

Ответы на задания отборочного этапа олимпиады школьников

«Ломоносов» по предпринимательству

8 – 9 класс

задание	балл
№1	15
№2	15
№3	15
№4	15
№5	20
№6	20

## 8-9 класс, задача

**Вар.1** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной возрастающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(f(a)) = a$  и  $f(f(b)) = b$ .

**Решение.**

Первое условие:  $f(f(a)) = f(a \cdot a + b) = f(a^2 + b) = a(a^2 + b) + b = a$ .

Второе условие:  $f(f(b)) = f(a \cdot b + b) = f((a + 1)b) = ab(a + 1) + b = b$ .

Получаем, что  $ab(a + 1) + b = b$ . Имеем, что  $ab(a + 1) = 0$ .

Получаем, что

1. Если  $a = 0$ , тогда из первого уравнения  $b = 0$ , следовательно  $f(x) = 0$  - не подходит.

2. Если  $b = 0$ , тогда из первого уравнения  $a^3 - a = 0$ , следовательно  $a = 0$  или  $a = 1$ . Получаем, что  $f(x) = 0$  или  $f(x) = x$  - подходит.

3. Если  $a = -1$ , тогда из первого уравнения  $-(1 + b) + b + 1 = 0$  получаем, что  $b$  - любое, значит  $f(x) = -x + b$  - не подходит

**Ответ:** 1

**Вар.2** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(f(\frac{1}{a})) = b$  и  $f(f(b)) = b$ .

**Ответ:** -2

**Вар.3** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной убывающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(f(a)) = b$  и  $f(f(b)) = b$ .

**Ответ:** -2

**Вар.4** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной убывающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(f(a)) = b$  и  $f(f(b)) = a$ .

**Ответ:** -2

**8-9 класс, задача 2**

**Вар.1** Найти количество целых корней системы: 
$$\begin{cases} \sqrt{2x+3} > -x; \\ x^2 < 101. \end{cases}$$

**Решение.**

ОДЗ:  $2x + 3 \geq 0$ , значит  $x \geq -1.5$ .

Первый случай (т.к. левая часть всегда неотрицательна, а правая часть меняет знак, рассмотрим случай, когда правая часть отрицательна):  $x \in (0, +\infty)$  неравенство будет справедливо.

Второй случай (положительные части):

Пусть  $x \in [-1.5, 0]$ , следовательно  $2x + 3 > x^2$ . Решая последнее неравенство получаем, что  $x \in (-1, 0]$ .

В итоге получаем, что  $x \in (-1, +\infty)$ . Пересекая с  $x^2 < 101$  получаем ответ.

**Ответ: 11**

**Вар.2** Найти количество целых корней системы: 
$$\begin{cases} \sqrt{3x+10} > -x; \\ x^2 < 101. \end{cases}$$

**Ответ: 12**

**Вар.3** Найти количество целых корней системы: 
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} > -x; \\ x^2 < 26. \end{cases}$$

**Ответ: 7**

**Вар.4** Найти количество целых корней системы: 
$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} > -2x; \\ x^2 < 26. \end{cases}$$

**Ответ: 6**

### 8-9 класс, задача 3

**Вар.1** При цене кофе 150 рублей за чашку кофейня продавала 85 чашек в день. После предоставления скидки 10% продажи увеличились на 20%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 90 руб.

**Решение.**

$y = ax + b$  - линейная функция, где  $x$  - цена,  $y$  - количество продаж,  $a$  и  $b$  - коэффициенты.

Первое условие:  $85 = 150 \cdot a + b$ .

Второе условие:  $85 \cdot (1 + 0.2) = 150 \cdot (1 - 0.1)a + b$ .

Решаем систему:

$$85 = 150 \cdot a + b;$$

$$102 = 135 \cdot a + b.$$

Находим, что

$$a = -\frac{17}{15}, b = 255$$

$$y = -\frac{17}{15} \cdot x + 255$$

$$\text{Имеем } y = -\frac{17}{15} \cdot 90 + 255 = 153.$$

**Ответ:** 153

**Вар.2** При цене кофе 75 рублей за чашку кофейня продавала 170 чашек в день. После повышения цены на 20% продажи упали на 10%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 90 руб.

**Ответ:** 153

**Вар.3** При цене кофе 150 рублей за чашку кофейня продавала 80 чашек в день. После предоставления скидки 10% продажи увеличились на 10%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 120 руб.

**Ответ:** 96

**Вар.4** При цене кофе 102 рублей за чашку кофейня продавала 120 чашек в день. После повышения цены на 15% продажи упали на 15%. Считая зави-

симось спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 136 руб.

**Ответ:** 80

#### 8-9 класс, задача 4

**Вар.1** Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 11 до 10 часов, причем выпуск шин в день увеличился на 10%. На сколько процентов повысилась производительность станков?

**Решение.**

Пусть  $q$  - производительность, тогда  $S = 11 \cdot q$  - количество шин до новых станков.

Пусть  $v$  - производительность (после закупок станков), тогда  $(1 + 0.1) \cdot S = 10 \cdot v$  - количество шин.

Разделим первое уравнение на второе и получаем, что  $1.1 = \frac{10v}{11q}$ .

Выразим  $\frac{v}{q}$ , получаем

$$\frac{v}{q} = \frac{1.1 \cdot 11}{10} = 1.21$$

**Ответ:** 21

**Вар.2** Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 8 до 7 часов, причем выпуск шин в день увеличился на  $p\%$ . Известно, что производительность станков увеличилась на 20%, определите  $p$ .

**Ответ:** 5

**Вар.3** Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 8 до 7 часов, причем выпуск шин в день увеличился на 5%. На сколько процентов повысилась производительность станков?

**Ответ:** 20

**Вар.4** Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 11 до 10 часов, причем выпуск шин в день увеличился на  $p\%$ . Известно, что производительность станков увеличилась на 21%, определите  $p$ .

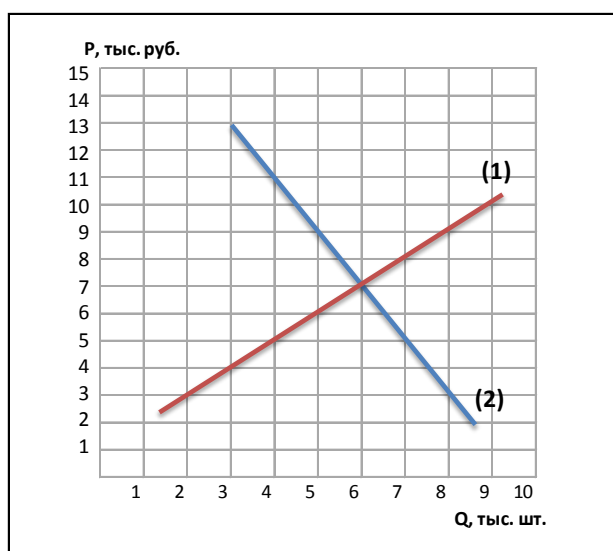
**Ответ:** 10

## ЗАДАЧА 5

### Вариант 1

На графике показаны спрос и предложение на рынке мобильных телефонов. Используя график, ответьте на вопросы.

- А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – может соответствовать спросу, а какая – рыночному предложению.
- Б) Если на этом рынке установится равновесие, сколько будет продано мобильных телефонов и по какой цене?
- В) Сколько составит выручка продавцов мобильных телефонов на данном рынке, если рынок будет находиться в равновесии? А сколько составят расходы потребителей на покупку мобильных телефонов?



**Решение:** А) Линия (1) – предложение (растет с увеличением цены), линия (2) – спрос (с ростом цены убывает, что соответствует закону спроса).

Б) В равновесном состоянии будет продано 6 тыс. мобильных телефонов по цене 7 тыс. руб. за ед.

В) Выручка продавцов составит  $7 \text{ тыс. руб.} \cdot 6 \text{ тыс. ед.} = 42 \text{ млн. руб.}$

Расходы потребителей тоже составят 42 млн. руб.

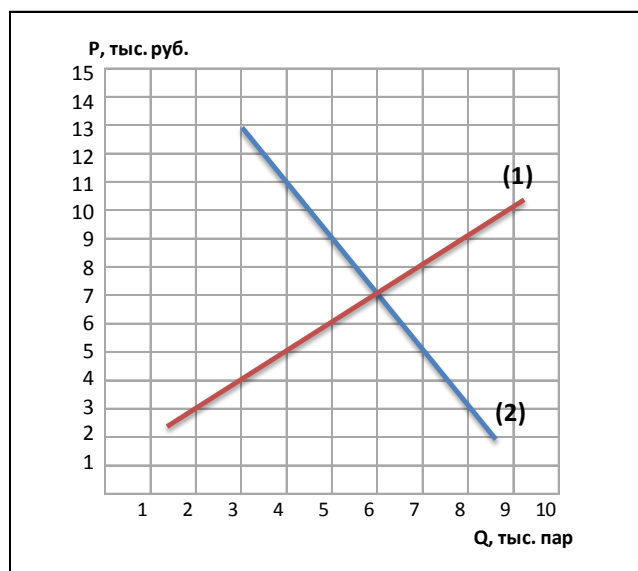
### Вариант 2

На графике показаны спрос и предложение на рынке спортивной обуви. Используя график, ответьте на вопросы.

- А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – может соответствовать спросу, а какая – рыночному предложению.

Б) Если на этом рынке установится цена 4 тыс. руб. за пару обуви, сколько будет продано обуви? А сколько обуви будут готовы купить покупатели?

В) Как называется рыночный дисбаланс, описанный в пункте (Б)? При какой цене обуви рынок придет в равновесие?



**Решение:** А) Линия (1) – предложение (растет с увеличением цены), линия (2) – спрос (с ростом цены убывает, что соответствует закону спроса).

Б) Если цена = 4 тыс. руб. за пару, то продавцы готовы предложить 3 тыс. пар обуви, а покупатели готовы купить 7,5 тыс. пар. Будет продано 3 тыс. пар обуви.

В) На рынке сложится дефицит в объеме 4,5 тыс. пар обуви. Рынок придет в равновесие при цене 7 тыс. руб. за пару обуви.

### Вариант 3

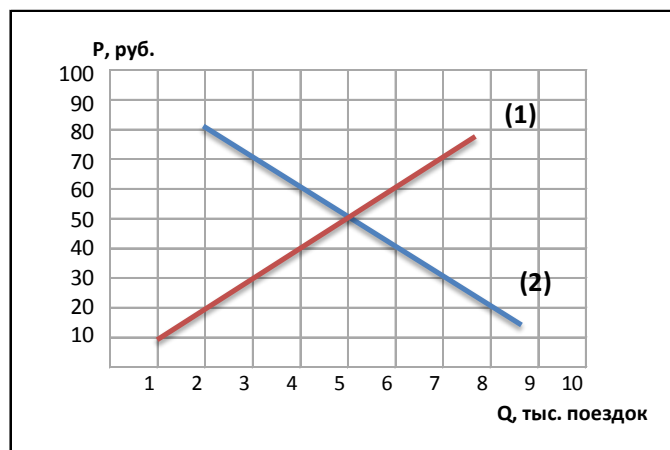
На графике показаны спрос и предложение на рынке автобусных перевозок из маленького города К в крупный город М. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – соответствует желаниям и возможностям пассажиров, а какая – желаниям и возможностям автоперевозчиков?

Б) Если администрация города К установит «потолок цен» для автоперевозчиков на уровне 30 рублей за 1 поездку, какая ситуация сложится на рынке? Сколько пассажиров будет перевезено?

В) Сколько составит выручка автоперевозчиков при цене 30 руб. за поездку? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?





**Решение:** А) Желания и возможности пассажиров описаны линией (2) (это спрос, соответствует закону спроса), желания и возможности автоперевозчиков – линией (1) (предложение, соответствует росту издержек с ростом объема перевозок).

Б) Если администрация установила «потолок» цен, и он ниже равновесия, то плата за проезд в автобусе составит 30 руб. На рынке сложится дефицит услуг по перевозке. Объем спроса будет 7000 поездок, а предложения – только 3000 поездок. Перевезут 3000 пассажиров.

В) При этой цене выручка составит  $3000 \cdot 30 \text{ руб.} = 90 \text{ тыс. руб.}$  Если бы рынок был в равновесии, то выручка составила бы  $5000 \cdot 50 \text{ руб.} = 250 \text{ тыс. руб.}$  (утверждение верно).

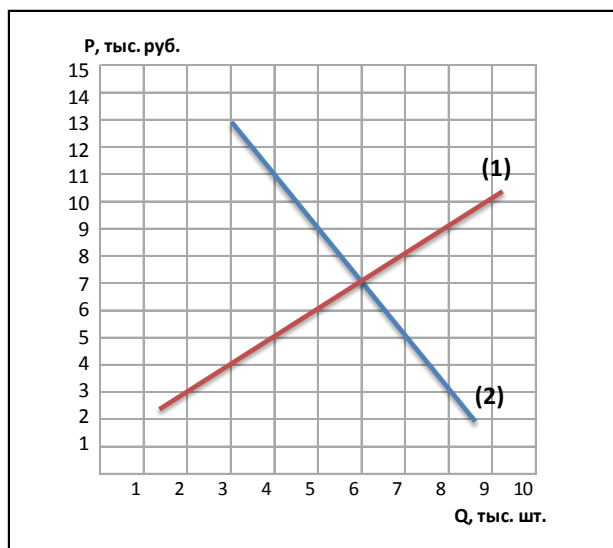
#### Вариант 4

На графике показаны спрос и предложение на рынке мобильных телефонов. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Найдите величину спроса на мобильные телефоны при цене 5 тыс. руб. за телефон и при цене 9 тыс. руб. за телефон.

Б) Если на рынке установится цена 9 тыс. руб. за мобильный телефон, сколько телефонов будет продано? Совпадает ли это с количеством телефонов, которое готовы реализовать продавцы? Как называется такой дисбаланс на рынке?

В) Сколько составит выручка продавцов телефонов при цене 9 тыс. руб.? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?



**Решение:** А) Величина спроса при цене 5 тыс. руб. – 7000 телефонов, при цене 9 тыс. руб. – 5000 телефонов.

Б) Если цена составит 9 тыс. руб., будет продано только 5000 телефонов (продажи ограничены спросом). Продавцы при этом готовы реализовать 8000 телефонов. На рынке сложится избыток телефонов.

В) При цене 9000 руб. будет продано 5000 телефонов, выручка составит 45 млн. руб. Если бы рынок был в равновесии, то продали бы 6000 телефонов по 7000 руб., выручка была бы 42 млн. руб. (утверждение неверно).

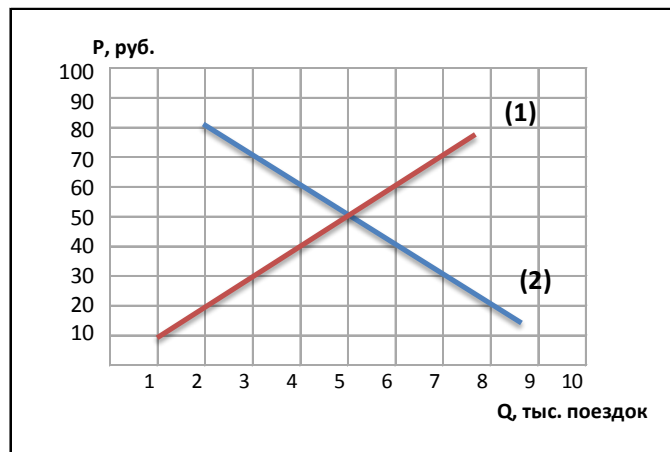
### Вариант 5

На графике показаны спрос и предложение на рынке автобусных перевозок из маленького города К в крупный город М. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Найдите величину предложения при цене поездки 60 руб. и 30 руб. Почему эти величины не совпадают?

Б) Если администрация города К установит фиксированную цену для автоперевозчиков на уровне 60 рублей за 1 поездку, какая ситуация сложится на рынке? Сколько пассажиров будет перевезено?

В) Сколько составит выручка автоперевозчиков при цене 60 руб. за поездку? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?



**Решение:** А) Величина предложения при цене 60 руб. – 6000 поездок, при цене 30 руб. – 3000 поездок. Величины не совпадают, так как с ростом производства компании несут все более высокие предельные издержки (закон убывающей предельной производительности).

Б) Фиксированная цена 60 руб. выше равновесной, на рынке сложится избыток предложения. Перевозчики будут готовы перевезти 6000 пассажиров, а пассажиры готовы оплатить только 4000 поездок. Будет перевезено 4000 пассажиров.

В) Выручка автоперевозчиков составит 60 руб. · 4000 поездок = 240 тыс. руб. Если бы рынок был в равновесии, то выручка составила бы 50 руб. · 5000 поездок = 250 тыс. руб. (утверждение верно).

## ЗАДАЧА 6

### Вариант 1

Два малых предприятия производят продукцию одинакового качества. На одном предприятии (ООО «Морошка») ежедневно производится 5 тыс. единиц продукции, а общие издержки составляют 100 тыс. руб. в день. На другом предприятии (ООО «Ромашка») в день производят 10 тыс. ед. такой же продукции, а общие издержки составляют 220 тыс. руб. в день.

Ответьте на вопросы:

А) На каком из предприятий производство более эффективно и почему?

Б) Если рыночная цена этой продукции составляет 21 руб. за единицу, сколько составит прибыль (или убыток) у этих предприятий?

**Решение:** А) Себестоимость продукции у «Морошки»  $100\ 000/5000=20$  руб./ед., у «Ромашки»  $220\ 000/10\ 000=22$  руб./ед. Производство более эффективно в ООО «Морошка».

Б) При цене 21 руб/ед «Морошка» получит прибыль  $= (21-20) \cdot 5000=5000$  руб., «Ромашка» получит убыток  $(21-22) \cdot 10000=-10000$  руб. (убыток 10 тыс. руб.).

### Вариант 2

Компания «Z» производит 200 тыс. упаковок бутилированной воды в месяц, а ее общие издержки на это равны 30 млн. рублей. Ее главный конкурент (компания «X»), производящий воду такого же качества, выпускает 220 тыс. упаковок воды и тратит на это 32 млн. руб.

А) Кто из конкурентов – Z или X – является более эффективным производителем воды? Подтвердите свой ответ расчетами.

Б) Если рыночная цена воды составит 200 руб. за упаковку, кто из конкурентов получит большую прибыль? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Себестоимость продукции Z = 30 млн руб / 200 тыс упаковок = 150 руб/упаковку. Себестоимость X = 32 млн руб / 220 тыс упаковок = 145 руб/упаковку. Компания X является более эффективным производителем воды.

### Вариант 3

Предприниматель Лисицын заявил, что его бизнес более эффективный, чем у его конкурента Сеницына, потому что объем производства у Лисицына почти в 2 раза выше, а качество – не хуже, чем у конкурента. На этой неделе предприятие Лисицына произвело 200 единиц товара, а предприятие Сеницына – 110 единиц. Издержки производства у Лисицына составили 30 тыс. рублей, а у Сеницына – 16 тыс. рублей.

А) Прав ли Лисицын, что его бизнес более эффективный, чем у конкурента? Подтвердите свой ответ расчетами.

Б) Если рыночная цена на продукцию, которую выпускают Лисицын и Сеницын, составит 180 руб./ед., можно ли считать, что оба бизнеса эффективны? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Себестоимость производства у Лисицына 30 тыс руб / 200 ед = 150 руб/ед. Себестоимость производства у Сеницына 16 тыс руб / 110 ед = 145 руб/ед. Лисицын не прав: у Сеницына эффективность выше.

Б) При цене 180 руб/ед оба бизнеса получают прибыль. Но прибыль в расчете на единицу продукции у Сеницына будет выше (он более эффективен):  $180 - 145 = 35$  руб./ед., а у Лисицына только  $180 - 150 = 30$  руб./ед.

### Вариант 4

Компания «Z» производит 200 тыс. упаковок бутилированной воды в месяц, а ее общие издержки на это равны 30 млн. рублей. Ее главный конкурент (компания «X»), производящий воду такого же качества, выпускает 180 тыс. упаковок воды и тратит на это 26 млн. руб. Рыночная цена воды составляет 180 руб. за упаковку.

А) На каком из предприятий производство более эффективно и почему? Подтвердите ответ расчетами.

Б) Оба предприятия платят государству налог на прибыль (20% прибыли). Какая компания – Z или X – является более крупным налогоплательщиком? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Себестоимость продукции Z = 30 млн руб / 200 тыс упаковок = 150 руб/упаковку. Себестоимость X = 26 млн руб / 180 тыс упаковок = 144 руб/упаковку. Компания X является более эффективным производителем воды.

Б) Прибыль Z = (180-150)·200 тыс упаковок = 6 млн. руб., прибыль X = (180-144)·180 тыс упаковок = 6,4 млн. руб. Налог на прибыль для компании Z = 6·20%=1,2 млн. руб., для компании X = 6,4·20%=1,28 млн. руб. Компания X – более крупный налогоплательщик.

#### **Вариант 5**

Предприниматель Иванов в прошлом месяце произвел 5000 единиц продукции и израсходовал на производство 180 тыс. рублей. Вся продукция была продана по 50 руб. за единицу. Его главный конкурент – предприниматель Петров – произвел 4900 единиц такой же продукции и затратил 170 тыс. рублей. Вся продукция Петрова тоже была продана по 50 рублей за единицу. Ответьте на вопросы.

А) У кого из предпринимателей – Иванова или Петрова – более эффективный бизнес и почему?

Б) Предприниматель Петров считает, что у него налог на прибыль (ставка 20% прибыли) составит большую сумму, чем у Иванова, хотя объем производства у Иванова больше. Верно ли это? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Себестоимость производства у Иванова 180 тыс руб / 5000 ед = 36 руб/ед., а у Петрова 170 тыс руб / 4900 ед = 35 руб/ед. Бизнес у Петрова более эффективен.

Б) Прибыль у Иванова составит (50-36)·5000=70 тыс. руб., налог с нее будет 70·20%=14 тыс. руб. У Петрова прибыль (50-35)·4900=75 тыс. руб., налог с нее 75·20%=15 тыс. руб.

Верно, что у Петрова налог выше, хотя объем производства меньше (налог берется с прибыли, то есть более эффективный производитель больше заплатит с единицы продукта).

Ответы на задания отборочного этапа олимпиады школьников

«Ломоносов» по предпринимательству

10 – 11 класс

задание	балл
№1	10
№2	10
№3	10
№4	10
№5	20
№6	20
№7	20

### 11 класс, задача 1

**Вар.1** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной убывающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(f(a)) = b$  и  $f(f(b)) = a$ .

**Решение.**

Первое условие:  $f(f(a)) = f(a \cdot a + b) = f(a^2 + b) = a(a^2 + b) + b = b$ . Имеем, что  $a(a^2 + b) = 0$ . Отсюда получаем, что  $a = 0$  - не подходит и  $b = -a^2$ .

Второе условие:  $f(f(b)) = f(a \cdot b + b) = f((a + 1)b) = ab(a + 1) + b = a$  получаем, что  $ab(a + 1) + b = a \rightarrow -a^3(a + 1) = a + a^2$ . Следовательно  $a = -1$  и  $b = -1$ .

**Ответ:**  $-2$

**Вар.2** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной убывающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(\frac{f(a)}{a}) = b$  и  $f(f(a) - b) = 2a$ .

**Ответ:**  $-2$

**Вар.4** Определить сумму коэффициентов  $a$  и  $b$  линейной возрастающей функции  $f(x) = ax + b$ , если  $f(af(\frac{1}{a})) = a$  и  $f(f(a) - a^2) = 0$ .

**Ответ:**  $1$

## 11 класс, задача 2

**Вар.1** В 2018 году доля расходов семьи Ивановых на коммунальные услуги составляли 10% их общего бюджета. После повышения тарифов в 2019 году расходы на коммунальные услуги составила 20% бюджета. При этом остальные расходы семьи Ивановых не изменились. На сколько процентов подорожали коммунальные услуги?

### Решение.

Пусть  $X$  - весь доход за 2018 год, тогда

$0.1X$  - коммунальные услуги,

$0.9X$  - все остальное.

Пусть  $Y$  - весь доход за 2019 год, тогда

$0.2Y$  - коммунальные услуги,

$0.8Y$  - все остальное.

Известно, что  $0.9 \cdot X = 0.8 \cdot Y$  (все остальное не изменилось). Получаем, что  $\frac{Y}{X} = \frac{0.9}{0.8}$ .

Необходимо найти  $\frac{0.2Y}{0.1X} = \frac{0.2 \cdot 0.9}{0.1 \cdot 0.8} = 1.25$ .

**Ответ:** 125

**Вар.2** В 2018 году доля расходов семьи Ивановых на коммунальные услуги составляли 16% их общего бюджета. После повышения тарифов в 2019 году расходы на коммунальные услуги составила 25% бюджета. При этом остальные расходы семьи Ивановых не изменились. На сколько процентов подорожали коммунальные услуги?

**Ответ:** 75



### 11 класс, задача 3

**Вар.1** Найти наибольший корень уравнение:  $|\log_2(2x)|^3 + |\log_2 \frac{2}{x}|^3 = 28$ .

**Решение.**

Имеем

$$|1 + \log_2(x)|^3 + |1 - \log_2(x)|^3 = 28.$$

Пусть  $t = \log_2(x)$  и применяя сумму кубов:

$$(|1 + t| + |1 - t|) \cdot (|1 + t|^2 - |1 + t| \cdot |1 - t| + |1 - t|^2) = 28.$$

1. Пусть  $t \leq -1$ , тогда

$$(-1 - t - t + 1) \cdot (2 + 2t^2 - t^2 + 1) = 28.$$

Упрощаем

$$-2t \cdot (3 + t^2) = 28.$$

Следовательно  $t = -2$  и других корней нет.

2. Пусть  $-1 < t \leq 1$ , тогда

$$(1 + t - t + 1) \cdot (2 + 2t^2 + t^2 - 1) = 28.$$

Упрощаем

$$2 \cdot (3t^2 + 1) = 28.$$

Следовательно  $t = \pm \sqrt{\frac{13}{3}}$  - не подходят.

3. Пусть  $t > 1$ , тогда

$$(1 + t + t - 1) \cdot (2 + 2t^2 - t^2 + 1) = 28.$$

Упрощаем

$$2t \cdot (3 + t^2) = 28.$$

Следовательно  $t = 2$  и других корней нет.

Получаем, что  $\log_2 x = 2$  и  $\log_2 x = -2$ . Значит  $x = 4$  и  $x = 0.25$ .

**Ответ:** 4

**Вар.2** Найти наибольший корень уравнение:  $|\log_3 x|^3 + |\log_3 \frac{x}{9}|^3 = 28$ .

**Ответ:** 27

**Вар.3** Решить уравнение:  $|\log_4(4x)|^3 + |\log_4 \frac{4}{x}|^3 = 28$ .

**Ответ:** 16

**Вар.4** Решить уравнение:  $|\log_4 x|^3 + |\log_4 \frac{x}{16}|^3 = 28$ .

**Ответ:** 64

## 11 класс, задача 4

**Вар.1** В контейнере находятся детали нескольких типов из четырех возможных: весом 2 кг, 3 кг, 5 кг и 10 кг. Суммарный вес деталей в контейнере равен 100 кг. Известно, что если выбрать из контейнера по одной детали каждого из имеющихся в нем типов, то их суммарный вес будет равен 15 кг. Определите, сколько деталей находятся в контейнере, если самых тяжелых из них на 5 больше, чем всех остальных вместе взятых.

### Решение.

Какие детали в сумме дадут 15:  $5 + 10 = 15$  или  $2 + 3 + 10 = 15$

Пусть  $x$  и  $y$  количество деталей весом 5 кг. и 10 кг. соответственно. Получаем, что  $5x + 10y = 100$  и  $y = 5 + x$  - самых тяжелых больше на 5. Выражая  $y$  из второго и подставляя в первое уравнение, тогда получаем, что  $3x = 20$  - нет целого решения.

Пусть  $x$ ,  $y$  и  $z$  количество деталей весом 2 кг., 3 кг. и 10 кг. соответственно. Получаем, что  $2x + 3y + 10z = 100$  и  $z = 5 + x + y$  - самых тяжелых больше на 5. Выражая  $z$  из второго и подставляя в первое уравнение, тогда имеем, что  $12x + 13y = 50$ , перебирая целые значения получаем, что  $x = 2$ ,  $y = 2$ ,  $z = 9$

**Ответ.** 13

**Вар.2** В контейнере находятся детали нескольких типов из четырех возможных: весом 3 кг, 5 кг, 7 кг и 10 кг. Суммарный вес деталей в контейнере равен 100 кг. Известно, что если выбрать из контейнера по одной детали каждого из имеющихся в нем типов, то их суммарный вес будет равен 15 кг. Определите, сколько деталей находятся в контейнере, если самых тяжелых из них на 8 больше, чем всех остальных вместе взятых.

**Ответ:** 16

**Вар.3** В контейнере находятся детали нескольких типов из четырех возможных: весом 1 кг, 2 кг, 3 кг и 10 кг. Суммарный вес деталей в контейнере равен 100 кг. Известно, что если выбрать из контейнера по одной детали каждого из имеющихся в нем типов, то их суммарный вес будет равен 13 кг. Определите, сколько самых легких деталей находятся в контейнере, если самых тяжелых в нем на 2 больше, чем всех остальных вместе взятых.

**Ответ:** 4

**Вар.4** В контейнере находятся изделия нескольких типов из пяти возможных: весом 1кг., 2кг., 3кг., 5кг. и 10кг. Суммарный вес изделий в контейнере равен 100кг. Известно, что если выбрать из контейнера по одному изделию каждого из имеющихся типов, то их суммарный вес будет равен 15кг. Определите, сколько деталей находятся в контейнере, если самых тяжелых из них на 5 больше, чем всех остальных вместе взятых.

**Ответ.** 13

## **ЗАДАЧА 5**

### **Вариант 1**

Цена пирожного составляет 40 руб., а выручка кондитера – 6000 руб. в день. Эластичность спроса на пирожные равна (-2). Чему будет равна выручка кондитера, если он повысит цену до 50 руб.? Объясните, почему выручка изменилась.

**Решение:** При цене (P) 40 и выручке 6000 кол-во (Q) составляет 150 ед. Используя коэффициент эластичности:  $\Delta Q/\Delta P \cdot P/Q = E_D$ , находим, что  $\Delta Q = -75$ , и будет продано  $150 - 75 = 75$  ед. После изменения цены выручка =  $75 \cdot 50 = 3750$  руб.

Выручка уменьшилась, потому что спрос на продукт имеет высокую эластичность, а его цена повысилась (потребители заменили этот продукт на другой, более доступный).

### **Вариант 2**

Цена пирожного составляет 50 руб., а выручка кондитера – 5000 руб. в день. Эластичность спроса на пирожные равна (-2). Чему будет равна выручка кондитера, если он снизит цену до 40 руб.? Объясните, почему выручка изменилась.

**Решение:** При цене (P) 50 и выручке 5000 кол-во (Q) составляет 100 ед. Используя коэффициент эластичности:  $\Delta Q/\Delta P \cdot P/Q = E_D$ , находим, что  $\Delta Q = +40$ , и будет продано  $100 + 40 = 140$  ед. После изменения цены выручка =  $140 \cdot 40 = 5600$  руб.

Выручка выросла, потому что спрос на продукт имеет высокую эластичность, а его цена снизилась (потребители переключились с других продуктов на этот).

### **Вариант 3**

Цена пирожного составляет 50 руб., а выручка кондитера – 10000 руб. в день. Эластичность спроса на пирожные равна (-2,5). Чему будет равна выручка кондитера, если он повысит цену до 60 руб.? Объясните, почему выручка изменилась.

**Решение:** При цене (P) 50 и выручке 10000 кол-во (Q) составляет 200 ед. Используя коэффициент эластичности:  $\Delta Q/\Delta P \cdot P/Q = E_D$ , находим, что  $\Delta Q = -100$ , и будет продано  $200 - 100 = 100$  ед. После изменения цены выручка =  $100 \cdot 60 = 6000$  руб.

Выручка уменьшилась, потому что спрос на продукт имеет высокую эластичность, а его цена повысилась (потребители заменили этот продукт на другой, более доступный).

### **Вариант 4**

Цена пирожного составляет 50 руб., а выручка кондитера – 10000 руб. в день. Эластичность спроса на пирожные равна (-2,5). Чему будет равна выручка кондитера, если он снизит цену до 40 руб.? Объясните, почему выручка изменилась.

**Решение:** При цене (P) 50 и выручке 10000 кол-во (Q) составляет 200 ед. Используя коэффициент эластичности:  $\Delta Q/\Delta P \cdot P/Q = E_D$ , находим, что  $\Delta Q = +100$ , и будет продано  $200 + 100 = 300$  ед. После изменения цены выручка =  $300 \cdot 40 = 12\,000$  руб.

Выручка выросла, потому что спрос на продукт имеет высокую эластичность, а его цена снизилась (потребители переключились с других продуктов на этот).

### Вариант 5

Цена пирожного составляет 50 руб., а выручка кондитера – 10000 руб. в день. Эластичность спроса на пирожные равна (-1,5). Чему будет равна выручка кондитера, если он повысит цену до 60 руб.? Объясните, почему выручка изменилась.

**Решение:** При цене (P) 50 и выручке 10000 кол-во (Q) составляет 200 ед. Используя коэффициент эластичности:  $\Delta Q/\Delta P \cdot P/Q = E_D$ , находим, что  $\Delta Q = -60$ , и будет продано  $200 - 60 = 140$  ед. После изменения цены выручка =  $140 \cdot 60 = 8400$  руб.

Выручка уменьшилась, потому что спрос на продукт имеет относительно высокую эластичность, а его цена повысилась (потребители заменили этот продукт на другой, более доступный).

### ЗАДАЧА 6

#### Вариант 1

Рассмотрим экономику страны, где производятся только два вида товаров: чай и апельсины. Известны следующие данные:

	2015 год		2018 год	
	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн
Чай	2	300	1,2	350
Апельсины	1	600	2	400

Рассчитайте номинальный и реальный ВВП этой страны в 2018 году, взяв 2015 год за базовый. Верно ли, что в 2018 году в этой стране наблюдался экономический рост по сравнению с 2015 годом? Объясните и рассчитайте темп роста в процентах.

**Решение:** Номинальный ВВП в 2018 г. =  $1,2 \cdot 350 + 2 \cdot 400 = 1220$  ден. ед.

Реальный ВВП 2018 г. (в ценах 2015 г.) =  $2 \cdot 350 + 1 \cdot 400 = 1100$  ден. ед.

ВВП 2015 г. (номинальный = реальному, т.к. базовый год) =  $2 \cdot 300 + 1 \cdot 600 = 1200$  ден. ед.

Темп роста в % =  $1100/1200 \cdot 100\% = 91,7\%$  (падение на 8,3%).

#### Вариант 2

Рассмотрим экономику страны, где производятся только два вида товаров: чай и апельсины. Известны следующие данные:

	2017 год		2018 год	
	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн
Чай	4	150	6	100
Апельсины	2	100	1,5	180

Рассчитайте номинальный и реальный ВВП этой страны в 2018 году, взяв 2017 год за базовый. Верно ли, что в 2018 году в этой стране наблюдался экономический рост по сравнению с 2017 годом? Объясните и рассчитайте темп роста в процентах.

**Решение:** Номинальный ВВП в 2018 г. =  $6 \cdot 100 + 1,5 \cdot 180 = 870$  ден. ед.

Реальный ВВП 2018 г. (в ценах 2017 г.) =  $4 \cdot 100 + 2 \cdot 180 = 760$  ден. ед.

ВВП 2017 г. (номинальный = реальному, т.к. базовый год) =  $4 \cdot 150 + 2 \cdot 100 = 800$  ден. ед.

Темп роста в % =  $760/800 \cdot 100\% = 95,0\%$  (падение на 5,0%).

### Вариант 3

Рассмотрим экономику страны, где производятся только два вида товаров: чай и апельсины. Известны следующие данные:

	2017 год		2018 год	
	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн
Чай	6	100	5	120
Апельсины	1,5	150	2	100

Рассчитайте номинальный и реальный ВВП этой страны в 2018 году, взяв 2017 год за базовый. Верно ли, что в 2018 году в этой стране наблюдался экономический рост по сравнению с 2017 годом? Объясните и рассчитайте темп роста в процентах.

**Решение:** Номинальный ВВП в 2018 г. =  $5 \cdot 120 + 2 \cdot 100 = 800$  ден. ед.

Реальный ВВП 2018 г. (в ценах 2017 г.) =  $6 \cdot 120 + 1,5 \cdot 100 = 870$  ден. ед.

ВВП 2017 г. (номинальный = реальному, т.к. базовый год) =  $6 \cdot 100 + 1,5 \cdot 150 = 825$  ден. ед.

Темп роста в % =  $870/825 \cdot 100\% = 105,5\%$  (рост на 5,5%).

### Вариант 4

Рассмотрим экономику страны, где производятся только два вида товаров: чай и апельсины. Известны следующие данные:

	2010 год		2018 год	
	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн
Чай	6	200	5	120
Апельсины	3	150	4	100

Рассчитайте номинальный и реальный ВВП этой страны в 2018 году, взяв 2010 год за базовый. Верно ли, что в 2018 году в этой стране наблюдался экономический рост по сравнению с 2010 годом? Объясните и рассчитайте темп роста в процентах.

**Решение:** Номинальный ВВП в 2018 г. =  $5 \cdot 120 + 4 \cdot 100 = 1000$  ден. ед.

Реальный ВВП 2018 г.(в ценах 2010 г.) =  $6 \cdot 120 + 3 \cdot 100 = 1020$  ден. ед.

ВВП 2010 г. (номинальный = реальному, т.к. базовый год) =  $6 \cdot 200 + 3 \cdot 150 = 1650$  ден. ед.

Темп роста в % =  $1020 / 1650 \cdot 100\% = 61,8\%$  (падение на 38,2%).

### Вариант 5

Рассмотрим экономику страны, где производятся только два вида товаров: чай и апельсины. Известны следующие данные:

	2017 год		2018 год	
	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн	Цена, ден. ед.	Объем производства, тонн
Чай	6	1000	5	1100
Апельсины	3	200	4	100

Рассчитайте номинальный и реальный ВВП этой страны в 2018 году, взяв 2017 год за базовый. Верно ли, что в 2018 году в этой стране наблюдался экономический рост по сравнению с 2017 годом? Объясните и рассчитайте темп роста в процентах.

**Решение:** Номинальный ВВП в 2018 г. =  $5 \cdot 1100 + 4 \cdot 100 = 5900$  ден. ед.

Реальный ВВП 2018 г.(в ценах 2017 г.) =  $6 \cdot 1100 + 3 \cdot 100 = 6900$  ден. ед.

ВВП 2017 г. (номинальный = реальному, т.к. базовый год) =  $6 \cdot 1000 + 3 \cdot 200 = 6600$  ден. ед.

Темп роста в % =  $6900 / 6600 \cdot 100\% = 104,5\%$  (рост на 4,5%).

### ЗАДАЧА 7

#### Вариант 1

В сентябре 2019 года мебельная мастерская изготовила 100 кресел, и все они были проданы по рыночной цене – 9 тыс. руб. за штуку. Затраты на их производство составили: 340 тыс. руб. на материалы, 180 тыс. руб. на зарплату (3 работника, зарплата каждого составляла 60 тыс. рублей в месяц), и еще 300 тыс. рублей составили постоянные издержки. Поскольку проблем со сбытом не было, и мастерская принесла неплохую прибыль, в октябре 2019 года владелец мастерской решил увеличить объем производства. Для этого он нанял еще одного работника (с такой же зарплатой, как у остальных), и закупил дополнительные материалы. В итоге затраты на материалы составили 375 тыс. руб. Постоянные издержки в октябре не изменились. Мастерская изготовила 110 кресел, и все они были проданы по той же рыночной цене, что и раньше.

Ответьте на вопросы:

А) Сколько составила прибыль мастерской в сентябре?

Б) Верным ли было решение владельца о расширении производства в октябре, с точки зрения получения прибыли? Подтвердите свой ответ расчетами.



В) Изменилась ли производительность труда работников мастерской в октябре по сравнению с сентябрем? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Выручка (сентябрь) =  $100 \cdot 9$  тыс. руб. = 900 тыс. руб. Затраты (сентябрь) =  $340+180+300 = 820$  тыс. руб. Прибыль (сентябрь) =  $900 - 820 = 80$  тыс. руб.

Б) Выручка (октябрь) =  $110 \cdot 9$  тыс. руб. = 990 тыс. руб. Затраты в октябре =  $375+180+60+300=915$  тыс. руб. Прибыль в октябре =  $990-915=75$  тыс. руб. Прибыль оказалась меньше, чем в сентябре, так как дополнительный объем выпуска оказался дороже (предельные издержки  $(915-820)/(110-100)=9500$  руб., что выше рыночной цены; себестоимость выпуска в октябре выше, чем в сентябре  $(820/100 < 915/110)$ ). Решение было неверным с точки зрения максимизации прибыли.

В) Производительность труда в октябре снизилась. В сентябре средний продукт труда составил =  $100/3=33,3$  ед. на одного работника, в октябре  $110/4 = 27,5$ . Предельный продукт 4-го работника только 10 ед.  $(110-100)$ , что значительно меньше среднего продукта.

## Вариант 2

В марте 2018 года мебельная мастерская изготовила 150 стульев, и все они были проданы по рыночной цене – 5 тыс. руб. за штуку. Затраты на их производство составили: 240 тыс. руб. на материалы, 180 тыс. руб. на зарплату (3 рабочих, зарплата каждого составляла 60 тыс. рублей в месяц), и еще 150 тыс. рублей составили постоянные издержки. Поскольку проблем со сбытом не было, в апреле 2018 года владелец мастерской решил увеличить объем производства. Для этого он нанял еще одного работника (с такой же зарплатой, как у остальных), и закупил дополнительные материалы. В итоге затраты на материалы составили 290 тыс. руб. Постоянные издержки в апреле не изменились. Мастерская изготовила 165 стульев, и все они были проданы по той же рыночной цене, что и раньше.

Ответьте на вопросы:

А) Сколько составляла себестоимость производства стульев в марте и апреле 2018 года?

Б) Верным ли было решение владельца о расширении производства в апреле, с точки зрения получения прибыли? Подтвердите свой ответ расчетами.

В) Можно ли считать, что результаты работы 4 работников оказались хуже, чем результаты работы 3 работников месяцем ранее? Объясните ответ.

**Решение:** А) Себестоимость в марте =  $(240+180+150)/150=3800$  руб./ед., себестоимость в апреле =  $(290+180+60+150)/165=4121,2$  руб./ед.

Б) Прибыль в марте =  $150 \cdot 5 - (240+180+150) = 180$  тыс. руб. Прибыль в апреле =  $165 \cdot 5 - (240+180+60+150) = 145$  тыс. руб. С точки зрения получения прибыли решение неверное.

В) 3 работника делали меньшее количество стульев, чем 4. Однако их производительность была выше ( $150/3 > 165/4$ ). Предельный продукт 4-го работника  $165-150=15$  был существенно ниже среднего продукта 3 работников ( $150/3=50$ ).

## Вариант 3

В марте 2019 года мебельная мастерская изготовила 100 стульев и продала их по рыночной цене (5 тыс. руб. за стул). Владелец мастерской заплатил 210 тыс. руб. за материалы для производства

стульев, зарплату работникам (всего работало 3 рабочих, зарплата каждого составляла 50 тыс. рублей в месяц). Кроме этого, он уплатил 90 тыс. руб. за аренду помещения и поддержку сайта. Поскольку проблем со сбытом стульев не было, в апреле 2019 года владелец мастерской решил увеличить объем производства стульев. Для этого он нанял еще одного работника (с такой же зарплатой, как у остальных), и закупил дополнительные материалы (в итоге его затраты на материалы составили 240 тыс. руб.). Плата за аренду помещения и поддержку сайта в апреле не изменилась. Мастерская произвела 110 стульев, и все они были проданы по той же рыночной цене, что и раньше.

Ответьте на вопросы:

А) Сколько составили средние постоянные и средние переменные издержки мастерской в марте и в апреле?

Б) Верным ли было решение владельца о расширении производства в апреле? Подтвердите свой ответ расчетами.

В) Можно ли считать, что эффективность использования труда в мастерской в апреле стала ниже, чем в марте? Рассчитайте и объясните.

**Решение:** А) Постоянные издержки – это 90 тыс. руб. (аренда и сайт), остальные издержки – переменные (материалы, зарплата – зависят от объема выпуска). В марте средние постоянные издержки =  $90/100=900$  руб., в апреле =  $90/110=818,2$  руб. Средние переменные издержки в марте =  $(210+50 \cdot 3)/100=3600$  руб., в апреле =  $(240+50 \cdot 4)/110= 4000$  руб.

Б) Прибыль в марте =  $100 \cdot 5 - (210 + 150 + 90) = 50$  тыс. руб. Прибыль в апреле =  $110 \cdot 5 - (240 + 150 + 50 + 90) = 20$  тыс. руб. С точки зрения получения прибыли решение неверное.

В) Средний продукт труда (производительности) в марте был  $100/3=33,3$  ед/чел; в апреле  $110/4=27,5$  ед/чел (снижение). Можно считать, что эффективность использования труда понизилась.

#### Вариант 4

В сентябре 2019 года прибыль мебельной мастерской составила 50 тыс. руб. Мастерская изготовила 100 стульев и продала их по рыночной цене (5 тыс. руб. за стул). Для производства этих стульев мастерская понесла постоянные издержки (они составляют 90 тыс. руб. в месяц) и переменные издержки – на материалы и на зарплату рабочим (всего в мастерской 2 рабочих, зарплата каждого равна 75 тыс. рублей в месяц).

В октябре 2019 года владелец мастерской решил, что он сможет увеличить прибыль, если произведет больше стульев. Для этого он нанял еще одного работника (с такой же зарплатой, как у остальных), и закупил дополнительные материалы (в итоге его затраты на материалы составили 230 тыс. руб.). Постоянные издержки в октябре не изменились. Мастерская произвела 110 стульев, и все они были проданы по той же рыночной цене, что и раньше.

Ответьте на вопросы:

А) Чему была равна себестоимость производства одного стула в мастерской в сентябре и в октябре 2019 года?

Б) Верным ли было решение владельца о расширении производства в октябре с точки зрения прибыли? Подтвердите свой ответ расчетами.

В) Изменилась ли производительность труда работников мастерской в октябре по сравнению с сентябрем? Рассчитайте и объясните.

**Решение:**

А) В сентябре общие издержки мастерской = выручка – прибыль =  $100 \cdot 5 - 50 = 450$  тыс. руб.  
Себестоимость производства =  $450/100 = 4,5$  тыс. руб. за стул.

В октябре себестоимость =  $(230 + 75 \cdot 3 + 90)/110 = 4954,5$  руб. за стул.

Б) Прибыль в сентябре была 50 тыс. руб., а в октябре  $110 \cdot 5 - (230 + 75 \cdot 3 + 90) = 5000$  руб. С точки зрения максимизации прибыли – неверное решение о расширении выпуска.

В) Изменилась. Производительность в сентябре =  $100/2 = 50$  ед/чел., в октябре  $110/3 = 36,7$  ед/чел. Предельный продукт третьего работника  $110 - 100 = 10$  стульев, существенно ниже среднего продукта.

**Вариант 5**

В сентябре 2019 года мебельная мастерская изготовила 120 кресел, и все они были проданы по рыночной цене – 9 тыс. руб. за штуку. Затраты на их производство составили: 340 тыс. руб. на материалы, 240 тыс. руб. на зарплату (работало 4 рабочих, зарплата каждого составляла 60 тыс. рублей в месяц). Еще 250 тыс. рублей было уплачено за

аренду помещения и поддержку сайта. Поскольку проблем со сбытом не было, и мастерская принесла неплохую прибыль, в октябре 2019 года владелец мастерской решил увеличить объем производства. Для этого он нанял еще одного работника (с такой же зарплатой, как у остальных), и закупил дополнительные материалы. В итоге затраты на материалы составили 390 тыс. руб. Арендная плата за помещение и плата за сайт не изменились. Мастерская изготовила 130 кресел, и все они были проданы по той же рыночной цене, что и раньше.

Ответьте на вопросы:

А) Сколько составила себестоимость производства кресел в мастерской в сентябре и октябре 2019 года?

Б) Верным ли было решение владельца о расширении производства в апреле, с точки зрения получения прибыли? Рассчитайте и объясните.

В) В каком месяце использование труда в мастерской было более эффективным? Подтвердите свой ответ расчетами.

**Решение:** А) Себестоимость в сентябре =  $(340 + 240 + 250)/120 = 6916,7$  руб./ед., себестоимость в октябре =  $(390 + 240 + 60 + 250)/130 = 7230,8$  руб./ед.

Б) Прибыль в сентябре =  $120 \cdot 9 - (340 + 240 + 250) = 250$  тыс. руб. Прибыль в октябре =  $130 \cdot 9 - (390 + 240 + 60 + 250) = 230$  тыс. руб. С точки зрения получения прибыли решение неверное.

В) В сентябре средний продукт =  $120/4=30$  ед/чел., в октябре  $130/5=26$  ед/чел. Более эффективно труд использовался в сентябре.