

Во всех задачах нужно привести полное решение.

Задача 1. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми

$$y = -2x^2 \quad \text{и} \quad y = x^3.$$

Задача 2. Плоскость α перпендикулярна вектору $\vec{n} = \{2, -2, 1\}$ и проходит через точку $A(3, 2, 0)$. Найдите расстояние от плоскости α до точки $B(-1, 7, 5)$.

Задача 3. Найдите общее решение обыкновенного дифференциального уравнения

$$(xy' - 1) \ln x = 2y.$$

Задача 4. Найдите множество сходимости в комплексной плоскости и сумму ряда

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n+1}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Задача 5. Найдите ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 6. Все дни марта делятся на солнечные и пасмурные. Если сегодня солнечно, то завтра с вероятностью $2/3$ будет солнечно, с вероятностью $1/3$ — пасмурно. Если сегодня пасмурно, то завтра с вероятностью $2/3$ будет пасмурно, с вероятностью $1/3$ — солнечно. Найдите математическое ожидание количества солнечных дней с 1 по 5 марта включительно, если известно, что 1 марта было пасмурно.

Задача 7. Сделайте в уравнении

$$x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = 0$$

замену переменных

$$t = xy, \quad s = \frac{x}{y}$$

и найдите общее решение исходного уравнения.

Задача 8. Запишите булеву функцию

$$f(x, y, z) = xy \oplus xz \oplus yz$$

в базисе из отрицания, конъюнкции и дизъюнкции.

Задача 9. Проведите процесс ортогонализации Грама-Шмидта для системы функций $\{1, t, t^2\}$ в пространстве $L_2[0, 1]$ со скалярным произведением

$$(x, y) = \int_0^1 x(t)y(t)tdt.$$

Задача 10. Информация, полученная принимающим устройством, состоит из двух натуральных чисел A и B . Из-за технического сбоя при передаче информации одна или несколько цифр числа A могут быть записаны неверно. Известно, что число A должно делиться на B без остатка. Необходимо исправить минимально возможное количество цифр в числе A (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на B . Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу. Входные данные: два натуральных числа A и B , меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите -1 .

Примеры.

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход: 10 100

Выход: -1