

Олимпиада «ЛЮМОНОСОВ»

по механике и математическому моделированию – 2017/2018

7 – 8 классы

Критерии оценок задач:

Каждая задача оценивается в 20 баллов. Оценка 20 баллов ставится за правильное и полное решение задачи и правильный ответ.

За решение с различными недочетами (недостатки обоснования, неточности и т. д.) ставится 15 баллов. В некоторых задачах ставились также оценки 5 и 10 баллов за частичное продвижение в решении.

Внимание! Итоговый балл участника равен сумме баллов за пять задач из шести, то есть худшая из шести оценок за задачи в сумму баллов не входит.

Решения задач варианта 1878

1. Автомобилю хватало 30 л бензина на 250 км пути. В результате ремонта он стал расходовать бензина на 1 км пути на 20% меньше, чем раньше. Какое расстояние может проехать автомобиль после ремонта, если в бак залито 60 л бензина?

Ответ: 625 км. **Решение.** До ремонта расход бензина был равен

$\frac{30}{250} = \frac{3}{25}$ л/км. После ремонта расход бензина на 1 км станет равным

$\frac{3}{25} \left(1 - \frac{20}{100}\right) = \frac{12}{125}$ л. Значит, бака хватит на $60 : \left(\frac{12}{125}\right) = \frac{60 \cdot 125}{12} = 625$

км.

2. В фантастическом блокбастере состоялось сражение между двухголовыми сороконожками и трехголовыми драконами. У них оказалось суммарно 36 голов и 328 ног. Найдите общее количество участников битвы, если известно, что все драконы имеют одинаковое количество ног.

Ответ: 14. **Решение.** Пусть было x сороконожек и y драконов. Тогда,

если у каждого дракона a ног, то выполняется система
$$\begin{cases} 2x + 3y = 36, \\ 40x + ay = 328. \end{cases}$$
 Из

первого уравнения получаем, что y четно, то есть $y = 2n$, тогда $x = 18 - 3n$.

При этом $n \in [1; 5]$. Подстановка во второе уравнение дает

$40(18 - 3n) + 2an = 328$, то есть $n(60 - a) = 196$. Положительное a получается только при $n = 4$. Тогда $a = 11$, $x = 6$, $y = 8$.

3. Мотоциклист, двигаясь по круговой шоссейной трассе, проезжает мимо оброненной фляги с водой каждые 2 минуты, а также каждые 3 минуты обгоняет движущегося по этой же трассе велосипедиста. В какой-то момент он разворачивается и едет в обратном направлении. Скорости мотоциклиста и велосипедиста постоянные. Как часто мотоциклист будет встречаться с велосипедистом?

Ответ: Каждые 1,5 минуты. **Решение.** Пусть L – длина трассы, V_m и V_v – скорости мотоциклиста и велосипедиста соответственно.

$$\text{Тогда } L = V_m \cdot 2; 3(V_m - V_v) = L = 2V_m.$$

$$\text{Отсюда } V_v = \frac{1}{3}V_m \Rightarrow \text{искомое время в минутах}$$

$$\frac{L}{V_m + V_v} = \frac{2V_m}{V_m + V_m/3} = \frac{3}{2}$$

4. Условие В бак поместили шар, закрыли крышкой и через маленькое отверстие заполнили жидкостью плотностью 800 кг/м^3 , при этом шар остался лежать на дне. Когда жидкость заменили на другую, плотностью 1000 кг/м^3 , шар всплыл к верхней крышке и сила его давления на крышку оказалась вдвое меньше, чем сила давления на дно в первом случае. Определите плотность жидкости, которую нужно залить в бак, чтобы шар не давил ни на дно, ни на крышку.

Ответ: 933 кг/м^3 . **Решение.** Сила давления равна разности силы Архимеда и силы тяжести. По условию

$$N = (\rho - \rho_1)gV$$

$$\alpha N = (\rho_2 - \rho)gV$$

$$0 = (\rho_3 - \rho)gV$$

$$\text{Отсюда } \rho_3 = \rho = \frac{\rho_2 + \alpha \rho_1}{1 + \alpha} \approx 933 \text{ кг/м}^3$$

5. Семьдесят семь серверов одинаковой мощности должны обработать два массива информации. Вначале все они обрабатывают первый массив. В момент, когда было обработано 25% первого массива, 33 сервера переключили на обработку второго массива. В момент, когда было обработано еще 25% первого массива, на обработку второго массива было переключено еще 33 сервера. После этого обработка обоих массивов была закончена одновременно. Какой массив больше и во сколько раз?

Ответ: второй массив больше в $\frac{51}{16} = 3\frac{3}{16} = 3,1875$ раз.

Решение. За каждый из трех этапов работы обработана $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ первого массива соответственно. Пусть первый массив равен A (единиц информации). За время первого этапа 77 серверов обработали $\frac{A}{4}$ единиц информации в массиве I. За время второго этапа 44 сервера обработали $\frac{A}{4}$ единиц информации в массиве I, а значит, 33 сервера обработали $\frac{33}{44} \cdot \frac{A}{4} = \frac{3}{16} A$ в массиве II (см. таблицу).

Этапы работы	Массив I	Массив II
1 ($\frac{1}{4}$ первого массива)	77 серверов	0 серверов
2 ($\frac{1}{4}$ первого массива)	44 сервера	33 сервера
3 ($\frac{1}{2}$ первого массива)	11 серверов	66 серверов

За время третьего этапа 11 серверов обработали $\frac{A}{2}$ единиц информации массива I, а значит, 66 серверов обработали $\frac{66}{11} \cdot \frac{A}{2} = 3A$ единиц информации массива II.

В сумме обработано A единиц информации массива I и $\frac{3}{16}A + 3A = \frac{51}{16}A$

единиц информации массива II. Значит, второй массив в $\frac{51}{16} = 3\frac{3}{16} = 3,1875$ раз

больше.