

10-11 классы

Задание 1

Для простоты обозначим $a = 5$. Представим исходную сумму $S = 1 + 2 \cdot a + 3 \cdot a^2 + 4 \cdot a^3 + 5 \cdot a^4 + \dots + 100 \cdot a^{99}$ в виде суммы сумм ста прогрессий:

0-ая: $1 \cdot a^0 \dots a^{99}$

1-ая: $a \cdot a^0 \dots a^{99}$

...

98-ая: $a^{98} \cdot a^0 \dots a^{99}$

99-ая: $a^{99} \cdot a^0 \dots a^{99}$

Каждую такую сумму посчитаем по известной формуле суммы геометрической прогрессии. Тогда получим:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=0}^{99} a^k + \sum_{k=1}^{99} a^k + \dots + \sum_{k=98}^{99} a^k + \sum_{k=99}^{99} a^k \\ &= 1 \cdot (a^{100} - 1)/(a - 1) + a \cdot (a^{99} - 1)/(a - 1) + a^2 \cdot (a^{98} - 1)/(a - 1) + \dots \\ &\quad \dots + a^{98} \cdot (a^2 - 1)/(a - 1) + a^{99} \cdot (a - 1)/(a - 1) \\ &= ((a^{100} - 1) + (a^{99} - a) + (a^{98} - a^2) + \dots + (a^{100} - a^{99}))/ (a - 1) = \\ &= (100 \cdot a^{100} - (1 + a + a^2 + \dots + a^{99}))/ (a - 1) = a^{100} \cdot (100 \cdot a - 101)/(a - 1)^2 + 1/(a - 1)^2 \end{aligned}$$

$$S = 5^{100} \cdot 24,9375 + 0,0625 \text{ или } (5^{100} \cdot 399/16 + 1/16)$$

Ответ без обоснования – 0 баллов.

Задание 2

Пусть в контейнере находится n пачек 1 сорта и m пачек 2 сорта. По условию на общий вес получим:
 $12n + 15m = 321 \Rightarrow 4n + 5m = 107$

При этом удельная стоимость за килограмм муки 1 типа есть 33,(3) р/кг, 2 типа есть 40 р/кг. То есть для минимизации общей стоимости выгодно выбрать как можно больше изделий 1 типа, а для максимизации - как можно больше 2 типа. Т.к.

$$4n + 5m = 107 \Rightarrow n < 107/4 < 27, \quad m < 107/5 < 22$$

Рассмотрим решение нашего уравнения в целых числах. Для минимизации, перебираем $m = 26, 25, \dots$, находим наибольшее возможное, для которого найдется целое n , такое, что $4n + 5m = 107$

$$n = 26 \Rightarrow 5m = 3 \text{ нет решений}$$

$$n = 25 \Rightarrow 5m = 7 \text{ нет решений}$$

$$n = 24 \Rightarrow 5m = 11 \text{ нет решений}$$

$$n = 23 \Rightarrow 5m = 15 \Rightarrow m = 3 - \text{подходит}$$

Следовательно, минимальная стоимость есть $400 \cdot 23 + 600 \cdot 3 = 11000$

Аналогично, для максимизации перебираем $m = 21, 20, 19, \dots$ выбирая максимальное, при котором существует целое n такое что $4n + 5m = 107$

$$m = 21 \Rightarrow 4n = 2 \text{ нет}$$

$$m = 20 \Rightarrow 4n = 7 \text{ нет}$$

$$m = 19 \Rightarrow 4n = 12 \Rightarrow n = 3 - \text{подходит}$$

Следовательно, максимальная стоимость есть $400 \cdot 3 + 600 \cdot 19 = 12600$.

Задание 3

А) При цене 24 тыс. руб. покупатели будут готовы купить $Q=20-0,5*24=8$ тыс. ед. оборудования. Выручка производителя от продажи составит $24*8=192$ млн. руб., а издержки – $30+10*8+3*8^2=302$ млн. руб., т.е. компания получит убытки (возможны и другие объяснения, показывающие неоптимальность цены – например, путем оценки предельных издержек при производстве 8 тыс. ед., которые превысят 24 тыс. руб.).

Б) Оптимальную цену и выпуск нужно определить с учетом того, что компания является монополистом на рынке (производит новый продукт, не имеющий близких заменителей). Оптимальный выпуск найдем из равенства предельного дохода и предельных издержек.

Из спроса выразим P , получим $P=40-2Q$. Выручка $TR=P*Q=40Q-2Q^2$.

$MR=dTR/dQ$, или $MR=40-4Q$.

Найдем предельные издержки: $MC=dC/dQ$, $MC=10+6Q$.

Приравняв MR и MC , найдем, что $Q=3$ тыс. ед. – это оптимальный выпуск, дающий наибольшую прибыль на этом рынке. Такое количество можно продать по цене $P=40-2*3=34$ тыс. руб. (эту цену следует назначить для оборудования).

Задание 4

А) Сравним экономики двух стран по экономическому росту, инфляции, безработице, уровню жизни. Реальный ВВП текущего года в стране А равен $89,5/1,072=83,49$ млрд. долл. (что меньше ВВП прошлого года на 4,6%), в стране Б – $170,2/1,035=164,44$ млрд. долл. (выше ВВП прошлого года на 1,3%). Рост цен в стране А ускоряется, в стране Б – замедляется и имеет меньшие темпы. Безработица в стране А растет (хотя уровни невысокие), а в стране Б – замедляется при более высоком уровне. Однако для создания нового производства наличие безработных может быть преимуществом (по зарплате и по возможности выбора персонала). Население прирастает в обеих странах, но в стране А ВВП на душу населения $89,5/22,6=3,96$ тыс. долл. ниже, чем в стране Б ($170,2/32,5=5,24$ тыс. долл.). Обе страны имеют низкий уровень жизни, но в стране Б он немного выше. В целом эти показатели – в пользу выбора страны Б. Хотя возможны и аргументы против (зарплатный уровень в сборочном производстве, условия ведения бизнеса в стране и др.).

Б) Задание имеет творческий характер, ответ может содержать показатели, характеризующие условия ведения бизнеса (различные виды издержек производства, налоги, административные барьеры и др.), характеристики спроса местных потребителей на грузовые автомобили и др. Необходимо показать, как такие индикаторы повлияют на выбор страны для размещения производства.

Задание 5

Задание не имеет единого ответа, так как представляет собой творческий кейс для размышления и оценивается согласно отдельным критериям.