

## 10-11 классы

### Вариант 1

1. Известно, что  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 10$ . Найдите  $\frac{x^4+y^4}{x^4-y^4} + \frac{x^4-y^4}{x^4+y^4}$ .

**Решение.** Заметим, что  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} = 10$ . Отсюда  $\frac{x^2}{y^2} = \frac{10+2}{10-2} = \frac{3}{2}$ , тогда  $\frac{x^4}{y^4} = \frac{9}{4}$

Обозначим  $A = \frac{x^4+y^4}{x^4-y^4} + \frac{x^4-y^4}{x^4+y^4}$ , получим  $A = \frac{\frac{9}{4}+1}{\frac{9}{4}-1} + \frac{\frac{9}{4}-1}{\frac{9}{4}+1} = \frac{194}{65}$ .

**Ответ:**  $\frac{194}{65}$ .

**Ответы к другим вариантам:**  $\frac{674}{175}$ ;  $\frac{353}{136}$ ;  $\frac{1762}{369}$ .

#### Критерии проверки:

+ (10 баллов) – задача решена верно, решение полное;

± (6 баллов) – при верной логике решений ответ неверный вследствие ошибки при преобразованиях;

∓ (3 балла) – верно найдено соотношение между переменными, дальше грубые ошибки или решение не закончено;

– (0 баллов) – все остальное.

2. Ракета среднего класса семейства Р-7 имеет стартовую массу 307,65 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 500 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 300 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение.**  $F\Delta t = \Delta p$ . За 0,1 секунды:  $\Delta t = 0,1$ . Сила тяжести равняется силе тяги, следовательно,  $Mg = \frac{\Delta p}{0,1} = \frac{\mu v}{0,1}$ , где  $M$  – масса ракеты,  $\mu$  – расход топлива,  $v$  – скорость истечения газов. Отсюда  $\mu = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,1}{500} = 600 \text{ кг}$ .

**Ответ:** 600 кг.

**Ответы к другим вариантам:** 562,5; 500; 600.

#### Критерии проверки:

+ (10 баллов) – задача решена верно, решение полное;

+. (8 баллов) – при верной логике решения ответ неверный вследствие незначительной арифметической ошибки **или** ответ верный, но есть пробелы в рассуждениях;

± (6 баллов) – при верной логике решения ответ неверный вследствие существенной арифметической ошибки (например, ошибки на порядок);

– (0 баллов) – все остальное.

3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $A$  и  $B$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $C$  и  $M$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $AC$  и  $AM$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $B$  до пунктов наблюдения равны 6 и 24. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.

**Решение.** Рассмотрим первую из окружностей. Угол  $BCA$  является вписанным, следовательно, он равен половине дуги  $AB$ . Угол  $BAM$  образован хордой  $AB$  и касательной  $AM$  к окружности, поэтому он равен половине той же дуги  $AB$ . Следовательно,  $\angle BCA =$

$\angle BAM$ . Аналогично,  $\angle BCA = \angle BAM$ . Значит,  $\triangle BAC \sim \triangle AMB$ . Из подобия следует пропорция  $\frac{BC}{BA} = \frac{BA}{BM}$ , откуда  $BA = \sqrt{6 \cdot 24} = 12$ .

**Ответ:** 12.

**Ответы к другим вариантам:** 14; 16; 10.

**Критерии проверки:**

+ (10 баллов) – задача решена верно, решение полное;

± (6 баллов) – ответ верный, но есть пробелы в обосновании (например, не доказано подобие треугольников);

∓ (3 балла) – задача решена в частном случае;

– (0 баллов) – все остальное.

4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 1 \text{ см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 0,5 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 1,5 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение.** За время  $t$  поршень сдвинется на расстояние  $h = v \cdot t$ . При этом объем изменится на величину  $\Delta V = h \cdot S$ . Учитывая, что процесс изобарный с постоянным давлением, равным  $p = p_0 + \frac{mg}{S}$ , для работы газа получим  $A = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \cdot \Delta V$ .

В соответствии с первым началом термодинамики для изменения внутренней энергии, которая определяется формулой  $\Delta U = \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{i}{2} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \cdot \Delta V$ , можно записать

$$Q \cdot t = A + \Delta U \Rightarrow Q \cdot t = \frac{i+2}{2} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \cdot \Delta V \Rightarrow Q \cdot t = \frac{i+2}{2} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \cdot v \cdot t \cdot S.$$

Отсюда получим для скорости подачи тепла  $Q$ :

$$Q = \frac{i+2}{2} \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \cdot v \cdot S.$$

Следовательно, для обеспечения движения поршня выгоднее использовать одноатомный газ ( $i = 3$ ). Подставляя данные задачи, получим ответ.

**Ответ:** Одноатомный, 0,5625 Дж/с.

**Ответы к другим вариантам:** везде одноатомный, 0,6 Дж/с; 0,5 Дж/с; 1,3 Дж/с.

**Критерии проверки:**

+ (10 баллов) – задача решена верно, решение полное;

+. (8 баллов) – при верной логике решения ответ неверный вследствие незначительной арифметической ошибки;

± (6 баллов) – ответ на первый вопрос верный, при ответе на второй вопрос допущены существенные арифметические ошибки, или есть пробелы в рассуждениях;

∓ (3 балла) – ответ на первый вопрос верный, ответ на второй вопрос не дан, или рассуждение содержит грубые ошибки;

– (0 баллов) – все остальное.

5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ .

Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.

Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите –1.

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход: 10 100

Выход: –1

**Критерии проверки:** тестируется программа.

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 3$  м/с относительно станции? Не является ли такой

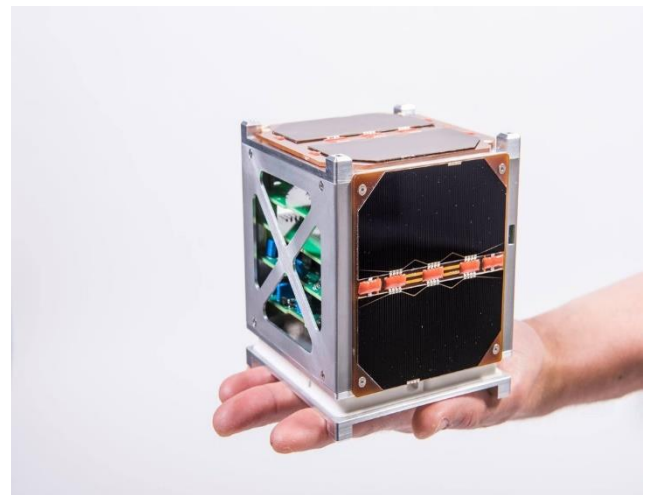


Рисунок 1

запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

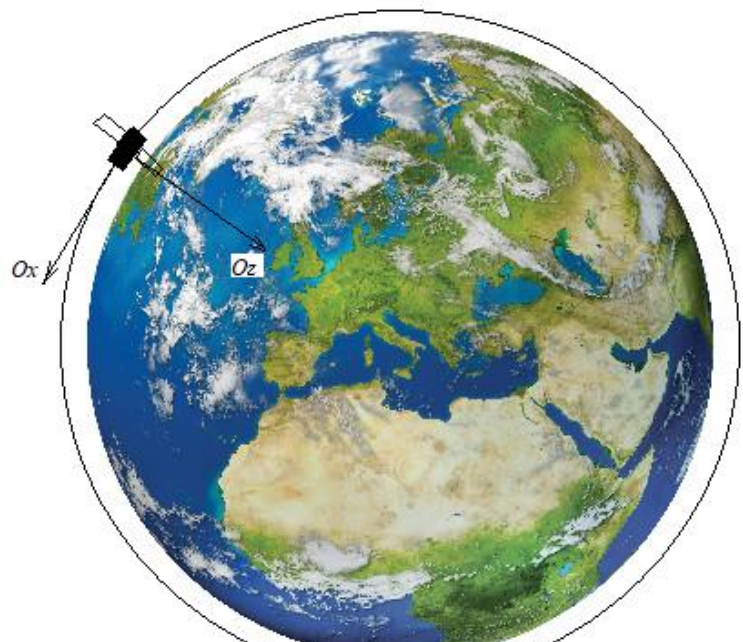


Рисунок 2

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

**Решение.**

Прежде всего, найдем скорость движения МКС. Пусть  $R = R_3 + h = 6756000$  м – радиус орбиты,  $\omega$  – угловая скорость вращения станции, а  $m$  – масса станции. По закону Ньютона,

$$mR\omega^2 = F_T = G \frac{M_3 m}{R^2} = m \frac{\mu}{R^2}$$

Тогда  $\omega = \sqrt{\mu/R^3} = 0,0011366 \text{ с}^{-1}$ , а скорость  $V = R\omega = 7679,180 \text{ м/с}$ .

а) Итак, скорость спутника относительно центра Земли равна (по модулю)  $u = V + v = 7683,180 \text{ м/с}$ . Значит, спутник, как и станция, будет двигаться по замкнутой эллиптической орбите вокруг Земли в плоскости орбиты станции. При этом поскольку космонавт придал спутнику дополнительную скорость, направленную по касательной к окружности (орбита станции), т. е. по вектору, направленному вонне окружности, то спутник в первые секунды полета окажется на более высокой орбите. Кроме того, мы уже знаем, что эта эллиптическая орбита касается круговой орбиты МКС в точке запуска спутника. Теперь заметим, что касание эллипса и окружности с центром в фокусе этого эллипса может осуществляться только в двух точках – перигее и апогее эллиптической орбиты. Действительно, если тело движется по эллиптической орбите за пределами окружности, а затем касается этой окружности, то после касания тело вновь окажется вне окружности (эллипс – выпуклая кривая). Значит, это тело вначале приближалось, а затем отдалялось от центра окружности – фокуса эллипса, т. е. точка касания была перигеем орбиты. Итак, единственной общей точкой орбиты спутника и орбиты МКС будет та самая точка, в которой космонавт осуществил запуск, т. е. спутник и МКС вновь сблизятся после одного витка. Однако опасность столкновения со спутником станции не грозит, т. к. в точку касания орбит тела придут в разное время. Большая полуось орбиты спутника больше радиуса орбиты МКС. Тогда, по закону Кеплера (квадраты периодов обращения относятся как кубы больших полуосей орбит), период обращения спутника больше, чем у МКС. Итак, после одного витка спутник придет в точку соприкосновения орбит позже станции и столкновение не произойдет. При следующих витках спутник продолжит отставать от станции и столкновение теоретически возможно только после нескольких витков, когда спутник отстанет от станции «на круг». Однако за это время различные дополнительные факторы вызовут отклонение траектории станции и вероятность столкновения пренебрежимо мала. Вывод: такой запуск спутника вполне безопасен.

б) Модуль скорости спутника находим из прямоугольного треугольника  $u = \sqrt{V^2 + v^2} = 7679,181 \text{ м/с}$ . Отсюда же находим угол между направлением движения спутника и МКС в момент броска  $\alpha = \arctg \frac{v}{V} = 0,000521$  радиана. Как и в предыдущем пункте, спутник будет двигаться по эллиптической орбите в плоскости орбиты МКС. Отличие от пункта а) в том, что эти орбиты пересекаются в точке А – точке запуска. Заметим, что если эллипс и окружность с центром в фокусе этого эллипса пересекаются, то точек пересечения ровно две. Действительно, при движении по эллипсу точка находится ближе всего к фокусу в точке перигея, затем отдаляется, достигает максимального расстояния в точке апогея, а затем вновь приближается до точки перигея. Тогда через каждое свое промежуточное значение функция расстояния от точки до фокуса проходит ровно два раза. В нашем случае спутник в первые секунды после запуска будет находиться ниже станции, т. е. пойдет по своей орбите к точке перигея, достигнет ее и затем, отдаляясь от центра Земли, пересечет орбиту МКС. Однако опасность столкновения со спутником станции не грозит, т. к. в точку пересечения орбит (точку В) тела придут в разное время. Во-первых, время движения станции от момента

запуска до точки пересечения орбит составляет приблизительно половину периода обращения  $\frac{1}{2}T = \frac{\pi}{\omega} = 2764$  с. Действительно, в силу симметрии эллипса две точки пересечения орбит симметричны относительно прямой, проходящей через фокусы и точку перигея эллипса. Но поскольку эллипс будет очень близок к окружности, то симметричная точка близка к диаметрально противоположной точке. Во-вторых, во все время этого полувитка скорость спутника будет больше скорости станции. Начальная скорость спутника фактически равна скорости станции, далее спутник движется к точке перигея и, следовательно, его скорость возрастает. После прохождения точки перигея скорость спутника начнет убывать и в силу симметрии вернется к значению  $u = 7679,181$  м/с в точке В. При этом путь, пройденный спутником меньше, чем путь, пройденный станцией (орбита спутника ниже орбиты станции). Значит, спутник обгонит станцию в точке В. Следующее пересечение орбит произойдет после одного полного витка станции. Здесь применимы рассуждения из предыдущего пункта: период обращения спутника больше периода обращения станции, и спутник от станции отстанет. Вывод: такой запуск спутника также безопасен, хотя и хуже первого способа.

в) При таком запуске орбита движения спутника будет лежать в плоскости, отличной от плоскости орбиты МКС. При этом модуль скорости спутника по-прежнему равен  $u = \sqrt{V^2 + v^2} = 7679,181$  м/с, т. е. практически совпадает со скоростью станции  $V = 7679,180$  м/с. Векторы скоростей спутника и МКС лежат в разных плоскостях, но оба перпендикулярны оси  $Oz$ . Это означает, что в плоскости своей орбиты спутник имеет те же начальные данные (радиус-вектор и вектор скорости), что и МКС в своей плоскости. Значит, орбита спутника будет круговой с тем же периодом обращения, что и у МКС. Тогда, через полвитка станция и спутник сблизятся (если пренебречь разницей между  $u$  и  $V$ , то просто столкнутся). Вывод: такой способ запуска является опасным.

#### **Критерии проверки (по баллам, максимум = 20 баллов):**

**а)** 1 балл – понимает, что орбита – эллипс;

1 балл – понимает, что орбита спутника выше орбиты МКС;

1 балл – понимает, что есть одна точка касания орбит;

2 балла – обосновывает первые три пункта;

1 балл – понимает, что время обращения спутника больше;

1 балл – обосновывает предыдущий пункт;

1 балл – делает вывод о безопасности;

1 балл – грамотное, объемное или логичное изложение своих мыслей.

**б)** 1 балл – понимает, что орбита – эллипс;

1 балл – понимает расположение эллипса или то, что орбита ниже;

1 балл – обосновывает предыдущие два пункта;

1 балл – говорит о том, что первый полупериод спутника меньше, а второй больше;

1 балл – обосновывает предыдущий пункт;

1 балл – делает вывод о безопасности;

1 балл – грамотное, объемное и логичное изложение своих мыслей.

**в)** 1 балл – понимает, что орбита – круг, и что есть угол наклона;

1 балл – обосновывает предыдущий пункт;

1 балл – понимает совпадение периодов;

1 балл – делает вывод об опасности.

## Олимпиада «Ломоносов» по космонавтике

## 10-11 классы

## Вариант 2

1. Известно, что  $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = 14$ . Найдите  $\frac{a^4+b^4}{a^4-b^4} + \frac{a^4-b^4}{a^4+b^4}$ .
2. Ракета-носитель Восток имеет стартовую массу 289,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 480 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 270 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $P$  и  $Q$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $D$  и  $E$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $PD$  и  $PE$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $Q$  до пунктов наблюдения равны 7 и 28. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 2 \text{ см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 0,8 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ . Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.  
Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите –1.

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход: 10 100

Выход: –1

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 3$  м/с

относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск

спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

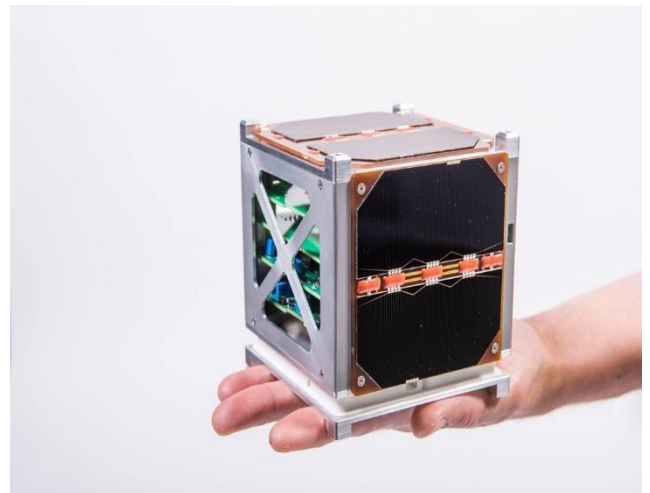


Рисунок 1

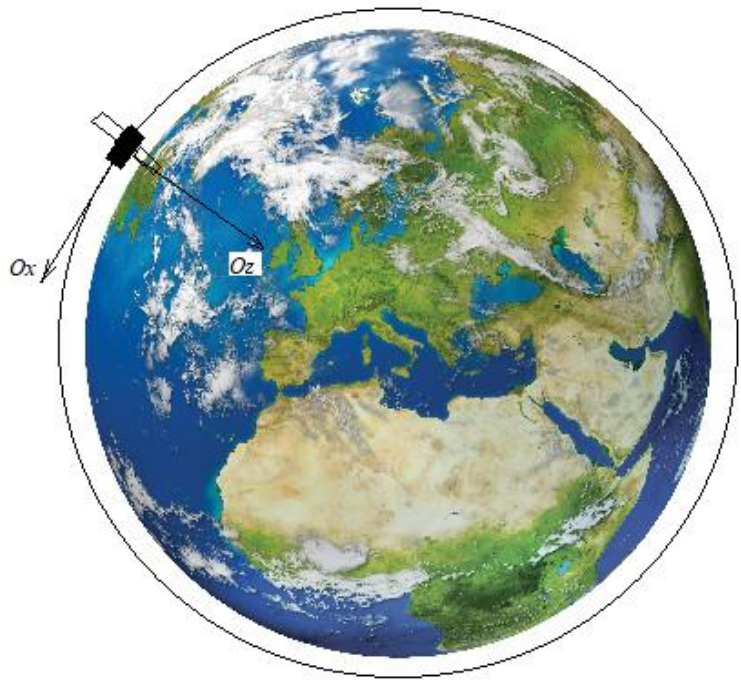


Рисунок 2

## Олимпиада «Ломоносов» по космонавтике

## 10-11 классы

## Вариант 3

1. Известно, что  $\frac{p+q}{p-q} + \frac{p-q}{p+q} = 8$ . Найдите  $\frac{p^4+q^4}{p^4-q^4} + \frac{p^4-q^4}{p^4+q^4}$ .
2. Ракета-носитель Луна имеет стартовую массу 283,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 560 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 280 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $L$  и  $N$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $T$  и  $S$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $LT$  и  $LS$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $N$  до пунктов наблюдения равны 8 и 32. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 0,8 \text{ см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1,2 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 1 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ . Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.  
Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите  $-1$ .

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход 10 100

Выход:  $-1$

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли.

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 4$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

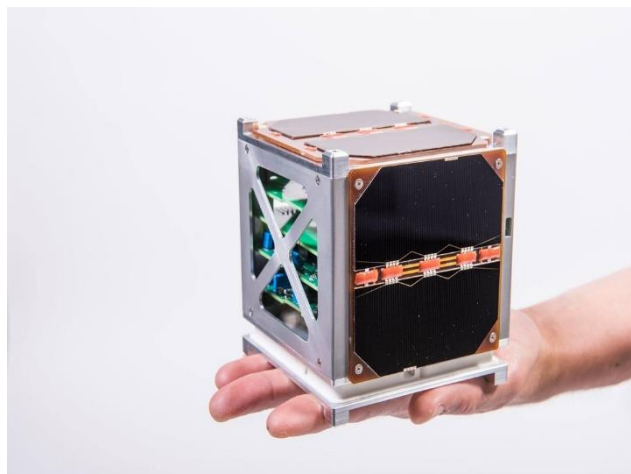


Рисунок 1

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

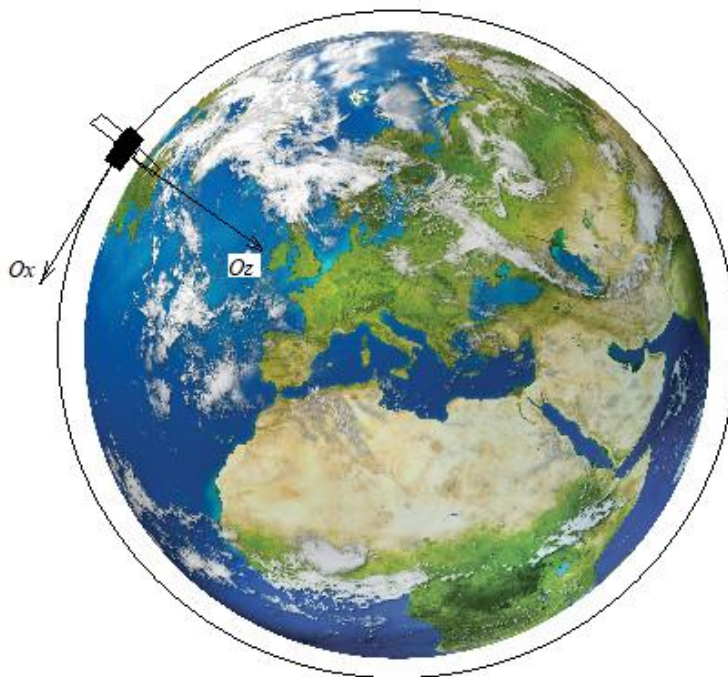


Рисунок 2

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

## Олимпиада «Ломоносов» по космонавтике

## 10-11 классы

## Вариант 4

1. Известно, что  $\frac{t+s}{t-s} + \frac{t-s}{t+s} = 18$ . Найдите  $\frac{t^4+s^4}{t^4-s^4} + \frac{t^4-s^4}{t^4+s^4}$ .
2. Ракета-носитель Полет имеет стартовую массу 279,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 450 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 270 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках X и Y. Пункты наблюдений находятся в точках U и V, расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых YU и YV пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки X до пунктов наблюдения равны 5 и 20. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 1,6 \text{ см}^2$ , заполненная одним моле́м газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 2 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел A и B, но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа A записал неверно. Он знает, что число A должно делиться на B без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе A (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на B. Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.  
Входные данные: два натуральных числа A и B, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите –1.

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход 423 141

Вход 10 100

Выход: –1

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» с рук (см. Рисунок 1). Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли.

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 6$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

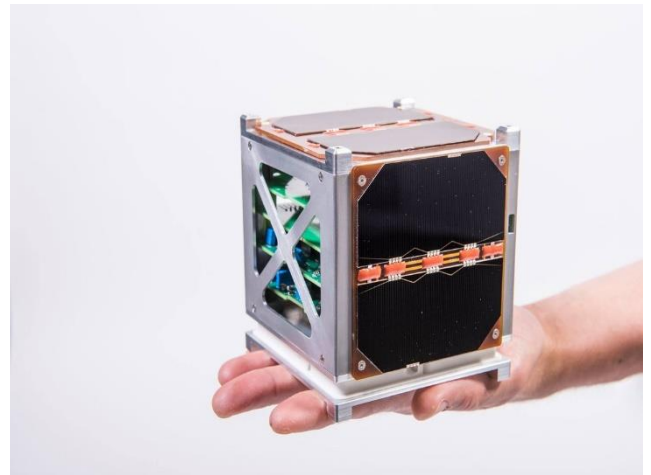


Рисунок 1

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

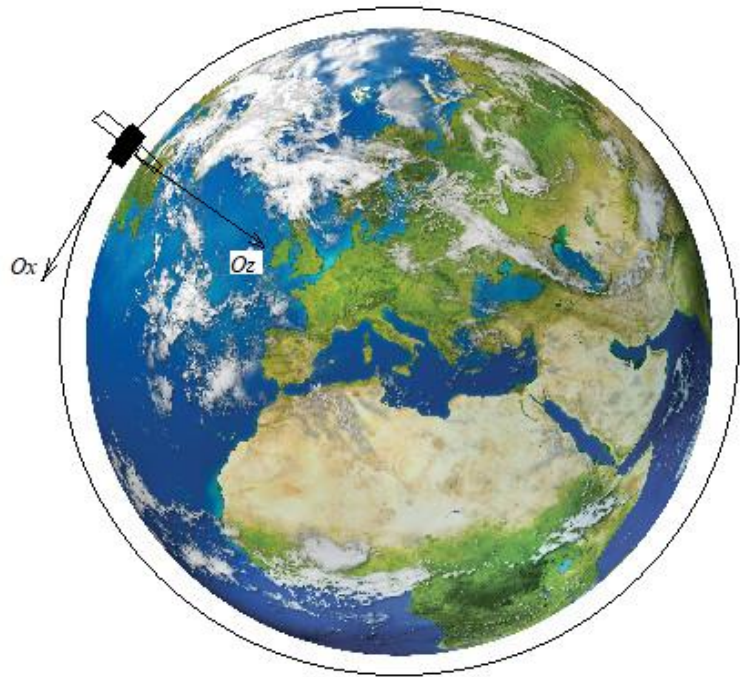


Рисунок 2

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не

является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?