

**Решения заданий отборочного этапа  
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2020/2021  
5-7 классы**

**Задача 1 (20 баллов).**

Вам дана деревянная заготовка, из которой выпилили деталь, показанную на рисунке 1. Какой насадкой на электроинструмент можно это сделать? Во время работы электроинструмента насадка вращается вокруг своей оси (рисунок 2). Изобразите вид насадки сверху и сбоку.



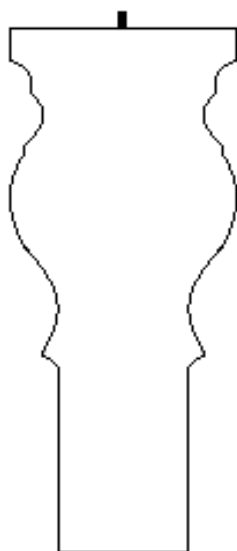
Рисунок 1



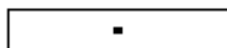
Рисунок 2

**Решение:**

Одно из возможных решений приведено на рисунке.



Вид сбоку



Вид сверху

### **Задача 2 (20 баллов).**

После обеда у туристов осталась пустая пластиковая бутылка из-под воды емкостью 1,25 литра, которая им больше не нужна. Предложите один или несколько способов, с помощью которых туристы могли бы по возможности точно найти объем пластика, из которого сделана эта бутылка, если плотность пластика им неизвестна. Весов у туристов нет. Бутылка имеет довольно сложную форму, а ее стенки в разных местах имеют разную толщину. Можно пользоваться линейкой (рулеткой), а также предметами и инструментами, которые туристы обычно берут с собой в поход.

#### **Решение:**

Объем пластика, из которого изготовлена бутылка, можно, в принципе, найти так:

- 1) заливаем бутылку водой до краев;
- 2) осторожно погружаем бутылку полностью в ведро, заполненное до краев (при этом часть воды из ведра вытесняется, но оно остается заполненным водой до краев);
- 3) осторожно вынимаем бутылку с водой из ведра, выливаем воду из бутылки назад в ведро и измеряем линейкой или рулеткой изменение  $\Delta h$  уровня воды в ведре.

Объем пластика, из которого сделана бутылка, равен объему  $V$  той части ведра, которая расположена выше уровня воды, получившегося на шаге 3. Если ведро цилиндрическое и имеет диаметр  $d$  (измеряется линейкой или рулеткой), то  $V = \frac{\pi d^2 \Delta h}{4}$ ; если ведро имеет форму усеченного конуса, то все равно с хорошей точностью можно считать, что  $V = \frac{\pi d^2 \Delta h}{4}$ , потому что  $\Delta h$  будет очень мало и площадь сечения ведра будет практически неизменной на протяжении всей его части, расположенной выше уровня воды (т.е. для наших целей можно считать ведро цилиндром с диаметром, равным диаметру ведра у его верхнего края). Однако существенным недостатком такого метода является то обстоятельство, что изменение уровня воды  $\Delta h$  в ведре на третьем шаге будет очень небольшим: поскольку объем пластика бутылки составляет всего около  $40 \text{ см}^3$ , а типичный диаметр ведра  $d$  составляет около 30 см,  $\Delta h$  оказывается величиной порядка 0.6 мм, так что измерить ее с точностью хотя бы 10% имеющимися у туристов средствами вряд ли возможно. Чтобы существенно повысить точность измерений, можно, например, оплавить бутылку на костре, превратив ее в компактный комок пластика с характерными размерами порядка нескольких сантиметров, погрузить его в заполненную водой консервную банку с небольшим диаметром (обычная банка из-под оливок имеет диаметр около 6 см), а затем вынуть из нее. В этом случае разность уровней воды в банке будет составлять около 10 мм, и она может быть измерена обычной линейкой с точностью порядка 1 мм, т.е. около 10%. Другой способ поместить весь пластик, из которого сделана бутылка, в консервную банку небольшого диаметра состоит в том, чтобы порезать (или порубить топориком) бутылку на небольшие кусочки.

### **Задача 3 (20 баллов).**

На факультете фундаментальной физико-химической инженерии МГУ имени М. В. Ломоносова полным ходом идет ремонт. Перед рабочими поставлена задача полностью замостить плиткой в один слой коридор шириной 2,5 м и длиной 150 м. В распоряжении

рабочих есть 1056 серых квадратных плиток со стороной 50 см, 227 бежевых квадратных плиток со стороной 50 см и 103 зеленых квадратных плитки со стороной 75 см.

Замоещение должно удовлетворять следующим условиям:

- 1) оно должно быть периодическим, состоящим из некоторого количества одинаково замощенных прямоугольников шириной 2,5 м (назовем такие прямоугольники элементарными);
- 2) элементарных прямоугольников должно быть не менее 20;
- 3) длина каждого элементарного прямоугольника должна быть не менее 3 м;
- 4) каждый из элементарных прямоугольников должен быть замощен целым числом плиток;
- 5) резать плитки нельзя, плитки кладутся вплотную друг к другу;
- 6) можно использовать не все имеющиеся плитки.

Из какого количества элементарных прямоугольников может состоять замощение, удовлетворяющее всем условиям? Ответ поясните.

**Решение:**

Выберем в качестве единицы длины 50 см. Тогда площадь плитки со стороной 50 см равна 1, площадь плитки со стороной 75 см равна 2,25, а площадь коридора равна  $5 \cdot 300 = 1500$ . Так как суммарная площадь имеющихся плиток площадью 1 равна 1283, в замощении обязательно должны быть использованы хотя бы 97 плиток площадью 2,25. Так как суммарная площадь коридора – целое число, суммарная площадь использованных в замощении плиток площадью 2,25 также должна быть целым числом. Отсюда следует, что количество использованных в замощении плиток площадью 2,25 должно делиться на 4. А это означает, что во всем замощении можно использовать только ровно  $N = 100$  зеленых плиток площадью 2,25.

По условию ширина элементарного прямоугольника равна 5, а длина равна сумме сторон нескольких плиток со сторонами 1 или 1,5, поэтому его площадь – целое или полуцелое число. Следовательно, в замощении элементарного прямоугольника может быть использовано только четное число плиток площадью 2,25.

Таким образом, количество  $M$  элементарных прямоугольников должно быть делителем 100, не меньшим 20, т.е.  $M = 20, 25, 50$  или 100. Делитель  $M = 20$  не подходит, т.к. тогда в каждом элементарном прямоугольнике оказалось бы  $N/M = 5$  зеленых плиток, а число зеленых плиток должно быть четным. Делитель  $M = 100$  не подходит, т.к. тогда в каждом элементарном прямоугольнике оказалось бы  $N/M = 1$  зеленых плиток, а число зеленых плиток должно быть четным. Если  $M = 50$ , то на каждый элементарный прямоугольник площадью  $1500/M = 30$  приходилось бы  $N/M = 2$  зеленые плитки общей площадью 4,5, и его площадь была бы полуцелым числом, т.е. не могла бы быть равна 30.

Если  $M = 25$ , то длина каждого элементарного прямоугольника равна  $300/M = 12$ , а площадь –  $12 \cdot 5 = 60$ . В каждом элементарном прямоугольнике можно, к примеру, замостить квадрат со стороной 3 четырьмя зелеными плитками, а оставшуюся часть – 42 серыми плитками и 9 бежевыми плитками. Всего при этом используются 1050 серых плиток, 225 бежевых плиток и 100 зеленых плиток, что удовлетворяет условию.

**Ответ: 25.**

#### **Задача 4 (20 баллов).**

Почему плохо покрашенные (или совсем не покрашенные) металлические трубы холодного водоснабжения приходится ремонтировать гораздо чаще, чем точно такие же трубы с горячей водой?

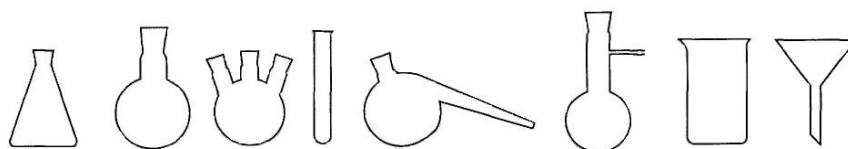
#### **Решение:**

Во влажной атмосфере на холодных трубах скапливается водяной конденсат, потому что обычно температура трубы с холодной водой ниже температуры конденсации водяного пара, содержащегося в окружающем воздухе. Со временем на плохо покрашенной трубе это приводит к коррозии материала стенок трубы и, в конце концов, к ее протечке.

#### **Задача 5 (20 баллов).**

Жители острова алхимиков очень боятся, что их секреты будут украдены. Чтобы это предотвратить, каждый свой секрет они зашифровали с помощью записи, которая содержит ровно восемь символов. Повторяющихся символов в одной записи нет, а количество всех записей равно количеству всех возможных комбинаций символов.

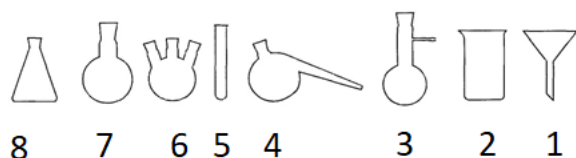
Алхим Химыч решил составить словарь секретов, выдуманных на этом острове. Как будет выглядеть запись под номером 24, если на последнем месте в словаре оказалась следующая запись:



Ответ поясните.

#### **Решение:**

Пронумеруем колбочки в обратном порядке (так как запись, данная в условии, оказалась на последнем месте):



В первой записи колбочки должны идти в обратном порядке. Заметим, что количество комбинаций из последних четырех колбочек равно  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ , так как на первое место можно поставить одну из четырех колбочек, на второе – одну из оставшихся трех, на третье – одну из оставшихся двух, на последнее – единственную оставшуюся колбочку. Ясно, что в первых 24 записях словаря будет меняться только расположение последних четырех колбочек. Это значит, что на 24 месте окажется запись, в которой первые 4

символа такие же, как в первой записи, а последние 4 символа записаны в обратном порядке по сравнению с первой записью.

Таким образом, на 24 месте будет находиться следующая запись:

