

**ЗАДАНИЯ ОЧНОГО ТУРА ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ»
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ 2018/19 С РЕШЕНИЯМИ**

10—11 классы

Задача 1.

Дан отрезок единичной длины. При помощи циркуля и линейки без делений постройте:

- а) отрезок длины $\sqrt{5}$; б) отрезок длины $\sqrt{3}$.

Решение.

А) Построим отрезок длиной два, в одном из его концов восстановим перпендикуляр, и отложим на нем отрезок единичной длины. Соединив концы отрезков, получим отрезок длиной $\sqrt{5}$.

Б) Способом, аналогичным описанному в пункте А), построим отрезок длиной $\sqrt{2}$. Затем на его конце восстановим перпендикуляр, на котором отложим единичный отрезок. Соединяя концы отрезков длиной $\sqrt{2}$ и 1, получим отрезок требуемой длины.

Задача 2.

Домино — настольная игра, в процессе которой выстраивается цепь костяшек («костей», «камней»), соприкасающихся половинками с одинаковым количеством точек, обозначающим число очков. Костяшка домино представляет собой прямоугольную плитку, длина которой вдвое больше ширины. Её лицевая сторона разделена линией на две квадратные части. Каждая часть содержит от нуля до девяти точек. Костяшки, у которых обе части содержат одинаковое количество точек, называются «дублями». Набор домино содержит все возможные сочетания количества точек, и в нем нет двух одинаковых костяшек. Какое количество точек содержится на всех костяшках домино из набора?

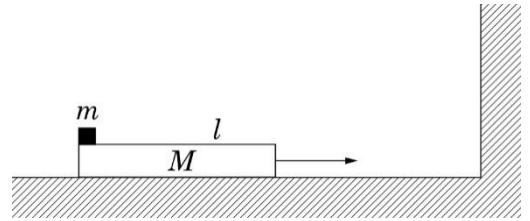
Решение.

Всевозможных сочетаний количества точек в данном случае $10 \times 10 = 100$, при этом каждая костяшка, кроме дублей, учтена два раза. Дублей всего десять. К сумме всех точек на всех костяшках добавим сумму точек на дублях. После этого, поделив получившуюся сумму на два, получим искомое число:

$$S = \frac{1}{2} \left[2 \cdot 10 \sum_{n=1}^9 n + 2 \sum_{n=1}^9 n \right] = 11 \cdot 9 \cdot 5 = 495.$$

Задача 3.

На бруске длиной l и массой M , расположенном на гладкой горизонтальной поверхности, лежит маленькое тело массой m . Коэффициент трения между телом и бруском равен μ . С какой скоростью должна двигаться система, чтобы после упругого удара о стенку тело упало с бруска?



Решение.

Из законов сохранения энергии и импульса, учитывая, что изменение кинетической энергии равно работе силы трения, получим

$$v > \sqrt{\frac{1}{2} \mu g l \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Задача 4.

Манипулятор состоит из n звеньев, длины которых составляют некоторую последовательность, зависящую от номера звена, а суммарная длина манипулятора вычисляется по формуле

$$L_n = \frac{1}{4}(33n - n^2).$$

- а) Найдите возможное количество звеньев манипулятора.
- б) Докажите, что последовательность является арифметической прогрессией.

Решение.

Длина n -ого звена

$$l_n = L_n - L_{n-1} = \frac{1}{2}(17 - n).$$

Следовательно, $1 \leq n \leq 16$. Из формулы n -ого члена получаем, что последовательность является арифметической прогрессией с первым членом, равным 8 и разностью $(-1/2)$.