидемии инфекционного заболевания:

$$\begin{cases} \dot{S}(t) = -\beta S(t)I(t), & S(0) = S_0, \\ \dot{I}(t) = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t), & I(0) = I_0, \\ \dot{R}(t) = \gamma I(t), & R(0) = 0. \end{cases}$$

Здесь $S(t)$ — количество восприимчивых индивидов, $I(t)$ — количество инфицированных индивидов, а $R(t)$ — количество иммунных индивидов в момент времени t , β — коэффициент передачи инфекции, γ — скорость выздоровления. Распространение инфекции начинается с малого количества инфицированных индивидов $I_0 \ll S_0$, появившихся в полностью восприимчивой популяции.

Предполагается, что управляющая сторона может применять меры по уменьшению коэффициента передачи инфекции на определённом конечном отрезке времени, а именно

$$\beta = \beta(t) = \begin{cases} \beta_0, & t \in [0, t_c), \\ \beta_c, & t \in [t_c, t_c + \Delta t_c), \\ \beta_0, & t \in [t_c + \Delta t_c, +\infty). \end{cases}$$

Таким образом, есть три управляющих параметра: время внедрения мер $t_c \geq 0$, строгость мер $\beta_c \in [0, \beta_0]$, длительность мер $\Delta t_c \geq 0$. Здесь β_0 — коэффициент передачи инфекции в отсутствие мер.

Для данной управляемой модели рассматриваются две оптимизационных задачи: минимизация общего количества заболевших

$$J_1 = \int_0^{+\infty} \beta(t)S(t)I(t) dt$$

и минимизация максимального числа одновременно инфицированных (пика эпидемии)

$$J_2 = \max_{t \in [0, +\infty)} I(t).$$

Для каждой задачи находится оптимальное решение и исследуется Парето-фронт соответствующей многокритериальной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kermack W.O., McKendrick A.G., Walker G.T. A contribution to the mathematical theory of epidemics // Proc. R. Soc. Lond. Ser. Contain. Pap. Math. Phys. Character. 1927. 115, P.700–721. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>

ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ МЕТОДОВ К ЗАДАЧЕ СЕКЦИОНИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ГЛАЗНОГО ДНА

Романенко Татьяна Евгеньевна¹, Семенов Алексей Николаевич²,
Вострикова Ульяна Юрьевна³

¹ Кафедра математической физики, e-mail: romanenko@cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: asemenov@cs.msu.ru

³ Кафедра математической физики, e-mail: vostrikova.u.y@gmail.com

Одним из перспективных методов неинвазивной диагностики патологий сетчатки человека является метод, основанный на секционировании трехмерной структуры глазного дна по стеку изображений, полученных с помощью цифровой конфокальной биомикроскопии [1] в наборе фокальных плоскостей. Каждое из представленных в стеке изображений представляет собой суперпозицию истинного сечения в данной фокальной плоскости и размытых изображений остальных сечений, с наложенными на них абберрациями оптической системы глаза и искажениями светочувствительных сенсоров. Изображение искомого объекта описывается трехмерным уравнением свертки

$$i(x, y, z) = o(x, y, z) * h(x, y, z). \quad (1)$$

Здесь $i(x, y, z)$ - наблюдаемое изображение, $o(x, y, z)$ - искомый объект, а $h(x, y, z)$ - трехмерная функция точечного источника (point spread function, PSF), и задача секционирования трехмерной структуры состоит в восстановлении стека слоев искомого трехмерного объекта $o(x, y, z)$. Ее решение затрудняется как некорректностью обратной задачи (1), так и тем, что параметры функции PSF, учитывающей абберрации оптической системы глаза, для экспериментальных данных известны неточно или неизвестны.

Для решения (1) с известным оператором хорошо себя зарекомендовал спектральный итерационный метод [2], допускающий эффективное распараллеливание как на современных многоядерных CPU, так и GPU [3]. Для решения же задач с неизвестными параметрами оператора перспективным подходом является использование сверточных нейросетей (CNN) [4-6], обученных на экспериментальных или синтетических наборах данных с известными значениями искомого параметра, для их восстановления и использования при решении обратной задачи.

В настоящей работе рассматривается подход, основанный на многократном решении прямой задачи по сгенерированным синтетическим трехмерным моделям для различных PSF и применении CNN, предварительно обученных на полученном синтетическом датасете для восстановления параметров PSF и их дальнейшего использования при решении обратной задачи с помощью методов, описанных в работах [2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Adaptive system for eye-fundus imaging / A. V. Larichev, P. V. Ivanov, N. G. Iroshnikov, V. I. Shmalhauzen, L. J. Otten // Quantum Electronics. 2002. Vol. 32. P. 902-908
- [2] Об одной задаче численного секционирования в офтальмологии / А. В. Разгулин, Н. Г. Ирошников, А. В. Ларичев, С. Д. Павлов, Т. Е. Романенко // Компьютерная оптика, 39(5):777–786, 2015.
- [3] Т. Е. Романенко, А. В. Разгулин. A three-dimensional deconvolution algorithm using graphic processors // Computational Mathematics and Modeling, 30(1):80–90, 2019.
- [4] Deep convolutional neural networks for estimating porous material parameters with ultrasound tomography / T. Lähivaara¹, L. Kärkkäinen, J. M. J. Huttunen, and J. S. Hesthaven // The Journal of the Acoustical Society of America 143, 1148 (2018).
- [5] Fast Point Spread Function Modeling with Deep Learning / J. Herbel, T. Kasprzak, A. Amara, A. Refregier, A. Lucchib // arXiv:1801.07615v2 25 Jul 2018.
- [6] Parameter estimation of breast tumour using dynamic neural network from thermal pattern / E. Saniei, S. Setayeshi, M. E. Akbari, M. Navid // Journal of Advanced Research Volume 7, Issue 6, November 2016, P. 1045-1055.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ОТКЛИКА ЗАДАЧ В СИСТЕМАХ ИНТЕГРИРОВАННОЙ МОДУЛЬНОЙ АВИОНИКИ

Рябченков Владимир Михайлович, Глоница Алевтина Борисовна

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: vultar1500@gmail.com,
alevtina@lvk.cs.msu.su

В настоящее время основной концепцией построения бортовых вычислительных систем воздушных судов является архитектура интегрированной модульной авионики (ИМА). Системы ИМА представляют собой распределённые системы реального времени, состоящие из вычислительных модулей, соединённых коммутируемой сетью с поддержкой виртуальных каналов передачи данных. Рабочая нагрузка на систему ИМА представляет собой набор

периодических задач, сгруппированных в разделы, и набор сообщений, передаваемых между задачами по сети. Задачи из одного раздела выполняются строго на одном процессорном ядре. И для каждого раздела на интервале планирования задан набор окон выполнения. Помимо периода, каждая задача обладает интервалом длительности выполнения и приоритетом. За время одного периода, каждая задача выполняет работу или экземпляр задачи. Конфигурация системы ИМА состоит из рабочей нагрузки, привязки разделов к ядрам а также расписания окон.

Время отклика задачи — это величина равная максимальному по всем работам этой задачи значению времен их завершения относительно начала периода. Наихудшее время отклика задачи (WCRT) — это максимально возможное время отклика задачи на данной конфигурации системы.

В докладе рассматривается проблема оценки WCRT заданной задачи на заданной конфигурации системы. Известно, что уменьшение времени выполнения одной задачи может привести к увеличению времени завершения другой. В докладе рассматриваются аналитические методы, учитывающие подобные аномалии.

Известные методы по нахождению точного значения WCRT имеют экспоненциальную сложность, а большинство аналитических методов, дающих верхние оценки, не учитывают наличие окон разделов или произвольных графов зависимостей по данным. Единственный аналитический метод, учитывающий все вышеперечисленные требования [1], дает оценки, на ряде примеров завышенные по сравнению с точными в несколько раз.

В докладе предложен аналитический метод оценки времени отклика задач в системах ИМА, дающий оценку WCRT сверху. Данный метод основан на модификации алгоритма STBA, предложенного в работах [2, 3]. В отличие от базового алгоритма STBA, разработанный алгоритм дает более точные оценки, а также учитывает наличие окон разделов. Корректность предложенного алгоритма доказана. Экспериментальное исследование показало, что предложенный алгоритм дает более точные оценки, чем алгоритм [1] как на искусственно сгенерированных, так и на реальных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00614).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Response-Time Analysis of Multipath Flows in Hierarchically-Scheduled Time-Partitioned Distributed Real-Time Systems / A. Amurrio, E. Azketa, J. Gutierrez, M. Aldea, M. G. Harbour // IEEE Access. 2020. Т. 8. P. 196700–196711.
- [2] A novel analytical method for worst case response time estimation of distributed embedded systems / J. Kim, H. Oh, J. Choi, H. Ha, S. Ha // Proceedings of the 50th Annual Design Automation Conference. 2013. P. 1–10.

- [3] Choi J., Ha S. Worst-case response time analysis of a synchronous dataflow graph in a multiprocessor system with real-time tasks // ACM Transactions on Design Automation of Electronic Systems (TODAES). 2017. Т. 22, № 2. P. 1–26.

АЛГОРИТМ ОБОГАЩЕНИЯ НАБОРОВ ДАННЫХ МР-ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ СОСТЯЗАТЕЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАРАСТАНИЯ ПАРЕЗА В ПОСЛЕОПЕРАЦИОННОМ ПЕРИОДЕ У ПАЦИЕНТОВ С ГЛИАЛЬНЫМИ ОПУХОЛЯМИ

**Саада Даниель Фирасович¹, Ильюшин Евгений Альбинович²,
Косырькова Александра Вячеславовна³**

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: daniel.saada@mail.ru

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: eugene.ilyushin@gmail.com

³ ФГАУ НМИЦ нейрохирургии им. акад. Н.Н. Бурденко, e-mail: akosyrkova@nsi.ru

Глиальные опухоли (глиомы) чаще всего расположены в лобных (до 40% случаев) и височных (до 29% случаев) долях [1]. Хирургия таким образом расположенных глиом сопряжена с повышенным риском нарастания пирамидной симптоматики в послеоперационном периоде, поэтому прогнозирование вероятности двигательного дефицита является важной задачей. Ранее для решения этой задачи нами была обучена искусственная нейронная сеть (ИНС), которая на тестовой выборке показала следующие результаты: accuracy 82%, ROC AUC 82%, F1-score 83%, sensitivity 87%, specificity 72% [2]. В данной работе рассматриваются методы улучшения качества прогнозирования данной ИНС при помощи обогащения выборки состязательными примерами.

Целью данной работы является разработка и реализация алгоритма обогащения данных при помощи состязательного обучения, а также применение данного алгоритма для улучшения качества распознавания ИНС, способной по предоставленным дооперационным МР-изображениям прогнозировать вероятность развития или нарастания уже имеющегося гемипареза у пациентов с глиальными опухолями головного мозга.

Оригинальный набор данных был предоставлен национальным медицинским исследовательским центром нейрохирургии имени академика Н. Н. Бурденко и представляет из себя сведения о 527 пациентах, включая предоперационные МР-изображения и информацию о нарастании пирамидной симптоматики после операции.

Одной из главных проблем при обучении ИНС для решения данной задачи является малый размер набора данных. В связи с этим, отдельно были изучены и протестированы на нашей задаче различные методы обогащения выборки.

Лучший результат был получен после применения оригинального алгоритма обогащения методом зашумления на основе состязательных примеров.

Суть данного алгоритма заключается в минимизации функции относительно переменной r :

$$\text{loss}(\hat{f}(x+r), l) + c \cdot |r|,$$

где x – исходное изображение, r – накладываемая на изображение маска, l – целевая метка класса для полученного примера, \hat{f} – модель ИНС, c – параметр для контроля расстояния между входным изображением и полученным примером.

Для каждого изображения в исходной обучающей выборке было сгенерировано два состязательных примера. Для первого была использована евклидово расстояние, для второго – расстояние Чебышева. Также был применен алгоритм обрезки для удаления лишних элементов по краям изображения. После обучения ИНС на обогащенном наборе данных качество прогнозирования на тестовой выборке значительно улучшилось: accuracy 91%, ROC AUC 91%, F1-score 92%, sensitivity 94%, specificity 89%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Larjavaara S. et al. Incidence of gliomas by anatomic location //Neuro-oncology. – 2007. – Т. 9. – №. 3. – С. 319-325.
- [2] Первый опыт применения машинного обучения для прогнозирования нарастания пирамидной симптоматики в послеоперационном периоде у пациентов с глиальными опухолями головного мозга / А. В. Косырькова, С. А. Горяйнов, Р. М. Афандиев и др. // Российский нейрохирургический журнал им. проф. Поленова А.Л. — Т. 11. — 2020. — С. 341–342.

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД ГАУССА-ЗЕЙДЕЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ В СМЕШАННЫХ ЭЙЛЕРОВО-ЛАГРАНЖЕВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Саблин Марк Николаевич

Лаборатория разностных методов, e-mail: msam1434@gmail.com

Рассмотрим систему нелинейных разностных операторных уравнений, которые аппроксимируют систему уравнений газовой динамики в области $\Omega \in \mathbb{R}^3$ в смешанных эйлерово-лагранжевых переменных для политропного идеального

газа в движущейся со скоростью \mathbf{u} системе координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_t = \check{V} \nabla_x \cdot \mathbf{u}, \\ (\rho V)_t + \check{V} \tilde{\nabla}_x \cdot (\rho^{0.5} \mathbf{w}^{0.5}) = 0, \quad \mathbf{w}^{0.5} = \mathbf{v}^{0.5} - \mathbf{u}, \\ (\rho V \mathbf{v})_t + \check{V} \left\{ \nabla_x g + \tilde{\nabla}_x \cdot (\rho^{0.5} \mathbf{w}^{0.5} \mathbf{v}^{0.5}) \right\} = 0, \\ (\rho V \varepsilon)_t + \check{V} \left\{ g \nabla_x \mathbf{v}^{0.5} + \tilde{\nabla}_x \cdot (\rho^{0.5} \mathbf{w}^{0.5} \varepsilon^{0.5}) \right\} = 0, \\ g = p^{0.5} - \nu \nabla_x \cdot \mathbf{v}^{0.5}, p^{0.5} = R \rho^{0.5} T^{0.5}, \varepsilon^{0.5} = c_v T^{0.5}, c_v \equiv const. \end{array} \right.$$

Аргументы и значения разностных дифференциальных операторов заданы в узлах симплицальной сетки (см. [1]). Вес 0.5 далее будем опускать. Исключим из уравнений узловой объем V и включим в них сеточные аналоги краевых условий. В результате получим неявную разностную схему и запишем ее в виде одного нелинейного сеточного операторного уравнения:

$$F(\bar{y}) = 0, \quad \bar{y} = (\rho, \mathbf{v}, T). \quad (1)$$

Предположим, что на каждом шаге по времени в окрестности $S(\bar{y})$ решения с предыдущего временного слоя \check{y} функция F имеет производную по Фреше F' и эта производная представима в виде

$$F' = E + A + B : E = E^* > 0, \exists m, \gamma > 0 : E + A \geq mI, \left\| (E + A)^{-1} B \right\| \leq \gamma < 1.$$

В этом случае (см. [2]) систему (1) можно решить с помощью обобщенного итерационного метода Гаусса-Зейделя:

$$\left\{ \begin{array}{l} G(\bar{y}_1^{k+1}, \bar{y}_2^k) = 0, \\ \bar{y}_1^{k+1} = \bar{y}_2^{k+1}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Здесь $G(\bar{y}_1, \bar{y}_2) : G(\bar{y}, \bar{y}) = F(\bar{y}), \partial_1 G = E + A, \partial_2 G = B$.

На каждой k -итерации первое уравнение системы (2) будем решать неявным двухслойным итерационным методом после симметризации – эквивалентного преобразования исходного уравнения с помощью невырожденного линейного оператора $(E + A^*) E^{-1}$:

$$\begin{aligned} G(\bar{y}_1^{k+1}, \bar{y}_2^k) = 0 &\Leftrightarrow \{(E + A^*) E^{-1}(\bar{y}_1^k, \bar{y}_2^k)\} G(\bar{y}_1^{k+1}, \bar{y}_2^k) = 0 \\ \Downarrow \\ D(\bar{y}^{l+1} - \bar{y}^l) / \zeta + \{(E + A^*) E^{-1}(\bar{y}_1^k, \bar{y}_2^k)\} G(\bar{y}_1^l, \bar{y}_2^k) &= 0. \end{aligned}$$

Потребуем, чтобы самосопряженный оператор $E + A + A^*$ был неотрицательным. Тогда оператор D можно определить по формуле

$$D = \frac{9}{8} E + \tilde{D},$$

где \tilde{D} – блочно-диагональный самосопряженный неотрицательный оператор такой, что

$$A + A^* + A^* E^{-1} A \leq E + 2\tilde{D}.$$

Оптимальный итерационный параметр ζ для такого D равен единице.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Арделян Н.В., Саблин М.Н. Операторная сеточная аппроксимация задач двумерной газовой динамики в подвижных координатах на нерегулярной треугольной сетке// Прикл. мат. и инф. 2002. № 11. С. 5–37.
- [2] Арделян Н.В., Космачевский К.В., Черниговский С.В. Вопросы построения и исследования полностью консервативных разностных схем магнитной газодинамики, М.: Изд-во МГУ, 1987.

ВЛИЯНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ АСИММЕТРИИ НА РЕШЕНИЯ ИГР

Савченко Максим Алексеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: pdunan@gmail.com

Рассмотрим модель планирования заданий. В вычислительном центре работают m сотрудников, каждому из которых поручено произвести собственное вычисление. В их распоряжении находятся n компьютеров, на каждом из которых могут быть запущены программы одного или нескольких из них. Машины отличаются архитектурными особенностями, что задаётся матрицей констант $t_i^a \geq 0$, обозначающих время выполнения программы сотрудника $a = \overline{1, m}$ на компьютере $i = \overline{1, n}$. Каждое вычисление может производиться только одним устройством. Несколько программ на одном компьютере выполняются последовательно, но результаты их работы выводятся одновременно после остановки последней из них. Платёж каждого игрока определяется по времени завершения его вычисления посредством индивидуальной функции оплаты за срочность $v^a(t)$. Традиционно рассматриваются только монотонно неубывающие (чем раньше, тем лучше) функции, однако здесь это ограничение снимается для иллюстрации свойства чувствительности игры к дополнительной информационной асимметрии.

Дополнительная информационная асимметрия может возникнуть в процессе решения игр с тремя и более участниками, неравноправными в возможности наблюдать любые случайные процессы, никак не связанные с определением выигрышей. Можно показать, что в модели планирования заданий при отказе от монотонного неубывания $v^a(t)$ дополнительная информационная асимметрия может приводить к появлению существенно новых точек равновесия по Нэшу, поощряющих использование общего тайного знания. Кроме того, можно сформулировать вполне разумный критерий коллективной рациональности, которому удовлетворяют некоторые из новых решений, и не удовлетворяет ни одно из старых. Учитывая то, насколько редко встречаются в реальном мире группы людей с абсолютно равным доступом к любой информации, вряд ли можно считать всеобъемлющим анализ любого многостороннего конфликта

без его проверки на чувствительность к дополнительной информационной асимметрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Robert J. Aumann. Subjectivity and correlation in randomized strategies // Journal of Mathematical Economics. 1974. V. 1. N. 1. P. 67–96.
- [2] Савченко М.А. Нормативная теория заговоров // МТИП. 2020. № 12:1. С. 33–59.

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД В УПРАВЛЕНИИ ИЗДЕРЖКАМИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ КЛИЕНТОВ

Самойлова Ирина Александровна

МГТУ им. Н. Э. Баумана, НИУ ВШЭ, e-mail: irinas@bmstu.ru

Многие отрасли современной информационной экономики имеют «тесную» олигополистическую структуру, поддержанию которой способствуют не только специфическая структура затрат, но и сетевой эффект и издержки переключения клиентов между поставщиками [1]. Сетевой эффект укрепляет тенденцию сохранения рыночных долей существующих и блокирование входа новых компаний без специальных действий со стороны уже работающих [2]. Структура равновесия на таком рынке зависит от ожиданий потребителей. Издержки переключения, возникающие у потребителей при смене поставщика, представляют собой механизм удержания, работающий в том числе при отсутствии дифференциации в продуктовых предложениях поставщиков.

Для моделирования ценовой конкуренции по Бертрону для рынка дуополии, учитывающей совместное влияние сетевого эффекта и издержек переключения, воспользуемся базовыми положениями адресной модели Хотеллинга [3, 4].

Представляет интерес рассмотрение 2 случаев структуры издержек переключения — линейно изменяющихся от близости индивидуальных предпочтений к предложениям поставщиков и постоянных для потребителей, но отличающихся для разных поставщиков. Такое разграничение тесно связано с вопросами сегментации клиентских баз полностью покрытого рынка. На таком рынке происходит постоянное перераспределение клиентов между поставщиками с учетом ценовой конкуренции и вышеупомянутых эффектов.

Показано, что структура равновесия будет определяться относительными значениями сетевого эффекта и издержек переключения. Для случая внутреннего равновесия, если издержки переключения довольно высоки и/или сетевой эффект выражен не очень сильно, рыночное лидерство одной из компаний будет сохраняться. С точки зрения повышения доходности, для поставщиков существует прямой эффект от увеличения издержек переключения. Присутствует также и непрямой эффект, связанный с динамикой рыночных долей.

Рост издержек переключения однозначно выгоден для компании с меньшей рыночной долей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Антипина О. Н. Сетевые отрасли информационной экономики: особенности, отражение в теории и подходы к ценообразованию // Журнал экономической теории. 2009. № 1. С. 88-104
- [2] Скрипин К. Г. Экономика информационных продуктов и услуг: Учебник. - М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова. 2019. 192 с.
- [3] Shy O. The economics of network industries // Cambridge University Press. Cambridge. 2001. 315 p.
- [4] Suleymanova I., Wey C. Bertrand competition in markets with network effects and switching costs // DICE Discussion Paper, No. 30, Düsseldorf Institute for Competition Economics (DICE), Düsseldorf. 2011

ВОССТАНОВЛЕНИЕ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Самсонов Сергей Петрович

ВМК МГУ, кафедра оптимального управления, e-mail: samsonov@cs.msu.su

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления (см. [1]). Доклад посвящен алгоритму восстановления множества достижимости линейной управляемой системы с заданной точностью. По заданной точности удается восстановить множество достижимости для линейных задач оптимального управления. При этом учитываются вычислительные погрешности решения всех вспомогательных задач. На основе этого удастся построить ряд численных методов для линейных задач оптимального управления, гарантирующих конечную заданную точность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Самсонов С.П. Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления, 2009, вып. 4, стр.156–158.

О СВОЙСТВАХ МУЛЬТИАФФИННЫХ ПРЕДИКАТОВ НА КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВАХ

Селезнева Светлана Николаевна

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru

В работе рассматриваются свойства мультиаффинных предикатов на конечном множестве. Пусть R_k обозначает множество всех предикатов на k -

элементном множестве E_k . Предикат $g \in R_k$ назовем *мультиаффинным*, если найдется такая коммутативная группа $G = (E_k; +, -)$, что предикат g инвариантен относительно функции $f_G(x, y, z) = x - y + z$. При этом говорим, что предикат g — мультиаффинный относительно группы G . Изучение мультиаффинных предикатов обусловлено, например, тем, что задача обобщенной выполнимости для конечного множества предикатов, содержащего только мультиаффинные предикаты (относительно некоторой группы G), может быть решена с полиномиальной сложностью (см. [1, 2]). В [3, 4] показано, что если предикат задан полиномом относительно операций некоторого поля на множестве E_k , то с полиномиальной сложностью (относительно числа переменных и числа слагаемых полинома) можно проверить, является ли этот предикат мультиаффинным относительно аддитивной группы этого поля.

Мы рассматриваем представление предикатов из R_k обобщенными дизъюнктивными нормальными формами (ДНФ) относительно определенного линейного порядка на множестве E_k . Это представление обобщает дизъюнктивные нормальные формы предикатов на двухэлементном множестве. В работе установлено, что любой мультиаффинный предикат относительно группы сложения по модулю степени простого числа, который существенно зависит от каждой из своих переменных, можно записать только совершенной ДНФ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00200-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schaefer T. Complexity of satisfiability problems // Proc. of the 10th ACM Symposium on Theory of Computing. 1978. P.216–226.
- [2] Jeavons P., Coher D., Gyssens M. Closure properties of constraints // Journal of the ACM. 1997. V.44. P.527–548.
- [3] Горшков С. П. О сложности распознавания мультиаффинности, биюнктивности, слабой положительности и слабой отрицательности // Обзор промышленной и прикладной математики. Серия: Дискретная математика. 1997. Т. 4, вып. 2. С. 216–237.
- [4] Селезнева С. Н. О мультиаффинных многочленах над конечным полем // Дискретная математика. 2020. Т. 32, вып. 3. С. 85–97.

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФИНАНСОВОГО РЫНКА С ДЕТЕРМИНИСТСКОЙ ДИНАМИКОЙ ЦЕН

Смирнов Сергей Николаевич¹, Андреев Николай Анатольевич²

¹ Кафедра системного анализа факультета ВМК МГУ, e-mail: s.n.smirnov@cs.msu.ru

² Лаборатория по финансовой инженерии и риск-менеджменту НИУ ВШЭ, e-mail: nandreev@hse.ru

Доклад посвящен программной реализации задачи управления портфелем в рамках гарантированного подхода, предложенного С. Н. Смирновым в статье [1]. Численное решение задачи, рассмотренное в [2, 3], сводится к решению уравнения Беллмана–Айзекса с помощью двухэтапной оптимизации, первый шаг которой заключается в поиске вогнутой оболочки функции на компакте. Данная задача сведена к задаче нахождения выпуклой оболочки конечного множества точек, в реализации использовался алгоритм qhull. Алгоритмы реализованы на языке Python и позволяют найти оптимальную стоимость портфеля нескольких активов при наличии обусловленных обязательств (или стоимость американского опциона на несколько базовых активов). Комплекс программ имеет объектную структуру, в отдельные классы вынесены выплаты по обусловленному обязательству, торговые ограничения и динамика цен активов, что обеспечивает гибкость в использовании комплекса для конкретной задачи. Для задачи хеджирования характерна липшицевость, но не гладкость функции выплат, что учитывается в программной реализации. Решение задачи динамического программирования является трудоемким, но используемые алгоритмы допускают существенное распараллеливание, поэтому задача может быть адаптирована для массивно-параллельного вычислительного комплекса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смирнов С. Н. Гарантированный детерминистский подход к суперхеджированию: модель рынка, торговые ограничения и уравнения Беллмана–Айзекса // МТИП. 2018. Т. 10, № 4. С. 59–99.
- [2] Smirnov S. N. Guaranteed Deterministic Approach to Superhedging: Sensitivity of Solutions of the Bellman–Isaacs Equations and Numerical Methods // Computational Mathematics and Modeling. 2020. Vol. 31, No 3. P. 384–401.
- [3] Андреев Н. А., Смирнов С. Н. Гарантированный детерминистский подход к суперхеджированию: численный эксперимент // Прикладная математика и информатика. 2020. Т. 65, С. 31–60.

УПРАВЛЕНИЕ ДОСТУПОМ К ВИРТУАЛЬНЫМ ПЛАСТАМ ПРИ ПОМОЩИ VPN-ТУННЕЛЕЙ

Степанов Евгений Павлович¹, Кукушкин Денис Игоревич²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: denis.cucu@yandex.ru

Основной идеей, лежащей в основе развития сетей нового поколения 5G [1], является выделение виртуальных пластов для групп пользователей, различающихся по требованию к качеству сервиса. Под виртуальным пластом понимается виртуальная сеть, в которой обеспечивается заданное качество сервиса. Примером системы, позволяющей использовать, создавать и управлять виртуальными пластами является Slicer [2]. На текущий момент в проекте Slicer невозможно предоставить доступ к использованию виртуальных пластов пользователям, трафик от которых невозможно различать на входных точках в сеть. Трафик, поступающий на входную точку, классифицируется по виртуальным пластам согласно заданными VLAN, IP/mask и/или MAC. Примером могут послужить пользователи, желающие подключиться к сети удаленно из дома. Мы предлагаем решение этой проблемы, основанное на использовании VPN-туннелях.

Мы провели обзор протоколов, позволяющих создавать VPN-туннели, по следующим критериям:

- средняя скорость соединения через VPN-туннель;
- простота аудита (измерялась в количестве строк кода в реализации протокола);
- простота установки и настройки;
- поддержка приватности.

По результатам обзора был выбран WireGuard, так как он до четырех раз быстрее OpenVPN [3], его реализация содержит на два порядка меньше строк, что упрощает аудит и наконец этот протокол встроен в ядро Linux, что позволит упростить разработку системы.

Предлагаемый подход к управлению доступом к виртуальным пластам будет заключаться в следующем: пользователь запрашивает VPN-сертификат для доступа к определенному виртуальному пластику через графический интерфейс Slicer, затем пользователь, используя клиент WireGuard, а также выданный VPN-сертификат, создает VPN-туннель до шлюза - выделенного устройства, поддерживающего протокол WireGuard, в сети, подконтрольной Slicer. Трафик, приходящий от пользователя через VPN-туннель на шлюз, будет помечаться и перенаправляться в ПКС-сеть.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-01112).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S. Zhang, An overview of network slicing for 5g // IEEE WirelessCommunications. 2019. vol. 26, no. 3, pp. 111–117.
- [2] S. Marina, S. Evgeniy, K. Denis и E. Egor, Slicer: A network hypervisor with an automatic mapping of virtual network topology // 2020 International Scientific and Technical Conference Modern Computer Network Technologies (MoNeTeC). Moscow, Russia, 2020. pp. 1-10.
- [3] Donenfeld, J.A., WireGuard: Next Generation Kernel Network Tunnel // NDSS. 2017.

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ И МЕТОДЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Терновский Владимир Владимирович¹, Хапаева Татьяна Михайловна²,
Ильютко Виктор Петрович³

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: vladimir.ternovskii@me.com

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: tmhapa@yahoo.com

³ Кафедра вычислительных методов, e-mail: ilyutko@cs.msu.ru

В задачах математической физики часто возникает необходимость определения коэффициентов дифференциального уравнения, например, в задаче управления маятником переменной длины за возможно минимальное время.

Рассмотрим краевую задачу для дифференциального оператора второго порядка

$$x'' + \omega(t)x = 0,$$

с заданными краевыми условиями. Задача состоит в том, чтобы определить функцию $\omega(t)$, в предположении $|\omega(t)| \leq const$, при этом время интегрирования считается минимальным. Заметим, что гладкость функции $\omega(t)$ не предполагается.

Так как задача вариационная (задача быстрогодействия) и обратная, то она может быть неустойчива. Поэтому применяются специфические методы решения некорректных обратных задач [1]. Сложность интерпретации численного результата связана с неустраняемыми ошибками разностных методов. Однако в данной задаче удается найти аналитическое решение при симметричных граничных условиях и сравнить его с численным решением. Доказана лемма, что такое решение ($\omega(t) = const$) — единственно при условии минимального времени.

Так как время является функционалом, формулируется задача с ограничениями типа равенств и неравенств, и прямой метод минимизации приводит к оптимальному решению [2]. Заметим, что методы высокого порядка не применяются, так как искомые функции — вообще говоря, разрывные, или конечной

гладкости. Для корректности численного результата проводится регуляризация задачи по Тихонову.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М. : Наука, 1979. 283 с.
- [2] Терновский В. В., Хапаев М. М., Хапаева Т. М. Применение вариационного метода для решения обратных задач оптимального управления // Доклады Академии наук. 2018. Т. 483, № 4. С. 21–23.

АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНОГО ОБОБЩЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СМОЛУХОВСКОГО НА МАЛОМЕРНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ

Тимохин Иван Владиславович, Матвеев Сергей Александрович,
Тыртышников Евгений Евгеньевич¹, Смирнов Александр Павлович²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: timokhin.iv@gmail.com, matseralex@gmail.com, eugene.tyrtysnikov@gmail.com

² Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sap@cs.msu.ru

Рассматривается пространственно-неоднородная одномерная модель коагуляции с переносом

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + v_k \frac{\partial f_k}{\partial x} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} C_{ij} f_i f_j - f_k \sum_{i=1}^N C_{kj} f_j, \\ x \in [0, +\infty), \quad t \in [0, +\infty), \quad k = \overline{1, N} \quad (1)$$

Здесь $f_k(x, t)$ обозначает концентрацию частиц массой k в точке x в момент времени t .

Для описания решения (1) на отрезке $[0, L]$ на сетке из M точек требуется $O(NM)$ параметров в каждый момент времени; сложность вычисления правой части, а значит и каждого шага при интегрировании по времени, составляет $O(NM \log N)$ [2]. Нашей целью является получение более компактного представления решения, и, в связи с ним, более эффективного алгоритма вычисления правой части (1).

Для этой цели воспользуемся идеями метода POD [1] и будем искать для каждого t маломерное пространство, в котором лежат векторы $f_k(x, t)$ для всех x ; в сеточном случае это эквивалентно скелетному разложению матрицы $f_{jk}^n = f_k(x_j, t_n)$:

$$f_{jk}^n = \sum_{\alpha=1}^{R_n} u_{j\alpha}^n v_{k\alpha}^n. \quad (2)$$

Наличие такого разложения позволяет не только сократить расходы по памяти с $O(MN)$ до $O((M+N)R)$, но и сократить время вычисления правой части с $O(MN \log N)$ до $O(R^2 N \log N)$, что может оказаться существенно быстрее при больших M и малых R .

В тестовой задаче для решения (1) получены разложения с рангами от 10 до 30, позволяющие ускорить решение задачи до 30 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Pinnau. R. Model Reduction via Proper Orthogonal Decomposition. В Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications под редакцией Schilders W. H. A., van der Vorst H. A., и Rommes J. Серия Mathematics in Industry, Т. 13. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [2] Эффективный метод численного решения математической модели переноса коагулирующих чатсиц / Загидуллин Р. Р., Смирнов А. П., Матвеев С. А., Тыртышников Е. Е. // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2017. № 4. С. 28–34.

О НЕКОТОРЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ

Тихонов Иван Владимирович¹, Ву Нгуен Шон Тунг²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: ivtikh@mail.ru

² VNU University of Science, Vietnam National University, Hanoi, e-mail: vnsontung@mail.ru

Рассматриваем в пространстве $L^1(\Omega \times V)$ нелокальную по времени задачу для трёхмерного уравнения переноса нейтронов:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \operatorname{grad}_x u + \sigma_a(x, v)u = \int_V k(x, v, v') u(x, v', t) dv',$$

$$u|_{\Gamma^{(-)}} = 0, \quad \int_0^T u(x, v, t) d\mu(t) = \psi(x, v),$$

с неизвестной функцией $u = u(x, v, t)$. Здесь $x \in \Omega$, $v \in V$, где Ω – ограниченная выпуклая область в \mathbb{R}_x^3 , а $V \equiv \{v \in \mathbb{R}_v^3 : 0 < \nu_{\min} \leq |v| \leq \nu_{\max} < \infty\}$ – шаровой слой в \mathbb{R}_v^3 с фиксированными значениями $\nu_{\min} > 0$, $\nu_{\max} > 0$. Обозначаем через $\Gamma^{(-)}$ множество таких (x, v) , что $x \in \Gamma \equiv \partial\Omega$, а вектор $v \in V$, приложенный к точке x , направлен внутрь области Ω . Пара $\langle \sigma_a, k \rangle$ предполагается *регулярной* (см. [1, с. 259]), т. е.

- 1) функция $\sigma_a(x, v) \geq 0$ принадлежит $L^\infty(\Omega \times V)$;
- 2) функция $k(x, v, v') \geq 0$ измерима на $\Omega \times V \times V$, $k(x, \cdot, v') \in L^1(V)$ при всех $(x, v') \in \Omega \times V$, и $\sigma_p(x, v) \equiv \int_V k(x, v', v) dv'$ принадлежит $L^\infty(\Omega \times V)$.

Задача поставлена на отрезке $0 \leq t \leq T$. Функция $\mu \in BV[0, T]$ определяет конечную меру $d\mu(t) \neq 0$. Функцию $\psi(x, v)$ считаем заданной. Таким образом, надо восстановить неизвестное решение $u = u(x, v, t)$ без знания начального условия – по заданному временному усреднению.

Основные сведения об уравнении переноса нейтронов см. в [1, 2]. Настоящая работа продолжает исследования, начатые в [3, 4]. На основе абстрактной теории, разработанной ранее в [5–7], будут представлены новые результаты для подобных нелокальных задач, связанных с уравнением переноса.

This research is funded by the VNU University of Science, Vietnam National University, Hanoi, under project number TN.20.01.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 3. Теория рассеяния. М.: Мир, 1982. 443 с.
- [2] Капер Н. Г., Lekkerkerker С. Г., Hejtmanek J. Spectral methods in linear transport theory. Basel: Birkhäuser, 1982. 345 p.
- [3] Тихонов И. В., Ву Нгуен Шон Тунг. Формулы явного решения в модельной нелокальной задаче для уравнения простого переноса // Матем. заметки СВФУ. 2017. Т. 24, № 1. С. 57–73.
- [4] Ву Нгуен Шон Тунг. Разрешимость модельной нелокальной задачи для общего уравнения переноса нейтронов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2018. № 1. С. 69–81.
- [5] Тихонов И. В. О разрешимости задачи с нелокальным интегральным условием для дифференциального уравнения в банаховом пространстве // Дифференц. уравнения. 1998. Т. 34, № 6. С. 841–843.
- [6] Тихонов И. В. Теоремы единственности в линейных нелокальных задачах для абстрактных дифференциальных уравнений // Известия РАН. Сер. матем. 2003. Т. 67, № 2. С. 133–166.
- [7] Тихонов И. В., Ву Нгуен Шон Тунг. Разрешимость нелокальной задачи для эволюционного уравнения с суперустойчивой полугруппой // Дифференц. уравнения. 2020. Т.56, № 4. С. 490–510.

ПОСТРОЕНИЕ РАЗРЫВНОГО КУСОЧНО-АФФИННОГО СИНТЕЗА В ЗАДАЧЕ ЦЕЛЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ

Точилин Павел Александрович¹, Чистяков Иван Александрович²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

² Кафедра системного анализа, e-mail: chistyakov.ivan@yahoo.com

В компактном множестве $\Omega \subset \mathbb{R}^{n_x}$ рассматривается нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f(t, x) + g(t, x)u, \quad t \in [t_0, t_1], \quad x \in \Omega. \quad (1)$$

где вектор-функция $f(t, x) \in \mathbb{R}^{n_x}$ дважды непрерывно дифференцируема по $x \in \Omega$, матричнозначная функция $g(t, x) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ — непрерывно дифференцируема по $x \in \Omega$, обе функции непрерывны по $t \in [t_0, t_1]$. Начальный и конечный моменты времени t_0, t_1 фиксированы. На управление u наложено поточечное ограничение $u = u(t, x) \in P$, где $P \subset \mathbb{R}^{n_u}$ — выпуклое, компактное множество.

Требуется построить управление в позиционной форме, которое переводит траекторию системы (1) из заданной позиции $(\tau, x(\tau))$, $\tau \in [t_0, t_1]$, в целевое множество \mathcal{X}_1 . Если попасть во множество \mathcal{X}_1 нельзя, то необходимо достичь как можно меньшей его окрестности.

Предложенный подход заключается в построении кусочно-аффинной аппроксимации исходной системы (1) на заданном разбиении области Ω на симплексы $\Omega^{(i)}$. Далее для полученной системы с переключениями при помощи принципа сравнения [1] строится кусочно-аффинная функция цены. Этот подход уже был исследован, например, в работах [2–4]. При этом рассматривается обобщение метода на случай функций цены и управлений, которые могут иметь разрывы на границах симплексов $\Omega^{(i)}$. Для этого используется понятие достижимости одного симплекса из другого, соседнего. Однако в предыдущих работах [3–4] понятие достижимости симплексов было равномерным по допустимым управлениям и не учитывало конкретные управляющие стратегии, которые применялись при построении внутренней оценки множества разрешимости. Использование этой информации позволяет более тщательно исследовать достижимость соседних симплексов.

Основными результатами работы являются численный метод для нахождения параметров указанной кусочно-аффинной функции цены, формула для синтез-управления, а также оценка погрешности полученной аппроксимации множества разрешимости. Результаты подтверждены численными расчётами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куржанский А. Б. Принцип сравнения для уравнений типа Гамильтона–Якоби в теории управления // Труды института математики и механики УрО РАН. 2006. Т. 12, № 1. С. 173–183.
- [2] Чистяков И. А., Точилин П. А. Применение кусочно-квадратичных функций цены для приближённого решения нелинейной задачи целевого управления // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56, № 11. С. 1545–1554.
- [3] Tochilin P. A. Piecewise affine feedback control for approximate solution of the target control problem // Preprints of the 21th IFAC World Congress. 2020. P. 6205–6210.
- [4] Точилин П. А. О построении кусочно-аффинной функции цены в задаче оптимального управления на бесконечном отрезке времени // Труды института математики и механики УрО РАН. 2020. Т. 26, № 1. С. 223–238.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В ФИЛЬТРАХ С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ ОТЛОЖЕНИЙ

Трощев Юрий Витальевич

Кафедра вычислительных методов, лаборатория математического моделирования в физике, e-mail: yuvt@cs.msu.ru

В работе [1] построена математическая модель роста отложений в мембранном фильтре, а также предложена конструкция фильтра, при которой все мембраны загрязняются одинаково (без учета отложений). Мембранные фильтры используются для фильтрации макрочастиц, микрочастиц, наночастиц и молекул. Учет роста отложений важен, так как даже при небольшой скорости роста слоя отверстие величиной в 1 мкм или 1 нм может зарости за несколько часов. Равномерное загрязнение фильтра важно, так как иначе работают только первые несколько мембран, но остальные мембраны убрать нельзя, чтобы не ухудшить качество фильтрации. Для того, чтобы мембраны загрязнялись одинаково, надо, чтобы вероятность задержания частицы k -й мембраной была равна (см. [1])

$$q'_k = \frac{q'_1}{1 - (k-1)q'_1}, k = 2, 3, \dots, n_z - 1. \quad (1)$$

Что касается роста отложений, радиус отверстия изменяется в соответствии с дифференциально-алгебраическими уравнениями:

$$\begin{cases} dR/dt = -k_R c_1^n (R(t)), R(0) = R_0, \\ K c_1^n = c_0 v_0 \frac{D(c_0 - c_1)}{K R c_1^n} \left(2 - \frac{D(c_0 - c_1)}{K R c_1^n} \right), v_0 = k_v p'. \end{cases} \quad (2)$$

Вероятность, что отверстие сработает как фильтрующее определяется формулой

$$1 - \exp \left(\int_0^{t_1} F(R(t)) N(q(R(t)) - 1) dt \right), \quad (3)$$

где $F = k_v p' \pi R^2 / 2$, $R(t_1) = 0$,

$$q(R) = 1 - \sqrt{1 - (2R/l)^2}. \quad (4)$$

С помощью выражений (2), (3), (4) можно определять, имеет ли смысл увеличивать скорость течения жидкости. Выражение (1) при учете роста отложений надо скорректировать так, чтобы оно приблизительно выполнялось при некотором $t \in (0, t_1)$, а необходимая чистота фильтрации была при $t = 0$.

В некоторых случаях зависимость радиуса от времени получается практически прямой линией. Но при других значениях параметров нелинейность проявляется (Рис. 1).

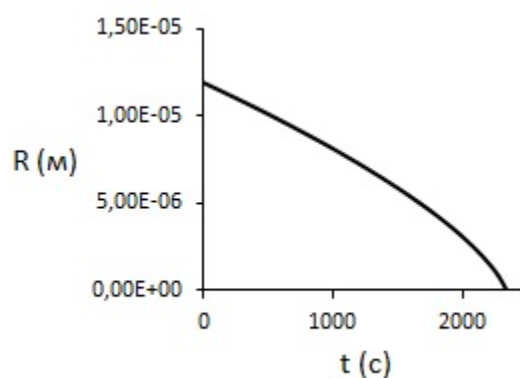


Рис. 1: Пример зависимости радиуса от времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Troshchiev Yu. V. Mathematical Modeling of Sediments in the Filter and Improvement of the Filter Construction // Cornell University, USA, arxiv:2103.09492v2.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ДОМАШНИХ ХОЗЯЙСТВ

Трусов Николай Всеволодович¹, Шананин Александр Алексеевич²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: trunick.10.96@gmail.com

² Кафедра системного анализа, e-mail: alexshan@yandex.ru

Потребительские кредиты играют большую роль в российской экономике. В условиях низких реальных доходов основной части населения потребительский кредит стимулировал экономическую активность населения, поддерживал платёжеспособный спрос домашних хозяйств и оказывал положительное влияние на темпы роста ВВП. Пандемия COVID-19 обострила проблему устойчивости рынка потребительского кредита в России.

Моделирование экономического поведения домашних хозяйств основывается на модификации модели рамсеевского типа [1]-[3]. Экономическое поведение домашних хозяйств описывается с помощью стохастической задачи оптимального управления рамсеевского типа. На основе концепции игр среднего поля построена модель, формализованная в виде системы уравнений Гамильтона–Якоби–Беллмана и Колмогорова–Фоккера–Планка. Исследована задача оптимального управления, моделирующая экономическое поведение репрезентативного домашнего хозяйства. Доказана теорема о существовании решения, получены необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина–Кларка и построен синтез оптимального управления. Модель идентифицирована по данным российской статистики. С её помощью проанализирована проблема потребительского кредитования в России и

влияния на экономическое положение домашних хозяйств пандемии COVID-19, обострившая проблему устойчивости рынка потребительского кредита. Представлены эффективные стратегии по сокращению объема проблемных потребительских кредитов, связанные со снижением ключевой ставки ЦБ РФ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-07-00285).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Рудева А. В., Шананин А. А. Синтез управления в модифицированной модели Рамсея с учетом ограничения ликвидности // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45, № 12. С. 1799–1803.
- [2] Гималтдинов И. Ф. Исследование спроса на потребительские кредиты и наличные деньги // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 2. С. 84–98.
- [3] Тарасенко М.В., Трусов Н.В., Шананин А.А. Математическое моделирование экономического положения домашних хозяйств в России // ЖВМ и МФ. 2021. Т. 61. № 6.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ИЗВЛЕЧЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ ИМЕНОВАННЫХ СУЩНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕБОЛЬШОГО ЧИСЛА ОБУЧАЮЩИХ ПРИМЕРОВ

Турдаков Денис Юрьевич, Трифонов Владислав Дмитриевич¹, Майоров Владимир Дмитриевич²

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: turdakov@ispras.ru, tvd679@gmail.com

² Институт системного программирования, e-mail: vmayorov@ispras.ru

Согласно определению, данному на конференции MUC-6[†], распознавание и классификация именованных сущностей состоит в выделении в неструктурированном тексте терминов, являющихся названиями объектов (например, организаций или локаций), дат и количественных величин (например, денежных или процентных), и их классификации по типам заданной онтологии. Например, в следующем предложении представлено 3 сущности:

[28 июня 1919 года | *дата*] [Германия | *организация*] была вынуждена подписать [Версальский договор | *прочее*] с антигерманской коалицией.

В данной работе рассматривается задача построения модели извлечения и классификации именованных сущностей при наличии k размеченных примеров для каждого из требуемых типов, при этом $1 \leq k \leq 10$. Традиционные подходы, основанные на дообучении предтренированной нейросетевой модели

[†]https://cs.nyu.edu/faculty/grishman/NETask20.book_2.html

на достаточно больших размеченных текстовых корпусах [1, 2], показывают низкое качество при наличии лишь k примеров. Поэтому при такой постановке используют специальные методы машинного обучения, основанные на метрических подходах [3] или прототипирующих сетях [4].

Существующие подходы к извлечению и классификации именованных сущностей основываются на разметке последовательности. Каждое слово предложения классифицируется на предмет вхождения в сущность некоторого типа. При таком подходе одновременно решаются две задачи: извлечение терминов и их классификация. При наличии лишь k примеров генерализовать такой подход моделью машинного обучения может быть затруднительно.

В представленной работе предлагается декомпозировать поставленную задачу на два независимых последовательных этапа. Сначала с помощью именных групп, полученных с помощью синтаксического дерева зависимостей, предлагается извлекать словосочетания-кандидаты в именованные сущности. Затем с помощью метрических подходов или прототипирующих сетей производится классификация кандидата — является ли выделенное словосочетание именованной сущностью определенного типа или нет.

Предложенный подход позволил существенно повысить качество решения поставленной задачи при наличии $k = 5$ размеченных примеров на англоязычных текстовых корпусах CoNLL03 и WNUT17.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Devlin J. et al. Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding // arXiv preprint arXiv:1810.04805. 2018.
- [2] Lee J. et al. BioBERT: a pre-trained biomedical language representation model for biomedical text mining // Bioinformatics. 2020. Т. 36, №. 4, С. 1234–1240.
- [3] Yang Y., Katiyar A. Simple and Effective Few-Shot Named Entity Recognition with Structured Nearest Neighbor Learning // arXiv preprint arXiv:2010.02405. 2020.
- [4] Fritzler A., Logacheva V., Kretov M. Few-shot classification in named entity recognition task // Proceedings of the 34th ACM/SIGAPP Symposium on Applied Computing. 2019. С. 993–1000.

Нули функционалов и совпадения многозначных отображений в квазиметрических пространствах

Фоменко Татьяна Николаевна

Кафедра общей математики, e-mail: tnfomenko@cs.msu.ru

Доклад основан на материале статей [1] и [3]. Представлено развитие и распространение предыдущих метрических результатов на случай (b_1, b_2) -квази-

метрических пространств. Доказана теорема о существовании нулей у (α, β) -поискового функционала на открытом подмножестве (b_1, b_2) -квазиметрического пространства. В качестве следствия получена теорема о совпадении двух отображений, обобщающая соответствующий результат [2].

В совместной работе автора и Ю. Н. Захаряна [3] исследована задача о сохранении существования нулей у параметрического семейства многозначных (α, β) -поисковых функционалов на метрическом пространстве. Доказана теорема о сохранении существования нулей такого семейства на открытом подмножестве. Получен ряд следствий о сохранении, при изменении параметра, существования совпадений, общих неподвижных точек, прообразов замкнутого подпространства. В частности, как следствие получен результат А. Гранаса и М. Фригон [4,5] о сохранении существования неподвижных точек при изменении параметра у специальных сжимающих семейств многозначных отображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фоменко Т. Н., Поиск нулей функционалов, неподвижные точки и совпадения отображений в квазиметрических пространствах // Вестник Московского Университета. Серия 1: Математика. Механика. 2019. № 6. С. 14–22.
- [2] Арутюнов А. В., Грешнов А. В. (q_1, q_2) -квазиметрические пространства. Накрывающие отображения и точки совпадения // Изв. РАН. Серия Матем. 2018. Т. 82, № 2. С. 3–32.
- [3] Захарян Ю. Н., Фоменко Т. Н. Сохранение существования нулей у семейства многозначных функционалов и некоторые следствия // Матем. заметки. 2020. Т. 108, № 6. С. 828–841.
- [4] Frigon M. Granas A. Resultats du type de Leray-Schauder pour des contractions multivoques // Topol. Methods Nonlinear Anal. 1994. V.4. P. 197–208.
- [5] Frigon M. On continuation methods for contractive and nonexpansive mappings // Recent Advances on Metric Fixed Point Theory (Sevilla, 1995), Univ. of Sevilla, 1996. P. 19–30.

СРАВНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Фомичев Василий Владимирович¹, Каменщиков Михаил Александрович²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fomichev@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: mkamenshchikov@cs.msu.ru

Рассматривается задача синтеза функциональных фильтров (оптимальных функциональных наблюдателей) второго и третьего порядков, восстанавливающих несмещенную и оптимальную оценку скалярного линейного функционала

от фазового вектора состояния объектов управления со стохастическими возмущениями по измеряемому скалярному выходу. Возмущения в системе представляют некоррелированные между собой в разные моменты времени белые случайные процессы с априорно известными вероятностными характеристиками, некоррелированные с начальным состоянием системы и воздействующие как на объект, так и на канал измерений.

В данной работе в качестве критерия оптимальности и сравнения построенных фильтров второго и третьего порядков выбирается среднеквадратичная ошибка в установившемся режиме. Для вычисления критерия применяется метод интегральных квадратичных оценок качества. При этом скалярный линейный функционал от вектора состояния системы со стохастическими возмущениями выбирается таким образом, что не существует оптимального фильтра первого порядка.

С помощью канонических представлений [1] линейных систем в работе получены аналитические выражения как для передаточных функций фильтров второго и третьего порядков, так и для коэффициентов характеристического полинома фильтров третьего порядка. На численном примере системы со стохастическими возмущениями четвертого порядка построены фильтры второго и третьего порядков и проведено сравнение по среднеквадратичному критерию оптимальности полученных фильтров. Показано, что по сравнению с фильтром второго порядка фильтр третьего порядка может получить преимущество по квадратичному критерию оптимальности в установившемся режиме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-37-90065).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Коровин С. К., Фомичев В. В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. 224 с.

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ КОНСЕНСУСА ДЛЯ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ

Фомичев Василий Владимирович¹, Самарин Алексей Игоревич²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fomichev@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: liotbiu1@gmail.com

Рассматривается стандартная задача консенсуса для линейной мультиагентной системы. Под консенсусом понимается синхронизация состояния агентов.

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_i &= \bar{A}\bar{x}_i + \bar{B}u_i, \\ \bar{y}_i &= \bar{C}\bar{x}_i, \\ \bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t) &\rightarrow 0, \quad \forall i, j\end{aligned}$$

Каждый агент может использовать информацию только о своих соседях.

Ищется оптимальное управление, минимизирующее следующий функционал:

$$\bar{J} = \int_0^{\infty} (\bar{x}^T \bar{Q} \bar{x} + u^T \bar{R} u) dt.$$

Задача консенсуса сводится к задаче стабилизации распределенной системы

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^N B_i u_i, \\ y_i = C_i x, \\ J = \int_0^{\infty} x^T Q x + u^T R u, \end{cases}$$

где агент u_i может использовать информацию только об y_i .

В статье [1] показано, что даже в простейшем случае одномерных агентов оптимальное управление, назначаемое априорно, должно учитывать не только топологию связей агентов, но и начальное положение системы. Использование подобной глобальной информации ограничивает применимость метода. В качестве выхода из этой ситуации авторы предлагают использование адаптивного управления.

В данной работе предложенный подход применяется для более широкого класса агентов. Каждый агент адаптирует свое управление во время работы, не используя информацию ни о начальном состоянии системы, ни о топологии связей между агентами. В качестве метода оптимизации используется обучение с подкреплением. Моделирование подтверждает применимость подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jiao J., Trentelman H. L., Camlibel M. K. Distributed Linear Quadratic Optimal Control: Compute Locally and Act Globally// IEEE Control Systems Letters, vol. 4, no. 1, pp. 67-72, Jan. 2020.

К ВОПРОСУ О СТАБИЛИЗАЦИИ ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ СИСТЕМ С РЕЖИМАМИ РАЗЛИЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОРЯДКОВ

Фурсов Андрей Серафимович¹, Мосолова Юлия Михайловна²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: july2412@mail.ru

В работе рассматривается задача стабилизации скалярных по входу переключаемых интервальных линейных систем, режимы функционирования которых могут иметь различные динамические порядки.

Рассматривается переключаемая интервальная линейная система

$$\dot{x}^{(\sigma)} = [A_\sigma]x^{(\sigma)} + [b_\sigma]u, \quad \sigma \in S(\Omega), \quad Z(\Omega) = \{Z_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j} : (ij) \in \Omega\}, \quad (1)$$

где $\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow I = \{1, \dots, m\}$ — кусочно-постоянная функция (переключающий сигнал) с конечным числом разрывов (переключений) на любом конечном промежутке, I — множество индексов, нумерующих режимы функционирования системы (1); $[A_\sigma] = [A] \circ \sigma$ — композиция отображения $[A] : I \rightarrow \{[A_1], \dots, [A_m]\}$ ($[A_i] \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$) и переключающего сигнала σ , $[b_\sigma] = [b] \circ \sigma$ — аналогичная композиция для отображения $[b] : I \rightarrow \{[b_1], \dots, [b_m]\}$ ($[b_i] \in \mathbb{R}^{n_i}$); пары матриц $([A_i], [b_i])$, $i = 1, \dots, m$, определяют режимы функционирования системы (1); $u \in \mathbb{R}^1$ — управляющий скалярный вход; $\Omega \subseteq I \times I$ — множество, определяющее допустимые переключения между режимами, т. е. если пара индексов (ij) принадлежит множеству Ω , то возможно переключение с j -го на i -й режим функционирования; $S(\Omega)$ — множество допустимых переключающих сигналов σ , т. е. если $\sigma \in S(\Omega)$, то для любой его точки разрыва \tilde{t} такой, что

$$\lim_{t \rightarrow \tilde{t}-0} \sigma(t) = j, \quad \lim_{t \rightarrow \tilde{t}+0} \sigma(t) = i,$$

выполняется условие $(ij) \in \Omega$.

Под i -м режимом функционирования системы (1) понимается динамическая система

$$\dot{x}^{(i)} = [A_i]x^{(i)} + [b_i]u. \quad (2)$$

При этом предполагается, что, в общем случае, режимы имеют различные динамические порядки, определяемые векторами состояния

$$x^{(i)} = (x_{j_1}, \dots, x_{j_{n_i}}) \in \mathbb{R}^{n_i}, \quad j_1 < \dots < j_{n_i}, \quad \{j_1, \dots, j_{n_i}\} \subseteq \{1, \dots, n\},$$

где $n = \max\{j_{n_1}, \dots, j_{n_m}\}$. Таким образом, $\mathbb{R}^{n_i} \subseteq \mathbb{R}^n$ для каждого $i = 1, \dots, m$. Обозначим упорядоченный набор индексов $\{j_1, \dots, j_{n_i}\}$ через Γ_i , а множество $\{1, \dots, n\}$ через Γ . Далее будем обозначать через $\tilde{x}^{(i)}$ вектор из \mathbb{R}^n , все компоненты которого с индексами из множества $\Gamma \setminus \Gamma_i$ равны нулю.

Определение. Решением системы (1) при фиксированных режимах (A_i, b_i) ($A_i \in [A_i]$, $b_i \in [b_i]$, $i = 1, \dots, m$), заданном управлении u , переключающем сигнале $\sigma \in S(\Omega)$ и начальном условии $x^{(\sigma(0))}(0) \in \mathbb{R}^{n_{\sigma(0)}}$ будем называть кусочно-дифференцируемую вектор-функцию $x(t) \in \mathbb{R}^n$, теряющую потерю дифференцируемости и непрерывности разве что в моменты переключения режимов и совпадающую на каждом промежутке активности i -го режима ($i \in I$) с вектор-функцией $\tilde{x}^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^n$.

При замыкании системы (1) регулятором в форме статической обратной связи $u = u(x)$ ($x \in \mathbb{R}^n$), его действие на каждый режим определяется следующими системами

$$\dot{\tilde{x}}^{(i)} = [A_i]x^{(i)} - [b_i]u(\tilde{x}^{(i)}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (3)$$

Постановка задачи стабилизации. Для переключаемой интервальной линейной системы вида (1) требуется построить регулятор в виде $u = -k^T x$ ($x \in \mathbb{R}^n, u(0) = 0$), обеспечивающий для каждого решения $x(t)$ выполнение условия

$$\|x(t)\| \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty.$$

Предлагается решение поставленной задачи основанную на методе расширения динамического порядка [1] и решении систем линейных матричных неравенств [2,3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фурсов А. С. Одновременная стабилизация: теория построения универсального регулятора для семейства динамических объектов // М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2016. 238 с.
- [2] Фурсов А. С., Капалин И. В. Некоторые подходы к стабилизации переключаемых линейных систем с режимами различных динамических порядков // Дифференц. уравнения. 2019. Т. 55, № 12. С. 1693–1700.
- [3] Фурсов А. С., Миняев С. И., Мосолова Ю. М. Синтез цифрового стабилизатора по выходу для переключаемой интервальной линейной системы // Дифференц. уравнения. 2019. Т. 55, № 11. С. 1545–1559.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКСИЧНОСТИ КОММЕНТАРИЕВ В ИНТЕРНЕТ-ДИСКУССИЯХ

Ханджян Антон Аркадьевич, Турдаков Денис Юрьевич

Кафедра системного программирования, e-mail: anton.khand@mail.ru, turdakov@ispras.ru

Общение на публичных площадках в интернете сопряжено с тем, что некоторая часть интернет-сообщества настроена на внесение в дискуссию деструктива путём оставления так называемых токсичных комментариев. Токсичные комментарии — грубые, неуважительные или необоснованные выражения, которые могут заставить кого-то покинуть обсуждение. Перед интернет-платформами встаёт задача выявления таких комментариев для того, чтобы обезопасить добропорядочных пользователей от них.

В докладе рассматривается модель `ruBERT`, обученная в работе [1], которая для русскоязычных комментариев показывала наилучший результат из имеющихся аналогов для задачи бинарной классификации комментариев на токсичные и нетоксичные. Для изучения модели и сравнения были использованы два общедоступных набора данных [2, 3], размеченных по одному и тому же принципу. На наборе [2] производилось обучение в работе [1], на нём же обучались собственные модели, набор [3] использовался для независимой от обучения оценки качества.

Сравнение производилось по F1-мере. В качестве положительного исхода принималась разметка комментария как токсичного.

Для сравнения используются стандартная модель BERT и модель ruBERT, обученные самостоятельно на наборе [2]. Превосходство модели [1] над этими моделями подтвердилось в ходе исследования.

В докладе также описывается использование модификации модели BERT — sBERT [4] для данной задачи и несколько методов предобработки текстов комментариев. Полученная модель обучалась и оценивалась аналогично предыдущим и дала прирост качества обучения по F1-мере на 5% по сравнению с наилучшей из моделей, исследованных ранее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Smetanin S.I. Toxic Comments Detection in Russian // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Proceedings of the International Conference “Dialogue 2020”. 2020.
- [2] Russian Language Toxic Comments [Электронный ресурс] // Kaggle: [сайт]. [2019]. URL: <https://www.kaggle.com/blackmoon/russian-language-toxic-comments> (дата обращения: 15.03.2021).
- [3] Jigsaw Train Multilingual Coments (Google API) [Электронный ресурс] // Kaggle: [сайт]. [2020]. URL: <https://www.kaggle.com/miklgr500/jigsaw-train-multilingual-coments-google-api> (дата обращения: 15.03.2021).
- [4] BERT large model (uncased) for Sentence Embeddings in Russian language. [Электронный ресурс] // Hugging Face: [сайт]. [2020]. URL: https://huggingface.co/sberbank-ai/sbert_large_nlu_ru (дата обращения: 15.03.2021).

БАЛАНСИРОВКА ДАННЫХ ЧЕРЕЗ СЭМПЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО РАСПОЗНАВАНИЯ МИНЕРАЛОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ АНШЛИФОВ

**Хвостиков Александр Владимирович, Крылов Андрей Серджевич¹,
Коршунов Дмитрий Михайлович, Богуславский Михаил
Александрович²**

¹ Кафедра математической физики, факультет ВМК, e-mail: khvostikov@cs.msu.ru, kryl@cs.msu.ru

² Кафедра геологии, геохимии и экономики полезных ископаемых, геологический факультет, e-mail: Dmit0korsh@gmail.com, mikhail@geol.msu.ru

Автоматическая идентификация минералов на изображениях аншлифов очень востребована в геологии полезных ископаемых, так как позволяет значительно сократить время, затрачиваемое на изучение руд, исключить фактор ошибочной диагностики минералов и создать универсальный инструмент для сравнения руд разных месторождений.

В данной работе предлагается метод балансировки данных через многоратное сэмплирование с повторением, существенно повышающий эффективность применения моделей глубокого обучения в задаче автоматической идентификации минералов на изображениях аншлифов. Также в рамках работы был создан полностью размеченный набор данных LumenStone (<https://imaging.cs.msu.ru/en/research/geology/lumenstone>), содержащий изображения аншлифов с минералами из разных рудных ассоциаций. Разработана нейросетевая модель и ПО с графическим интерфейсом для удобного взаимодействия с моделью.

Средняя точность распознавания минералов на тестовой выборке поднабора LumenStone S1 составила 0.892 (Рис. 1).

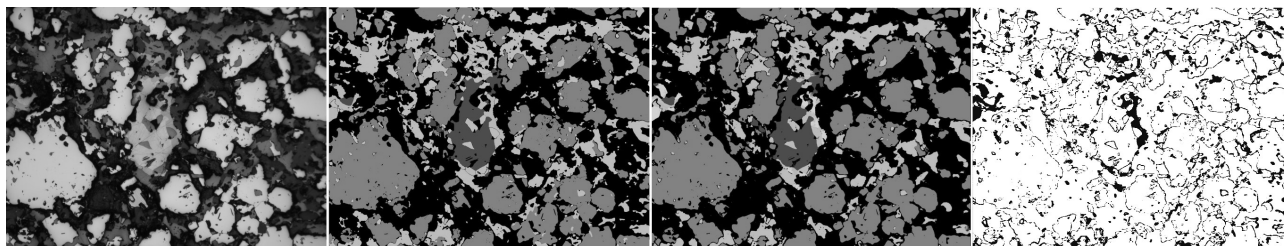


Рис. 1: Слева направо: исходное изображение, экспертная разметка, результат автоматического анализа, карта ошибок.

Исследования выполнены при поддержке фонда содействия инноваций (проект УМНИК 14582ГУ/2019).

МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПОВЕДЕНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВТОРЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОСЕТЕЙ

Царёв Дмитрий Владимирович, Александров Валентин Валерьевич

Кафедра Интеллектуальных Информационных Технологий, e-mail: tsarev@cs.msu.su,
s02190328@gse.cs.msu.ru

Обнаружение внутренних (инсайдерских) вторжений является сложной задачей в силу того, что инсайдеры используют легитимный доступ, поэтому большинство систем информационной безопасности не рассматривают их как угрозу. По отчету Ponemon за 2020 год [1] стоимость ущерба от инсайдерских угроз составляет 11,45 миллионов долларов в среднем за атаку, и это число стремительно растет каждый год.

В рамках данной работы решается задача раннего обнаружения инсайдерского поведения, в которой проводится классификация пользователей на основе их поведенческих признаков. Поведенческие признаки включают в себя как структурированную информацию о действиях пользователя, так и

неструктурированную текстовую информацию, с которой работал пользователь (содержимое писем электронной почты и текстовых документов)

На основе анализа актуальных работ, показывающих наилучшие результаты, была выбрана гибридная архитектура нейронной сети LSTM+CNN [2]. Она комбинирует рекуррентную и свёрточную архитектуры для моделирования пользовательского поведения и последующей классификации.

Для борьбы с переобучением и улучшения качества модели были добавлены вспомогательные слои в архитектуру свёрточной сети, что улучшило метрику AUC ROC на наборе данных CERT. Также апробированы подходы с обучением модели дополнительно на контентных данных и на данных, характеризующие все последовательность действий пользователя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ponemon Report: 2020 Cost of Insider Threats Global Organizations. - 2020. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.observeit.com/ponemon-report-cost-of-insider-threats/>
- [2] Insider Threat Detection with Deep Neural Network / Fangfang Yuan, Yanan Cao, Yanmin Shang et al. // Computational Science ICCS 2018 / Ed. By Yong Shi, Haohuan Fu, Yingjie Tian et al. Cham: Springer International Publishing, 2018. Vol. 10860. Pp. 43 54.

СМЕШАННЫЕ МОДЕЛИ ДИВЕРСИФИКАЦИИ

Целищев Михаил Андреевич¹, Логванёва Мария Геннадьевна²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: m.tselishchev@cs.msu.ru

² Кафедра математической статистики, e-mail: masha.logvaneva@gmail.com

В работе предлагается математическое определение понятия диверсификации инвестиционных портфелей. Под инвестиционным портфелем далее понимается случайная величина, имеющая смысл дохода или убытка от вложения всего капитала инвестора с фиксированным временным горизонтом в один или несколько активов.

Определение основывается на интуитивно понятном представлении о том, что размещение средств инвестора по разным портфелям X_1, \dots, X_n предпочтительнее случайно выбранного портфеля из этого набора:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i X_i \succcurlyeq_{\beta} \text{mix } X,$$

где $\beta \in \mathbb{R}^n$ — неотрицательные веса, в сумме дающие единицу, а под $\text{mix}_{\beta} X$ понимается случайная величина с функцией распределения $\sum_{i=1}^n \beta_i F_{X_i}(x)$. Иными словами, будем говорить, что портфель ξ не хуже портфеля η в смысле диверсификации, если найдутся такие случайные величины X_1, \dots, X_n и $Z \geq 0$ и такой набор весов $\beta \in \mathbb{R}^n$, что $\xi \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + Z$ и $\eta \stackrel{d}{=} \text{mix}_{\beta} X$.

Следующим шагом введённое бинарное отношение частичного порядка на множестве инвестиционных портфелей замыкается по метрике Канторовича κ в пространстве вероятностных распределений на прямой с конечным первым моментом. Оказывается, что такое замыкание тесно связано с широко используемой на практике мерой риска Expected Shortfall, имеющей смысл средних потерь по портфелю в худших $\alpha \cdot 100\%$ случаях:

$$ES_{\alpha}(\xi) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} q_{\xi}(p) dp, \quad \alpha \in (0, 1],$$

где под $q_{\xi}(p)$ понимается квантиль уровня $p \in (0, 1)$ распределения случайной величины ξ . Свойства когерентности меры риска ES (см. [1,2]), а также свойство её вогнутости по отношению к распределению аргумента (см. [3]), позволяют доказать следующий результат:

Теорема. Пусть ξ и η — случайные величины с конечными первыми моментами. Тогда ξ не хуже η в смысле замыкания отношения диверсификации в том и только в том случае, когда $ES_{\alpha}(\xi) \leq ES_{\alpha}(\eta)$ для всех $\alpha \in (0, 1]$.

Помимо прочего, в работе обсуждается степень важности условия конечности первых моментов для адекватности предложенных определений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Acerbi C., Tasche D. On the Coherence of Expected Shortfall // Journal of Banking & Finance. Vol. 26, No. 7, 2002, pp. 1487–1503.
- [2] Embrechts P., Wang R. Seven Proofs for the Subadditivity of Expected Shortfall // Dependence Modeling. Vol. 3, 01 2015.
- [3] Tselishchev M. On the Concavity of Expected Shortfall // arXiv:1910.00640 [q-fin.RM].

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЙКОСТИ ЗАДАЧИ ДИФФИ-ХЕЛЛМАНА В ГРУППЕ ТОЧЕК ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ НАД КОНЕЧНЫМ ПОЛЕМ С ПОМОЩЬЮ ОБРАЩЕНИЯ СПАРИВАНИЙ

Черепнёв Михаил Алексеевич¹, Герасимов Илья Юрьевич²

¹ Кафедра информационной безопасности, e-mail: cherepniiov@gmail.com

² Кафедра информационной безопасности, e-mail: ilia_gerassimov@mail.ru

Задача Диффи-Хеллмана является значимым механизмом для криптосистем с открытым ключом и используется в протоколах согласования ключа [1]. По причине её широкого использования, а также наличия связи со сложностью задачи дискретного логарифмирования [2] актуален вопрос о стойкости задачи. Одним из подходов является анализ сложности задачи обращения спаривания,

к которой задача Диффи-Хеллмана полиномиально сводится [3, 4]. В статье [5] был представлен алгоритм решения задачи обращения спаривания, имеющий полиномиальную сложность для некоторых эллиптических кривых с малой степенью расширения.

Однако для построенного спаривания размер области определения невелик, в результате чего вероятность получения решения по выполнению алгоритма мала. Для решения проблемы предлагается построить достаточно большие собственные подпространства автоморфизма Фробениуса, для элементов которых процедура понижения степени рациональной функции спаривания выполняется. В результате была доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть задана эллиптическая кривая $E(\mathbb{F}_r)$ над простым полем \mathbb{F}_r из $r \geq 3$ элементов фиксированного порядка $\#E(\mathbb{F}_r)$ с малой степенью расширения $k \leq C = \text{const}$. Пусть p — простой делитель $\#E(\mathbb{F}_r)$, отличный от r , Σ — универсальная экспонента группы точек эллиптической кривой над расширением поля $E(\mathbb{F}_{r^k})$. Тогда для любого r существует $\epsilon : 0 < \epsilon < 1$, что вероятность существования достаточно большого подпространства автоморфизма Фробениуса оценивается снизу как:

$$\Pr \left[\text{существует } X : \# \ker(\pi - [X]) \cap E(\mathbb{F}_{r^k}) \geq \frac{\#E(\mathbb{F}_{r^k})}{p} \right] \geq \\ \geq \left(1 - e^{-2 \ln 2 + \frac{c_1}{\ln^2 2}} \right) \frac{1}{2^{(1+\epsilon) \ln(C \ln r)}},$$

где $c_1 = \text{const}$, $c_1 < 2 \ln^3(2)$, при условии, что в зависимости от значения $\gamma_2(\Sigma)$ — степени вхождения числа 2 в разложение Σ на простые множители, выполняется следующее:

— при $\gamma_2(\Sigma) = 1$ выполнено $\#E(\mathbb{F}_r) \equiv 0 \pmod{2}$,

— при $\gamma_2(\Sigma) = 2$ выполнено:

$$\begin{cases} \#E(\mathbb{F}_r) \equiv 0 \pmod{4} \\ r \equiv 1 \pmod{4} \end{cases} \quad \text{либо} \quad \begin{cases} \#E(\mathbb{F}_r) \equiv 2 \pmod{4} \\ r \equiv 3 \pmod{4} \end{cases},$$

— при $\gamma_2(\Sigma) \geq 3$ выполнено $\#E(\mathbb{F}_r) \equiv 0 \pmod{8}$ и:

$$r \equiv 3 \pmod{8} \quad \text{либо} \quad r \equiv 7 \pmod{8}.$$

В качестве ограничения на степень расширения k можно рассматривать $C = 32$, так как в стандарте ГОСТ 34.10-2018 требуется, чтобы $k \geq 31$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Diffie W., Hellman M. New directions in cryptography // IEEE transactions on Information Theory. — 1976. — Т. 22. — № 6. — Р. 644-654.

- [2] Черепнев М. А. О связи сложностей задач дискретного логарифмирования и Диффи–Хеллмана // Дискретная математика. — 1996. — Т. 8. — № 3. — С. 22-30.
- [3] Galbraith S., Hess F., Vercauteren F. Aspects of pairing inversion // IEEE Transactions on Information Theory. — 2008. — Т. 54. — № 12. — P. 5719-5728.
- [4] Черепнев М. А. Обращение спариваний для решения задачи дискретного логарифмирования // Фундаментальная и прикладная математика. — 2013. — Т. 18. — № 4. — С. 185-195.
- [5] Черепнёв М. А., Грачева С. С. Решение задачи Диффи-Хеллмэна на некоторых эллиптических кривых, удовлетворяющих ГОСТ 34.10-2018 // Информационные технологии. — 2020. — Т. 26. — № 3. — С. 159-168.

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОЦЕНКИ РЕЗЕРВА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СЕТИ ДЛЯ СЛУЧАЯ СЛУЧАЙНОГО ПОСТУПЛЕНИЯ ЗАЯВОК УСЛУГИ «ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ПО ТРЕБОВАНИЮ»

**Чернышева Анастасия Юрьевна, Смелянский Руслан Леонидович,
Степанов Евгений Павлович**

Кафедра Автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: nastya.ch.9797@mail.ru, smel@cs.msu.su, estepanov@lvk.cs.msu.su

В данной работе рассматривается проблема реализации потока запросов на сервис «Пропускная способность по требованию» (англ. Bandwidth on Demand или BoD). Данная услуга подразумевает, что клиент Интернет-провайдера может заключить с ним контракт о передаче требуемого объема данных от узла отправителя к узлу получателю за время, не превышающее оговоренное. Сервис BoD особенно востребован среди клиентов Интернет-провайдеров в связи с растущими темпами трафика (73% в год [1]) в центрах обработки данных (ЦОД) для копирования данных, а также миграции виртуальных машин. В связи с этим, считается, что данные по контракту могут быть переданы одновременно по нескольким маршрутам.

В представленной работе предлагается подход, позволяющий Интернет-провайдеру заранее оценить сколько и каких контрактов он может обеспечить на ресурсах своей сети. С этой целью была построена математическая модель для случая равномерного поступления запросов на контракты. В рамках построенной модели, задача оценки резерва пропускной способности сформулирована в форме задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) [2]. В работе представлен обзор средств языков описания задач ЦЛП, а также программных средств, их решающих. По результатам обзора были выбраны язык

программирования python и ППП MIP [3] соответственно. При помощи указанных программных средств была построена система, позволяющая оценить достаточность выделенного резерва пропускной способности определенной сети для заданного числа контрактов и равномерного распределения потока запросов на них. Корректность получаемых оценок была обоснована через оценку [4] общего количества экспериментов и доли успешных исходов для выполнения гипотезы "все запросы на фиксированный набор контрактов сети будут удовлетворены с вероятностью 99%" с уровнем значимости 0.05. Для 30 контрактов и топологии «Bren» взятой из TopologyZoo это значения 2021 и 1994 соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mauldin A. Content, capacity, and the great, growing demand for international bandwidth. *Telegeography* May 2018. — 2018.
- [2] Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. — Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1969.
- [3] Santos H. G., Toffolo T. A. *Mixed Integer Linear Programming With Python*. — 2020.
- [4] Калинина В. Н., Панкин В. Ф. Математическая статистика. М. : Высшая школа, 1998. — 336 с.

О РАЗМЕРНОСТИ КВАДРАТА АДАМАРА КОНКАТЕНИРОВАННЫХ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ

Чижов Иван Владимирович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: ichizhov@cs.msu.ru

В последнее время построен ряд атак [1–4] на постквантовые криптографические механизмы, основанные на конкатенировании линейных кодов из разных классов. Для корректной работы этих атак требуется, чтобы квадрат Адамара (линейная оболочка по координатам произведения всех векторов линейного кода друг на друга) комбинированного кода был равен декартовому произведению квадратов Адамара кодов, использованных в комбинации. В экспериментах исследователи отмечали, что это свойство выполняется почти всегда, однако теоретического обоснования этого факта не приводилось. В настоящей работе устраняется теоретический пробел и доказывается, что если сумма размерностей квадратов Адамара кодов, использованных в конкатенации, несколько меньше размерности всего пространства, то квадрат Адамара конкатенированного кода равен декартовому произведению квадратов Адамара кодов-компонентов.

Пусть V_q^n — линейное пространство всех векторов длины n над полем $GF(q)$. *Блочным линейным* $[n, k]_q$ -кодом над полем $GF(q)$ или просто *кодом* будем на-

зывать произвольное k -мерное линейное подпространство \mathcal{C} пространства V_q^n . При этом n называется *длиной* кода, а число k его *размерностью*. В случае, когда размерность кода $\mathcal{C} \subseteq V_q^n$ нам не важна, будем говорить просто об $[n]_q$ -коде \mathcal{C} . *Конкатенацией* $cat(\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_u)$ кодов $\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_u$ будем называть множество кодов \mathcal{C} , которые совпадают с линейной оболочкой строк матрицы $(G_1 \parallel \dots \parallel G_u)$, здесь \parallel — конкатенация столбцов матриц, а строки матрицы G_i образуют базис кода \mathcal{C}_i , $i = 1, 2, \dots, u$. *Произведением Адамара* двух векторов $c, b \in V_q^n$ будем называть вектор $c \circ b$, полученный в результате покомпонентного произведения координат этих векторов: $c \circ b = (c_1, \dots, c_n) \circ (b_1, \dots, b_n) = (c_1 b_1, \dots, c_n b_n)$. Далее, *произведением Адамара (произведением Шура, покомпонентным произведением)* $\mathcal{C} \circ \mathcal{B}$ кодов \mathcal{C} и \mathcal{B} будем называть $[n]_q$ -код, состоящий из линейной оболочки множества $\{c \circ b \mid c \in \mathcal{C}, b \in \mathcal{B}\}$. Если $\mathcal{C} = \mathcal{B}$, то код $\mathcal{C} \circ \mathcal{C} = \mathcal{C}^2$ будем называть *квадратом Адамара* кода \mathcal{C} .

Теорема 1. Пусть $[N, k]_q$ -код $\mathcal{C} \in cat(\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_u)$, $u \in \mathbb{N}$. Тогда если в порождающей матрице кода \mathcal{C} нет одинаковых столбцов, $k \geq 4$, $N \leq \frac{k(k+1)}{2}$, $N \cdot \log_q(2 - q^{-1}) \leq \frac{k(k-3)}{2}$ и $N - \log_q \frac{3k+4}{4} \geq \dim \mathcal{C}_0^2 + \dim \mathcal{C}_1^2 + \dots + \dim \mathcal{C}_u^2$, то

$$\mathcal{C}^2 = \mathcal{C}_0^2 \times \mathcal{C}_1^2 \times \dots \times \mathcal{C}_u^2.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Чижов И., Конюхов С., Давлетшина А. Эффективная структурная атака на криптосистему МакЭлиса–Сидельникова: 7 // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8, № 7. Р. 1–10.
- [2] Чижов И., Попова Е. Структурная атака на криптосистему типа МакЭлиса–Сидельникова, построенную на основе комбинирования случайных кодов с кодами Риды–Маллера: 6 // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8, № 6. Р. 24–33.
- [3] V. M. Deundyak, Y. V. Kosolapov. On the strength of asymmetric code cryptosystems based on the merging of generating matrices of linear codes // 2019 XVI International Symposium “Problems of Redundancy in Information and Control Systems” (REDUNDANCY). 2019. P. 143–148.
- [4] Otmani A., Kalachi H.T. Square Code Attack on a Modified Sidelnikov Cryptosystem // Codes, Cryptology, and Information Security / ed. El Hajji S. et al. Cham: Springer International Publishing, 2015. P. 173–183.

ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ АППАРАТНОЙ ВЕРИФИКАЦИИ ПЛИС В РАМКАХ СТАНДАРТА DO-254

Чистолинов Максим Владимирович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: mike@cs.msu.ru

Разработка компонентов авионики для современных отечественных пассажирских лайнеров (МС-21, Sukhoi Superjet, Ил-496) должна соответствовать строгим международным нормативным документам, обеспечивающим гарантии качества и определяющим процедуру сертификации согласно руководствам DO-178B [1] и DO-254 [2], либо их аутентичным переводам КТ-178В и КТ-254 [3].

Доклад посвящён рассмотрению проблем и решений, возникающих при аппаратной верификации ПЛИС семейств Xilinx, Altera и Actel в рамках процедуры, определяемой руководством DO-254.

Показано место аппаратной верификации ПЛИС в процессах DO-254, кратко рассмотрены подходы, применяемые за рубежом, обозначены проблемы, возникающие при сравнении результатов верификации с эталонами, полученными на моделях, а также варианты решений этих проблем.

Рассмотрены разработанные с участием автора аппаратно-программные комплексы тестирования и верификации ПЛИС, условия и опции их применения, а также полученные с их использованием практически результаты для ПЛИС, задействованных при создании бортов МС-21 и Sukhoi Superjet New.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] RTCA DO-178B/ED-12B / Software considerations in airborne systems and equipment certification. HTML: <https://www.faa.gov/regulations-policies/rulemaking/committees/documents/media/TAEsdaT2-052496.pdf>
- [2] RTCA DO-254 / EUROCAE ED-80, Design Assurance Guidance for Airborne Electronic Hardware. HTML: <https://my.rtca.org/NC-Product?id=a1B3600001IcjTEAS>
- [3] Авиационный регистр МАК. Перечень КТ и РЦ. HTML: <https://armak-iac.org/dokumenty/kt-i-rts/>

ПРЕИМУЩЕСТВА МНОГОЧАСТОТНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ В ВОЛНОВОДЕ

Шейна Елена Анатольевна¹, Смирнов Александр Павлович²

¹ Факультет ВМК, e-mail: sheina_elena@mail.ru

² Факультет ВМК, e-mail: sap@cs.msu.ru

Рассмотрена обратная задача определения действительной диэлектрической проницаемости плоскопараллельного диэлектрического слоя в идеально проводящем прямоугольном волноводе или в свободном пространстве по экспериментальным данным с использованием явного выражения для матрицы рассеяния. Эта задача поставлена некорректно, так как она может оказаться неразрешимой из-за неточности экспериментальных данных, а для идеального эксперимента решение может быть не единственным, поскольку кривая коэффициента рассеяния имеет точки самопересечения. Показано, что традиционный многочастотный метод измерений с использованием векторных анализаторов цепей (VNA) может быть использован для постановки корректной задачи. Для эксперимента, который идеально соответствует математической модели, неединственность решения может быть устранена для задачи в векторной постановке, определяемой набором частот в диапазоне одномодового волновода. Векторная функция коэффициента прохождения становится взаимно-однозначной функцией диэлектрической проницаемости включения, если шаг частотной сетки достаточно мал. В рамках разработанного подхода проведено обоснование практического алгоритма расчета диэлектрической проницаемости включения в волноводе методом наименьших квадратов. Предлагаемые оценки показывают, что скорость сходимости зависит от количества частот, используемых в эксперименте.

СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ АККУРАТНЫХ РАСЧЕТНЫХ СЕТОК НА ОСНОВЕ TETGEN И ВЛИЯНИЕ СЕТОК НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДОЗВУКОВОГО И СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ НЕНУЛЕВЫХ УГЛАХ АТАКИ

Широков Иван Анатольевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

Представлены результаты моделирования внешнего обтекания для тел пространственной для аэродинамических задач формы: треугольное крыло (сверхзвуковой случай) и осесимметричное тело каплевидной формы (дозвуковой

случай). Постановка задач соответствует экспериментам в аэродинамических трубах, проведенных для рассматриваемых моделей, а также результатам расчетов, представленных в литературе [1, 2, 3].

Использование квазигазодинамического алгоритма с дополнительными коэффициентами диссипации [4] позволяет проводить моделирование при высоких числах Маха (до $M = 9$) и числах Рейнольдса, соответствующих экспериментальным постановкам ($Re \sim 10^6$). Используется оригинальная методика построения пространственных сеток на основе генератора TetGen, позволяющая строить достаточно аккуратные тетраэдральные сетки для треугольного крыла и осесимметричного тела. Трехмерная постановка задачи позволяет проводить моделирование в широком диапазоне углов атаки.

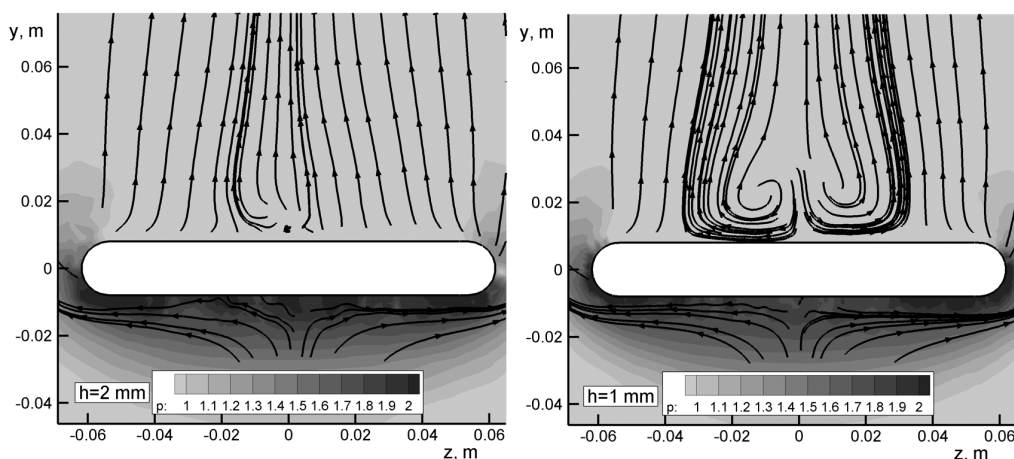


Рис. 1: Сравнение результатов при уменьшении шага пространственной сетки.

Анализ результатов показывает улучшение точности моделирования для сверхзвукового случая при увеличении размера сетки. На рис. 1 показаны линии уровня безразмерного давления и линии тока в поперечном сечении треугольного крыла при $x = 0.208$ м для разных характерных шагов пространственной сетки: 2 мм (слева) и 1 мм (справа) при $M = 6$.

В дозвуковом случае область хаотичных вихрей показывает возможность применения используемой методики моделирования для изучения нестационарных течений и ламинарно-турбулентного перехода. Вычисления проведены с помощью суперкомпьютера К-100, установленного в Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00262А). Автор выражает благодарность профессору Елизаровой Т. Г. за плодотворное обсуждение представленной тематики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Александров С. В., Ваганов А. В., Шалаев В. И. Физические механизмы образования продольных вихрей, появления зон высоких тепловых потоков

и раннего перехода в гиперзвуковом течении около треугольного крыла с затупленными передними кромками // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2016. № 45. С. 9–31.

- [2] Горенбух П. И. Аэродинамическое качество плоского треугольного крыла с затупленными кромками при больших сверхзвуковых скоростях обтекания // Ученые записки ЦАГИ. 1989. Т. 20. № 1. С. 108–112.
- [3] Довгаль А. В., Занин Б. Ю. , Сорокин А. М. Устойчивость ламинарного течения на теле вращения, расположенном под углом к набегающему потоку // Теплофизика и аэромеханика. 2014 Т. 21, № 4. С. 419–434.
- [4] Елизарова Т. Г., Широков И. А. Коэффициенты искусственной диссипации в регуляризованных уравнениях сверхзвуковой аэродинамики // Доклады Академии Наук. 2018. Т. 483. № 3. С. 260–264.

Авторский указатель

- Аксенова Е. Л., 117
Александров В. В., 157
Алексеев В. Б., 15
Андреев Н. А., 140
Антоненко В. А., 86
Артемяева Л. А., 16
Атамась Е. И., 17
Афанасьев Н. А., 59, 60
- Бадалян Д. А., 18
Баев А. В., 19
Бакулин М. Г., 119
Барашков И. С., 20
Бахтин В. А., 21, 23, 107
Бегишев Р. Р., 88
Белеванцев А. А., 36
Белов А. Г., 25
Белова О. А., 25
Беляева О. К., 26
Белянкина Т. В., 27
Березникер А. В., 91
Беспалова А. П., 29
Бобков С. Г., 30
Богатенкова А. О., 31
Богомолов С. В., 33
Богомолова С. В., 34
Богуславский М. А., 156
Болотников И. В., 36
Большакова Е. И., 37
Борисенко О. Д., 18
Бородин А. Е., 36
Бриллиантов Н. В., 80
Бугаев С. А., 38
Будняк А. С. Гузминова Н. Ю., 76
- Булыгин М. В., 112
- Ваншунь Ли, 97
Васильев Ю. А., 40
Васин А. А., 41, 43
Викторова Н. Б., 97
Волканов Д. Ю., 96, 110
Воробьев М. Ю., 44
Воронцов М. О., 46
Вострикова У. Н., 130
Ву Нгуен Шон Тунг, 144
Вылиток А. А., 47
Высокос М. И., 79
Высоцкий А. О., 48
- Гаврилов С. В., 50
Генералова Т. В., 47
Герасимов И. Ю., 159
Герасимов С. В., 51, 52, 54
Гетьман А. И., 55
Глоница А. Б., 131
Голембиовский Д. Ю., 57, 58
Головизнин В. М., 59–62
Гомзин А. Г., 31
Горохов О. Е., 63
Горшков С. С., 65
Горьков В. П., 66
Григоренко Н. Л., 68
Григорьева М. А., 44
Григорьева О. М., 41
- Данилов Б. Р., 69
Даньшина М. А., 30
Денисов А. М., 50
Дорофеева А. А., 37

- Дряженков А. А., 16
- Евграфов В. А., 70
- Егоренков В. А., 71
- Егоров Д. И., 119
- Еленин Г. Г., 73
- Еленина Т. Г., 73
- Емец Е. С., 74
- Еражанов Ж. К., 75
- Ечкина Е. Ю., 76
- Желтков Д. А., 77
- Жуков К. А., 44
- Жуковская Л. В., 79
- Жуковский В. И., 79
- Журихин Ю. П., 127
- Загидуллин Р. Р., 80
- Задябин В. С., 82
- Зайцева Н. В., 83
- Замаршкин Н. Л., 77
- Звонов А. Д., 84
- Зизов В. С., 103
- Зотов И. В., 85
- Иванов И. В., 86
- Ильин А. В., 88
- Ильютко В. П., 142
- Ильюшин Е. А., 65, 70, 95, 109, 133
- Ирошников Н. Г., 128
- Казанчян Д. Х., 89
- Казачук М. А., 91
- Каменщиков М. А., 151
- Капустин Н. Ю., 92
- Катаев Н. А., 107
- Киселёв И. С., 57
- Ковалев В. Ю., 93
- Козлов И. С., 31
- Коробков С. В., 44
- Королев В. В., 95
- Корухова Л. С., 117
- Коршунов Д. М., 156
- Косырькова А. В., 133
- Крылов А. С., 156
- Кувшинников А. Е., 33
- Кудрявцев А. А., 46
- Кузнецов С. Д., 18
- Кузьмин Я. К., 96
- Кукушкин Д. И., 141
- Кулагин А. В., 97
- Кулевский А. В., 99
- Куретова Е. Д., 100
- Куржанский А. Б., 121
- Курилин В. А., 101
- Куркина Е. С., 102
- Кюнченкова Д. Д., 27
- Логванёва М. Г., 158
- Логинова М. М., 71
- Ложкин С. А., 103, 104
- Лукьянова Л. Н., 66
- Мазеев А. В., 106
- Майоров В. Д., 149
- Майоров Павел А., 61, 62
- Майоров Петр А., 61, 62
- Макеев В. О., 107
- Малоян Н. Г., 109
- Маркин Ю. В., 55
- Маркобородов А. А., 110
- Матвеев С. А., 77, 80, 143
- Машечкин И. В., 40
- Мещеряков А. В., 51, 52, 54
- Морозов В. В., 111
- Мосолова Ю. М., 153
- Мухина Ю. С., 79
- Мяо Хуэй-хуэй, 97
- Намиот Д. Е., 112
- Недоливко Ю. Н., 46
- Немешаева А. А., 52
- Никольский И. М., 113, 114, 123
- Никольский М. С., 115
- Новиков М. Д., 116

- Обыденков Д. О., 55
Ожигов Ю. И., 97
Озерова Т. А., 117
Олохтонов А. А., 114
Орлов С. М., 129
- Павлов А. С., 58
Падарян В. А., 119
Палионная С. И., 120
Парастаев Г. С., 121
Пашков В. Н., 74
Петрова Л. И., 122
Петровский М. И., 40
Плужников И., 97
Подопросветов А. В., 123
Подымов В. В., 124
Полевой А. В., 54
Полиенко А. Е., 25
Попов А. М., 125
Попов И. С., 127
Попова Н. Н., 106
Потапов М. М., 16
- Разгулин А. В., 128
Ровенская Е. А., 129
Роговский А. И., 88
Романенко Т. Е., 130
Романова В. Э., 79
Рощина К. А., 21
Рябченков В. М., 131
- Саада Д. Ф., 133
Саблин М. Н., 134
Савченко М. А., 136
Самарин А. И., 152
Самойлова И. А., 137
Самсонов С. П., 138
Сапаев Д. Р., 23
Селезнева С. Н., 138
Селякин А. С., 51
Семенов А. Н., 130
Скобцова Ю. А., 96
Смелянский Р. Л., 75, 161
- Смирнов А. П., 80, 143, 165
Смирнов С. Н., 140
Соловьев А. В., 62
Степанов Е. П., 26, 82, 84, 141, 161
Суплатов Д. А., 106
- Терновский В. В., 142
Тимохин И. В., 143
Тихонов И. В., 144
Точилин П. А., 145
Трифонов В. Д., 149
Трофимов В. А., 71
Трощиев Ю. В., 147
Трусов Н. В., 148
Турганбаев С. А., 128
Турдаков Д. Ю., 149, 155
Тыртышников Е. Е., 143
- Ульянов В. В., 30
- Филиппова М. А., 33
Фоменко Т. Н., 150
Фомичев В. В., 48, 151, 152
Фролов А. Е., 55
Фурсов А. С., 153
- Ханджян А. А., 155
Хапаева Т. М., 142
Хвостиков А. В., 156
Хзмалян Д. Э., 104
Холомеева А. А., 92
- Царёв Д. В., 157
Целищев М. А., 158
Цыганов Н. И., 43
- Черепнёв М. А., 159
Чернов А. В., 38, 101
Чернышева А. Ю., 161
Чжен Кэли, 97
Чижов И. В., 29, 162
Чистолинов М. В., 164
Чистяков И. А., 145

-
- Шагиров Н. Э., 125
Шананин А. А., 148
Шарипов С. Р., 63
Шатков С. А., 66
Шеина Е. А., 165
Шендяпин А. С., 41
Шестаков О. В., 46, 120
Широков И. А., 165
Шишкин А. Г., 93
Юрмальник Р. Ю., 34