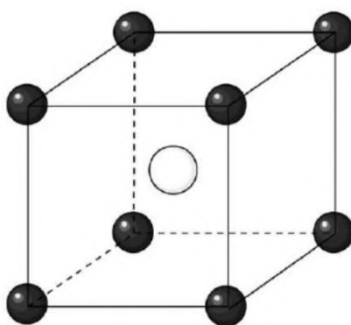




Олимпиада школьников «Ломоносов» по высоким технологиям 2025/26 учебный год. Отборочный этап. 11 класс Решения задач. Критерии оценивания

Задача по химии. Интерметаллид (5 баллов)

Вариант 1



На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 6,85 г наноразмерного серо-черного порошка.

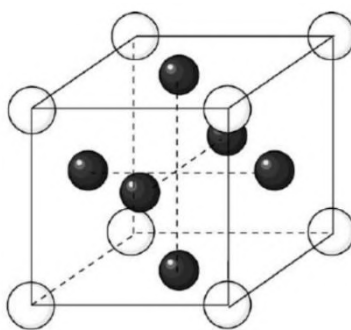
2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (2 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

1. Формула интерметаллида АВ 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 6,85 / 3,15 \approx 2,175$.
Если В – алюминий, то А – никель или кобальт, интерметаллид – NiAl. 2 балла
3. $2NiAl + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 2Ni\downarrow + 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2\uparrow$ 1 балл

Вариант 2



На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 8,67 г наноразмерного серо-черного порошка.

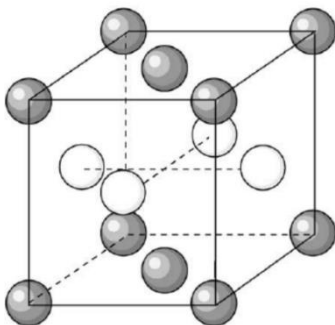
2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (2 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

1. Формула интерметаллида A_3B 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 8,67 / 1,33 \cdot 3 \approx 2,173$
Если В – алюминий, то А – никель или кобальт, интерметаллид – Ni_3Al . 2 балла
3. $2Ni_3Al + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 6Ni\downarrow + 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2\uparrow$ 1 балл

Вариант 3



На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 6,40 г наноразмерного серо-черного порошка.

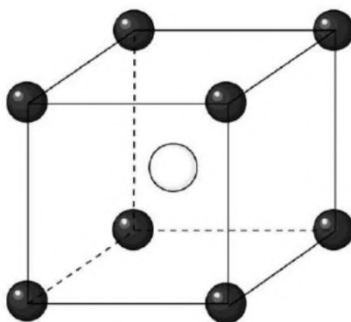
2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (2 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

1. Формула интерметаллида АВ 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 6,4 / 3,6 \approx 1,778$.
Если В – алюминий, то А – титан, интерметаллид – TiAl. 2 балла
3. $2TiAl + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 2Ti\downarrow + 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2\uparrow$ 1 балл

Вариант 4



На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 4,73 г наноразмерного серо-черного порошка.

2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (2 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

1. Формула интерметаллида АВ 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 4,73 / 5,27 \approx 0,898$.
Если В – цинк, то А – никель или кобальт, интерметаллид – NiZn. 2 балла
3. $NiZn + 2NaOH + 2H_2O \rightarrow 2Zn\downarrow + Na_2[Zn(OH)_4] + H_2\uparrow$ 1 балл

Задача по химии. Сжигание проводника (5 баллов)**Вариант 1**

Для сжигания образца проводящего полимера массой 6,50 г использовали кислород объемом 15,0 л (н.у.). Вещество сгорело без остатка, а продукты сгорания пропустили через промывалки с серной кислотой, с известковой водой, затем через склянку с суспензией вещества X для поглощения избытка кислорода. При этом масса промывалки с кислотой увеличилась на 2,70 г, с известковой водой – на 17,6 г, масса склянки с X – на 6,24 г. Непоглощенным осталось 1,12 л (н.у.) газа.

1. Назовите вещество X, суспензия которого поглощает кислород. (1 балл)
2. Найдите простейшую формулу изученного проводника. Приведите расчет. (3 балла)
3. Что это за вещество? (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

1. $Mn(OH)_2$ 1 балл
2. C_4H_3N 3 балла
3. $(C_4H_3N)_n$ – полипиррол 1 балл

Вариант 2

Для сжигания образца проводящего полимера массой 9,10 г использовали кислород объёмом 16,8 л (н.у.). Вещество сгорело без остатка, а продукты сгорания пропустили через промывалки с серной кислотой, с известковой водой, затем через склянку с суспензией вещества X для поглощения избытка кислорода. При этом масса промывалки с кислотой увеличилась на 4,50 г, с известковой водой – на 26,4 г, масса склянки с X – на 0,80 г. Непоглощённым осталось 1,12 л (н.у.) газа.

1. Назовите вещество X, суспензия которого поглощает кислород. (1 балл)
2. Найдите простейшую формулу изученного проводника. Приведите расчет. (3 балла)
3. Что это за вещество? (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

- | | |
|--|---------|
| 1. Mn(OH)_2 | 1 балл |
| 2. $\text{C}_6\text{H}_5\text{N}$ | 3 балла |
| 3. $(\text{C}_6\text{H}_5\text{N})_n$ – полианилин или полиазепины | 1 балл |

Вариант 3

Для сжигания образца проводящего полимера массой 8,20 г использовали кислород объёмом 23,5 л (н.у.). Вещество сгорело без остатка, а продукты сгорания пропустили через

промывалки с серной кислотой, с подкисленным раствором перманганата калия, с известковой водой. При этом масса промывалки с кислотой увеличилась на 1,80 г, с перманганатом калия – на 6,4 г, с известковой водой – на 17,6 г. Непоглощенным осталось 11,2 л (н.у.) газа.

1. Назовите непоглощенный газ. (1 балл)
2. Найдите простейшую формулу изученного проводника. Приведите расчет. (3 балла)
3. Что это за вещество? (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

- | | |
|-------------------------------|---------|
| 1. O_2 | 1 балл |
| 2. C_4H_2S | 3 балла |
| 3. $(C_4H_2S)_n$ – политиофен | 1 балл |

Вариант 4



Для сжигания образца проводящего полимера массой 10,80 г использовали кислород объемом 29,1 л (н.у.). Вещество сгорело без остатка, а продукты сгорания пропустили через промывалки с серной кислотой, с подкисленным раствором перманганата калия, с известковой водой. При этом масса промывалки с кислотой увеличилась на 3,60 г, с перманганатом калия – на 6,4 г, с известковой водой – на 26,4 г. Непоглощенным осталось 11,2 л (н.у.) газа.

1. Назовите непоглощенный газ. (1 балл)
2. Найдите простейшую формулу изученного проводника. Приведите расчет. (3 балла)
3. Что это за вещество? (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

- | | |
|---|---------|
| 1. O_2 | 1 балл |
| 2. C_6H_4S | 3 балла |
| 3. $(C_6H_4S)_n$ – сульфид полифенилена | 1 балл |

Задача по химии (15 баллов)**Вариант 1. Эксперимент Бюреточкина**

В лаборатории направленного поиска новых материалов профессор Мензурочкин придумал новый эксперимент. Для синтеза он просмотрел все имеющиеся реактивы в лаборатории и остановился на двух. С полки "бинарные соединения" он взял баночку, на этикетке которой было написано: «смесь эквимольная для важных экспериментов высокой чистоты».

Мензурочкин посмотрел на порошок в микроскоп и увидел, что порошок выглядит как однородная смесь [1] веществ черного (M^*) и желтого (M) цветов. Обозначим самый тяжелый элемент в M буквой S , а самый легкий элемент в M^* буквой N .

Вторую баночку Мензурочкин взял с полки "неорганические кислоты". Затем он сделал навески, тщательно перетер прекурсоры в агатовой ступке, загрузил в ампулу, вакуумировал ее и отпаял. Затем оставил на месяц в печи [2].

Достав ампулу, профессор обнаружил на стенках кристаллы зеленоватых оттенков. Это были два новых соединения F и U , содержащие в себе все элементы исходных соединений, кроме водорода. Отличаются эти соединения только соотношением элементов S и N . У соединения F в формульную единицу входит 2 атома S и один N , а у U – наоборот. А массовая доля кислорода в них 10,76% и 12,82% соответственно [3].

1. Установите формулы F , N , M^* , M , S , U , если известно, что молярные массы S и N относятся как 3,2344 к 1. (12 баллов)
2. Предположите, что является транспортным агентом в данном синтезе, если известно, что в эксперименте атмосфера всегда остается кислой. (3 балла)

[1] Дополнительно про смесь M и M^* известно, что включенные соединения имеют почти одинаковую молярную массу 223 г/моль (M) и 224 г/моль (M^*).

[2] Газотранспортный синтез основан на том, что при возникновении градиента температур возможно движение вещества из одного конца ампулы в другой. Для осуществления такого массопереноса используют дополнительный агент (вода или иное легко летучее соединение, которое в то же время активно реагирует с компонентами шихты). Примечательность этого эксперимента в том, что в результате синтеза, как правило, вырастают кристаллы, что ценно для поиска новых соединений. Также важно, что у каждого элемента своя "скорость" перемещения, поэтому могут расти кристаллы, не соответствующие исходной стехиометрии элементов. Иногда возможно изменение степени окисления элементов, однако в рамках решения задачи примите, что ОВР отсутствуют.

[3] Для расчетов используйте относительные атомные массы, округленные до целых, а количество значащих цифр 4.

Всего – 15 баллов

Решение варианта 1

1. В решении возможно несколько различных подходов, основанных на общей эрудиции решающего. Здесь будет предложено одно из данных решений.

Пусть

$$M = S_n L_m$$

$$M^* = J_k N_t$$

$$n \cdot M_r(S) + m \cdot M_r(L) = 223$$

$$k \cdot M_r(J) + t \cdot M_r(N) = 224$$

Обратим внимание на условие. Для взятия навесок он использовал только весы, а затем перетирал смесь в ступке. Это возможно только если кислота является твердой. Среди неорганических кислот в твердом виде мы знаем только H_3PO_4 , H_2SeO_3 , H_3BO_3 , $SiO_2 \cdot nH_2O$ – кислородные. Поэтому пусть остаток кислоты будет EO_z

По условию ОВР не происходит, а значит степени окисления не меняются. Тогда формулы можно записать:

$$F = S_2 N (EO_z)_q L_x J_y$$

$$U = S N_2 (EO_z)_q L_x J_y$$

Обозначим молярную массу $[(EO_z)_q L_x J_y]$ равной \mathfrak{M} , $M_r(S) = S$, $M_r(N) = N$

Тогда получим два уравнения для массовой доли кислорода (где $n = zq$ – общее количество атомов кислорода в формуле)

$$w_1 = \frac{16n}{2S + N + \mathfrak{M}}$$



$$w_2 = \frac{16n}{S + 2N + 8n}$$

Для удобства перепишем эти уравнения для обратных массовых долей, а затем произведем вычитание уравнений:

$$\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} = \frac{S}{16n} - \frac{N}{16n}$$

Отсюда получаем, что $S - N = 23.837n$

Вспомним, что $S:N=3.2341:1$. Это дает нам возможность провести поиск молярных масс в целых числах (для n)

Конечные выражения:

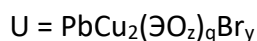
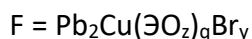
$$N = 10.668n \quad S = 34.505n$$

n	1	2	3	4	5	6	7
N	10.67	21.34	32.00	42.67	53.34	64.01	74.68
Возможный элемент N	B	—	S	—	—	Cu	—
S	34.51	69.01	103.52	138.02	172.53	207.03	241.535
Возможный элемент S	—	Ga(70)	Rh(102.9)	Ba(137) La(139)	—	Pb	Выходит за границы допустимой массы соединения M

Если решающим были выполнены условия округлений значений, то должна получиться единственно возможная комбинация, это соответственно медь и свинец. Тогда исходя из молярных масс (для M и M^*) и легким перебором можно получить что $M = \text{PbO}$ и $M^* = \text{CuBr}_2$

При реакции оксида с кислотой образуется вода, а значит кислород из оксида свинца не входит в формульную единицу, более того это объясняет почему водород не входит в конечное соединение.

Наши искомые соединения можно теперь преобразовать к виду:



Заметим еще несколько интересных выводов:

1) $n=6=zq$, то есть возможные комбинации в целых числах могут быть $(\text{EO}_1)_6$ $(\text{EO}_2)_3$ $(\text{EO}_3)_2$ $(\text{EO}_6)_1$, то есть q может принимать значения 1,2,3 (вариант с $q=6$ можно отбросить сразу в связи с крайне экзотическим кислотным остатком)

2) Суммарный заряд катионов равен +6, то есть y может принимать значения от 1 до 5

Теперь перейдем к определению элемента Э ($M_r(\text{Э}) = \text{Э}$):

$$w_1 = \frac{16 \cdot 6}{2 \cdot 207 + 64 + q\text{Э} + 16 \cdot 6 + 80y}$$

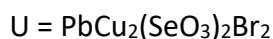
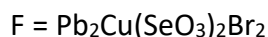
Отсюда выражаем Ξ :

$$\Xi = \frac{318.048 - 80y}{q}$$

$y \backslash q$	1	2	3
1	238.048	119.024	79.34933
2	158.048	79.024	52.68267
3	78.048	39.024	26.016
4	-1.952	-0.976	-0.65067
5	-81.952	-40.976	-27.3173

Искомый элемент – селен. Осталось выбрать правильную комбинацию $(\text{SeO}_3)_2\text{Br}_2$ или $(\text{SeO}_2)_3\text{Br}$. Исходя из химических соображений (и вывода 2) второй вариант отбрасывается.

Таким образом:



- А в качестве транспортного агента может выступать HBr , потому что атмосфера должна быть кислой. Вариант ответа, где помимо HBr указана H_2O , следует считать допустимым.

Решение задачи приведено с учетом минимальных знаний химии. Любое применение их приветствуется и позволяет значительно сократить и упростить решение задачи.

Вариант 2. Эксперимент Колбочкина



В лаборатории направленного поиска новых материалов профессор Колбочкин придумал новый эксперимент. Для синтеза он просмотрел все имеющиеся реактивы в лаборатории и остановился на двух. С полки "бинарные соединения" он взял баночку, на этикетке которой было написано: «смесь эквимольная для важных экспериментов высокой чистоты».

Колбочкин посмотрел на порошок в микроскоп и увидел, что порошок выглядит как однородная смесь [1] веществ черного (U) и красного (F) цветов. Обозначим самый тяжелый элемент в F буквой N, а самый легкий элемент в U буквой S.

Вторую баночку Колбочкин взял с полки "неорганические кислоты". Затем он с помощью весов сделал навески, тщательно перетер прекурсоры в агатовой ступке, загрузил в ампулу, вакуумировал ее и отпаял. Затем оставил на месяц в печи [2].

Достав ампулу, профессор обнаружил на стенках кристаллы зеленоватых оттенков. Это были два новых соединения – М и М*, содержащие в себе все элементы исходных соединений, кроме водорода. Отличаются эти соединения только соотношением элементов N и S. У соединения М в формульную единицу входит 2 атома N и один S, а у М* – наоборот. Массовая доля кислорода в них равна 10,76% и 12,82%, соответственно [3].

1. Установите формулы F, N, M*, M, S, U, если известно, что молярные массы S и N относятся как 3,2344 к 1. (12 баллов)
2. Предположите, что является транспортным агентом в данном синтезе, если известно, что в эксперименте атмосфера всегда остается кислой. (3 балла)

[1] Дополнительно про смесь U и F известно, что включенные соединения имеют молярную массу 223 г/моль (F) и на 1 г/моль большую (U).

[2] Газотранспортный синтез основан на том, что при возникновении градиента температур возможно движение вещества из одного конца ампулы в другой. Для осуществления такого массопереноса используют дополнительный агент (вода или иное легко летучее соединение, которое в то же время активно реагирует с компонентами шихты). Примечательность этого эксперимента в том, что в результате синтеза, как правило, вырастают кристаллы, что ценно для поиска новых соединений. Также важно, что у каждого элемента своя "скорость" перемещения, поэтому могут расти кристаллы, не соответствующие исходной стехиометрии элементов. Иногда возможно изменение степени окисления элементов, однако в рамках решения задачи примите, что ОВР отсутствуют.

[3] Для расчетов используйте относительные атомные массы, округленные до целого, а количество значащих цифр 4.

Всего – 15 баллов

Решение варианта 2

1. В решении возможно несколько различных подходов, основанных на общей эрудиции решающего. Здесь будет предложено одно из данных решений.

Пусть

$$F = N_n L_m$$

$$U = J_k S_t$$

$$n \cdot M_r(N) + m \cdot M_r(L) = 223$$

$$k \cdot M_r(J) + t \cdot M_r(S) = 224$$

Обратим внимание на условие. Для взятия навесок он использовал только весы, а затем перетирал смесь в ступке. Это возможно только если кислота является твердой.

Среди неорганических кислот в твердом виде мы знаем только H_3PO_4 , H_2SeO_3 , H_3BO_3 , $\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ – кислородные. Поэтому пусть остаток кислоты будет EO_z

По условию ОВР не происходит, а значит степени окисления не меняются. Тогда формулы можно записать:

$$M = N_2S(\text{EO}_z)_qL_xJ_y$$

$$M^* = NS_2(\text{EO}_z)_qL_xJ_y$$

Обозначим молярную массу $[(\text{EO}_z)_qL_xJ_y]$ равной \mathfrak{M} , $M_r(S)=S$, $M_r(N)=N$

Тогда получим два уравнения для массовой доли кислорода (где $n=zq$ – общее количество атомов кислорода в формуле)

$$w_1 = \frac{16n}{2N + S + \mathfrak{M}}$$

$$w_2 = \frac{16n}{N + 2S + \mathfrak{M}}$$

Для удобства перепишем эти уравнения для обратных массовых долей, а затем произведем вычитание уравнений:

$$\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} = \frac{N}{16n} - \frac{S}{16n}$$

Отсюда получаем, что $N-S=23.837n$

Вспомним, что $N:S=3.2341:1$. Это дает нам возможность провести поиск молярных масс в целых числах (для n)

Конечные выражения:

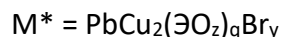
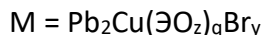
$$S = 10.668n \quad N = 34.505n$$

n	1	2	3	4	5	6	7
S	10.67	21.34	32.00	42.67	53.34	64.01	74.68
Возможный элемент S	B	—	S	—	—	Cu	—
N	34.51	69.01	103.52	138.02	172.53	207.03	241.535
Возможный элемент N	—	Ga(70)	Rh(102.9)	Ba(137) La(139)	—	Pb	Выходит за границы допустимой массы соединения F

Если решающим были выполнены условия округлений значений, то должна получиться единственно возможная комбинация, это соответственно медь и свинец. Тогда исходя из молярных масс (для F и U) и легким перебором можно получить что $F=\text{PbO}$ и $U=\text{CuBr}_2$

При реакции оксида с кислотой образуется вода, а значит кислород из оксида свинца не входит в формульную единицу, более того это объясняет почему водород не входит в конечное соединение.

Наши искомые соединения можно теперь преобразовать к виду:



Заметим еще несколько интересных выводов:

1) $n=6=zq$, то есть возможные комбинации в целых числах могут быть $(\text{ЭO}_1)_6$ $(\text{ЭO}_2)_3$ $(\text{ЭO}_3)_2$ $(\text{ЭO}_6)_1$, то есть q может принимать значения 1,2,3 (вариант с $q=6$ можно отбросить сразу в связи с крайне экзотическим кислотным остатком)

2) Суммарный заряд катионов равен +6, то есть y может принимать значения от 1 до 5

Теперь перейдем к определению элемента Э ($M_r(\text{Э})=\text{Э}$):

$$w_1 = \frac{16 \cdot 6}{2 \cdot 207 + 64 + q\text{Э} + 16 \cdot 6 + 80y}$$

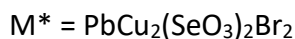
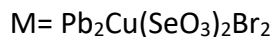
Отсюда выражаем Э:

$$\text{Э} = \frac{318.048 - 80y}{q}$$

$y \backslash q$	1	2	3
1	238.048	119.024	79.34933
2	158.048	79.024	52.68267
3	78.048	39.024	26.016
4	-1.952	-0.976	-0.65067
5	-81.952	-40.976	-27.3173

Искомый элемент – селен. Осталось выбрать правильную комбинацию $(\text{SeO}_3)_2\text{Br}_2$ или $(\text{SeO}_2)_3\text{Br}$. Исходя из химических соображений (и вывода 2) второй вариант отбрасывается.

Таким образом:



2. А в качестве транспортного агента может выступать HBr , потому что атмосфера должна быть кислой. Вариант ответа, где помимо HBr указана H_2O , следует считать допустимым.

Решение задачи приведено с учетом минимальных знаний химии. Любое применение их приветствуется и позволяет значительно сократить и упростить решение задачи.

Вариант 3. Эксперимент Пробирочкина



В лаборатории направленного поиска новых материалов профессор Пробирочкин придумал новый эксперимент. Для синтеза он просмотрел все имеющиеся реактивы в лаборатории и остановился на двух. С полки "бинарные соединения" он взял баночку, на этикетке которой было написано: «смесь эквимольная для важных экспериментов высокой чистоты».

Пробирочкин посмотрел на порошок в микроскоп и увидел, что он выглядит как однородная смесь [1] веществ черного (M^*) и желтого (M) цветов. Обозначим самый тяжелый элемент в M буквой Γ , а самый легкий элемент в M^* буквой H .

Вторую баночку Пробирочкин взял с полки "неорганические кислоты". Затем он с помощью весов сделал навески, тщательно перетер прекурсоры в агатовой ступке, загрузил в ампулу, вакуумировал ее и отпаял. Затем оставил на месяц в печи [2].

Достав ампулу, профессор обнаружил на стенках кристаллы зеленоватых оттенков. Это были два новых соединения – Φ и $У$, содержащие в себе все элементы исходных соединений, кроме водорода.

Отличаются эти соединения только соотношением элементов Γ и H . У соединения Φ в формульную единицу входит 2 атома Γ и один H , а у $У$ – наоборот. Массовая доля кислорода в них равна 10,76% и 12,82%, соответственно [3].

- 1. Установите формулы Φ , H , M^* , M , Γ , $У$, если известно, что молярные массы Γ и H относятся как 3,2344 к 1. (12 баллов)**
- 2. Предположите, что является транспортным агентом в данном синтезе, если известно, что в эксперименте атмосфера всегда остается кислой. (3 балла)**

[1] Дополнительно про смесь M и M^* известно, что включенные соединения имеют молярную массу 224 г/моль (M^*) и на 1 г/моль меньшую (M).

[2] Газотранспортный синтез основан на том, что при возникновении градиента температур возможно движение вещества из одного конца ампулы в другой. Для осуществления такого массопереноса используют дополнительный агент (вода или иное легко летучее соединение, которое в то же время активно реагирует с компонентами шихты). Примечательность этого эксперимента в том, что в результате синтеза, как правило, вырастают кристаллы, что ценно для поиска новых соединений. Также важно, что для каждого элемента своя "скорость" перемещения, поэтому могут расти кристаллы, не соответствующие исходной стехиометрии элементов. Иногда возможно изменение степени окисления элементов, однако в рамках решения задачи примите, что ОВР отсутствуют.

[3] Для расчетов используйте относительные атомные массы, округленные до целого, а количество значащих цифр 4.

Всего – 15 баллов

Решение варианта 3

1. В решении возможно несколько различных подходов, основанных на общей эрудиции решающего. Здесь будет предложено одно из данных решений.

Пусть

$$M = \Gamma_n L_m$$

$$M^* = J_k H_t$$

$$n \cdot M_r(\Gamma) + m \cdot M_r(L) = 223$$

$$k \cdot M_r(J) + t \cdot M_r(H) = 224$$

Обратим внимание на условие. Для взятия навесок он использовал только весы, а затем перетирал смесь в ступке. Это возможно только если кислота является твердой. Среди неорганических кислот в твердом виде мы знаем только H_3PO_4 , H_2SeO_3 , H_3BO_3 , $SiO_2 \cdot nH_2O$ – кислородные. Поэтому пусть остаток кислоты будет EO_z

По условию ОВР не происходит, а значит степени окисления не меняются. Тогда формулы можно записать:

$$\Phi = \Gamma_2 H (EO_z)_q L_x J_y$$

$$Y = \Gamma H_2 (EO_z)_q L_x J_y$$

Обозначим молярную массу $[(EO_z)_q L_x J_y]$ равной \mathfrak{M} , $M_r(\Gamma) = \Gamma$, $M_r(H) = H$

Тогда получим два уравнения для массовой доли кислорода (где $n = zq$ – общее количество атомов кислорода в формуле)

$$w_1 = \frac{16n}{2\Gamma + H + \mathfrak{M}}$$

$$w_2 = \frac{16n}{\Gamma + 2H + \mathfrak{M}}$$

Для удобства перепишем эти уравнения для обратных массовых долей, а затем произведем вычитание уравнений:

$$\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} = \frac{\Gamma}{16n} - \frac{H}{16n}$$

Отсюда получаем, что $\Gamma - H = 23.837n$

Вспомним, что $\Gamma : H = 3.2341 : 1$. Это дает нам возможность провести поиск молярных масс в целых числах (для n)

Конечные выражения:

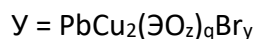
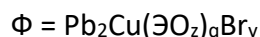
$$H = 10.668n \quad \Gamma = 34.505n$$

n	1	2	3	4	5	6	7
H	10.67	21.34	32.00	42.67	53.34	64.01	74.68
Возможный элемент H	B	—	S	—	—	Cu	—
Г	34.51	69.01	103.52	138.02	172.53	207.03	241.535
Возможный элемент Г	—	Ga(70)	Rh(102.9)	Ba(137) La(139)	—	Pb	Выходит за границы допустимой массы соединения М

Если решающим были выполнены условия округлений значений, то должна получиться единственно возможная комбинация, это соответственно медь и свинец. Тогда исходя из молярных масс (для М и М*) и легким перебором можно получить что $M = \text{PbO}$ и $M^* = \text{CuBr}_2$

При реакции оксида с кислотой образуется вода, а значит кислород из оксида свинца не входит в формульную единицу, более того это объясняет почему водород не входит в конечное соединение.

Наши искомые соединения можно теперь преобразовать к виду:



Заметим еще несколько интересных выводов:

1) $n=6=zq$, то есть возможные комбинации в целых числах могут быть $(\text{ЭO}_1)_6$ $(\text{ЭO}_2)_3$ $(\text{ЭO}_3)_2$ $(\text{ЭO}_6)_1$, то есть q может принимать значения 1,2,3 (вариант с q=6 можно отбросить сразу в связи с крайне экзотическим кислотным остатком)

2) Суммарный заряд катионов равен +6, то есть y может принимать значения от 1 до 5

Теперь перейдем к определению элемента Э ($M_r(\text{Э})=\text{Э}$):

$$w_1 = \frac{16 \cdot 6}{2 \cdot 207 + 64 + q\text{Э} + 16 \cdot 6 + 80y}$$

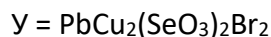
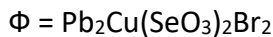
Отсюда выражаем Э:

$$\text{Э} = \frac{318.048 - 80y}{q}$$

y\q	1	2	3
1	238.048	119.024	79.34933
2	158.048	79.024	52.68267
3	78.048	39.024	26.016
4	-1.952	-0.976	-0.65067
5	-81.952	-40.976	-27.3173

Искомый элемент – селен. Осталось выбрать правильную комбинацию $(\text{SeO}_3)_2\text{Br}_2$ или $(\text{SeO}_2)_3\text{Br}$. Исходя из химических соображений (и вывода 2) второй вариант отбрасывается.

Таким образом:



2. А в качестве транспортного агента может выступать HBr , потому что атмосфера должна быть кислой. Вариант ответа, где помимо HBr указана H_2O , следует считать допустимым.

Решение задачи приведено с учетом минимальных знаний химии. Любое применение их приветствуется и позволяет значительно сократить и упростить решение задачи.

Вариант 4. Эксперимент Бюреточкина



В лаборатории направленного поиска новых материалов профессор Бюреточкин придумал новый эксперимент. Для синтеза он просмотрел все имеющиеся реактивы в лаборатории и остановился на двух. С полки "бинарные соединения" он взял баночку, на этикетке которой было написано: «смесь эквимольная для важных экспериментов высокой чистоты».

Бюреточкин посмотрел на порошок в микроскоп и увидел, что порошок выглядит как однородная смесь [1] веществ черного (Υ) и красного (Φ) цветов. Обозначим самый тяжелый элемент в Φ буквой Н, а самый легкий элемент в Υ буквой Г.

Вторую баночку Бюреточкин взял с полки "неорганические кислоты". Затем он с помощью весов сделал навески, тщательно перетер прекурсоры в агатовой ступке, загрузил в ампулу, вакуумировал ее и отпаял. Затем оставил на месяц в печи [2].

Достав ампулу, профессор обнаружил на стенках кристаллы зеленоватых оттенков. Это были два новых соединения М и M^* , содержащие в себе все элементы исходных соединений, кроме водорода.

Отличаются эти соединения только соотношением элементов Н и Г. У соединения М в формульную единицу входит 2 атома Н и один Г, а у M^* – наоборот. Массовая доля кислорода в них равна 10,76% и 12,82%, соответственно [3].

1. Установите формулы Ф, Н, М*, М, Г, У, если известно, что молярные массы Н и Г соотносятся как 1 к 0,3092. (12 баллов)
2. Предположите, что является транспортным агентом в данном синтезе, если известно, что в эксперименте атмосфера всегда остается кислой. (3 балла)

[1] Дополнительно про смесь У и Ф известно, что включенные соединения имеют почти одинаковую молярную массу – 223г/моль (Ф) и 224 г/моль (У).

[2] Газотранспортный синтез основан на том, что при возникновении градиента температур возможно движение вещества из одного конца ампулы в другой. Для осуществления такого массопереноса используют дополнительный агент (вода или иное легко летучее соединение, которое в то же время активно реагирует с компонентами шихты). Примечательность этого эксперимента в том, что в результате синтеза, как правило, вырастают кристаллы, что ценно для поиска новых соединений. Также важно, что для каждого элемента своя "скорость" перемещения, поэтому могут расти кристаллы, не соответствующие исходной стехиометрии элементов. Иногда возможно изменение степени окисления элементов, однако в рамках решения задачи примите, что ОВР отсутствуют.

[3] Для расчетов используйте относительные атомные массы, округленные до целого, а количество значащих цифр 4.

Всего – 15 баллов

Решение варианта 4

1. В решении возможно несколько различных подходов, основанных на общей эрудиции решающего. Здесь будет предложено одно из данных решений.

Пусть

$$\Phi = H_n L_m$$

$$Y = J_k \Gamma_t$$

$$n \cdot M_r(H) + m \cdot M_r(L) = 223$$

$$k \cdot M_r(J) + t \cdot M_r(\Gamma) = 224$$

Обратим внимание на условие. Для взятия навесок он использовал только весы, а затем перетирал смесь в ступке. Это возможно только если кислота является твердой. Среди неорганических кислот в твердом виде мы знаем только H_3PO_4 , H_2SeO_3 , H_3BO_3 , $SiO_2 \cdot nH_2O$ – кислородные. Поэтому пусть остаток кислоты будет EO_z

По условию ОВР не происходит, а значит степени окисления не меняются. Тогда формулы можно записать:

$$M = H_2 \Gamma_q (EO_z)_q L_x J_y$$

$$M^* = H \Gamma_2 (EO_z)_q L_x J_y$$

Обозначим молярную массу $[(\text{ЭO}_z)_q\text{L}_x\text{J}_y]$ равной \mathfrak{M} , $M_r(\text{H})=\text{H}$, $M_r(\Gamma)=\Gamma$

Тогда получим два уравнения для массовой доли кислорода (где $n=zq$ – общее количество атомов кислорода в формуле)

$$w_1 = \frac{16n}{2\text{H} + \Gamma + \mathfrak{M}}$$

$$w_2 = \frac{16n}{\text{H} + 2\Gamma + \mathfrak{M}}$$

Для удобства перепишем эти уравнения для обратных массовых долей, а затем произведем вычитание уравнений:

$$\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} = \frac{\text{H}}{16n} - \frac{\Gamma}{16n}$$

Отсюда получаем, что $\text{H}-\Gamma=23.837n$

Вспомним, что $\text{H}:\Gamma=3.2341:1$. Это дает нам возможность провести поиск молярных масс в целых числах (для n)

Конечные выражения:

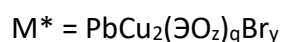
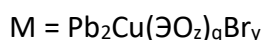
$$\Gamma = 10.668n \quad \text{H} = 34.505n$$

n	1	2	3	4	5	6	7
Г	10.67	21.34	32.00	42.67	53.34	64.01	74.68
Возможный элемент Г	B	–	S	–	–	Cu	–
Н	34.51	69.01	103.52	138.02	172.53	207.03	241.535
Возможный элемент Н	–	Ga(70)	Rh(102.9)	Ba(137) La(139)	–	Pb	Выходит за границы допустимой массы соединения Ф

Если решающим были выполнены условия округлений значений, то должна получиться единственно возможная комбинация, это соответственно медь и свинец. Тогда исходя из молярных масс (для Ф и У) и легким перебором можно получить что $\text{Ф}=\text{PbO}$ и $\text{У}=\text{CuBr}_2$

При реакции оксида с кислотой образуется вода, а значит кислород из оксида свинца не входит в формульную единицу, более того это объясняет почему водород не входит в конечное соединение.

Наши искомые соединения можно теперь преобразовать к виду:



Заметим еще несколько интересных выводов:

1) $n=6=q$, то есть возможные комбинации в целых числах могут быть $(\text{ЭO}_1)_6$ $(\text{ЭO}_2)_3$ $(\text{ЭO}_3)_2$ $(\text{ЭO}_6)_1$, то есть q может принимать значения 1,2,3 (вариант с $q=6$ можно отбросить сразу в связи с крайне экзотическим кислотным остатком)

2) Суммарный заряд катионов равен +6, то есть y может принимать значения от 1 до 5

Теперь перейдем к определению элемента Э ($M_r(\text{Э})=\text{Э}$):

$$w_1 = \frac{16 \cdot 6}{2 \cdot 207 + 64 + q\text{Э} + 16 \cdot 6 + 80y}$$

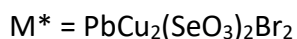
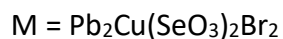
Отсюда выражаем Э:

$$\text{Э} = \frac{318.048 - 80y}{q}$$

$y \backslash q$	1	2	3
1	238.048	119.024	79.34933
2	158.048	79.024	52.68267
3	78.048	39.024	26.016
4	-1.952	-0.976	-0.65067
5	-81.952	-40.976	-27.3173

Искомый элемент – селен. Осталось выбрать правильную комбинацию $(\text{SeO}_3)_2\text{Br}_2$ или $(\text{SeO}_2)_3\text{Br}$. Исходя из химических соображений (и вывода 2) второй вариант отбрасывается.

Таким образом:

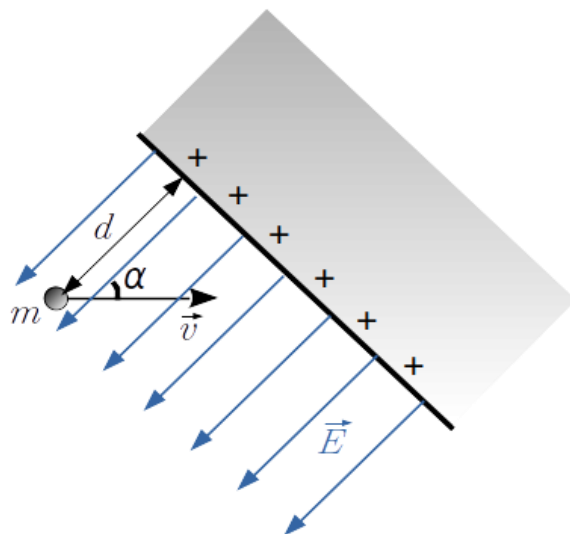


- А в качестве транспортного агента может выступать HBr , потому что атмосфера должна быть кислой. Вариант ответа, где помимо HBr указана H_2O , следует считать допустимым.

Решение задачи приведено с учетом минимальных знаний химии. Любое применение их приветствуется и позволяет значительно сократить и упростить решение задачи.

Задача по физике. Частица в электрическом поле (8 баллов)

Вариант 1



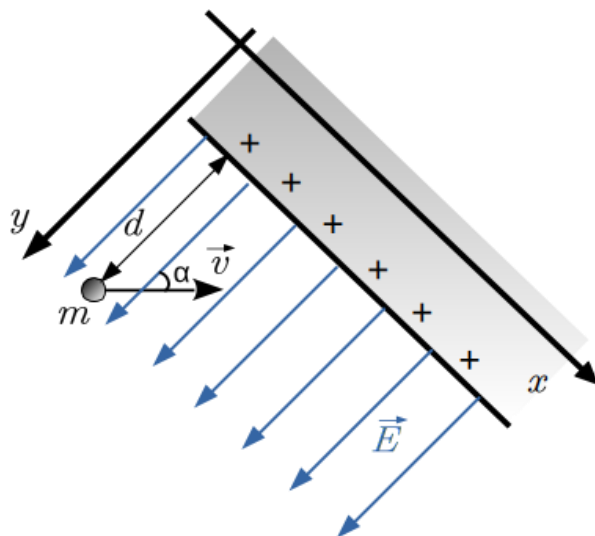
Положительно заряженная пластина создает однородное электрическое поле. Протон влетает в это поле, как показано на рис. Сила тяжести пренебрежимо мала. В начальный момент расстояние от частицы до пластины $d = 20$ см. Начальная скорость $v = 10^6$ м/с, напряженность поля $E = 10^4$ В/м. $\alpha = 60^\circ$.

Найти минимальное расстояние x протона до пластины в процессе полета. (8 баллов)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 1

Для решения задачи воспользуемся законом сохранения полной механической энергии заряженной частицы в электрическом поле:



$$qEy_1 + \frac{mv_1^2}{2} = qEy_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = qE(y_2 - y_1)$$

Выберем координатные оси так, как показано на рисунке. Сила со стороны электрического поля будет действовать вдоль оси Y . Поэтому, в процессе полета будет меняться проекция скорости только на ось Y , а проекция на ось X будет неизменной. В момент максимального сближения у частицы скорость будет равна только проекции на ось X .

$$v_2 = v_1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$y_1 = d, \text{ а } y_2 = x$$

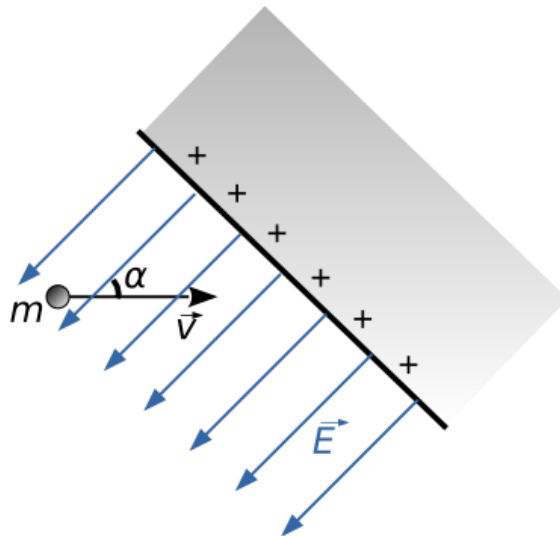
Таким образом:

$$x = d - \frac{mv_1^2 \cos^2(\alpha)}{2qE}$$

Подставляя числа, получим:

$$x = 0.2 - \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{12} \cos^2(60)}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4} \approx 0.07 \text{ м} = 7 \text{ см}$$

Вариант 2

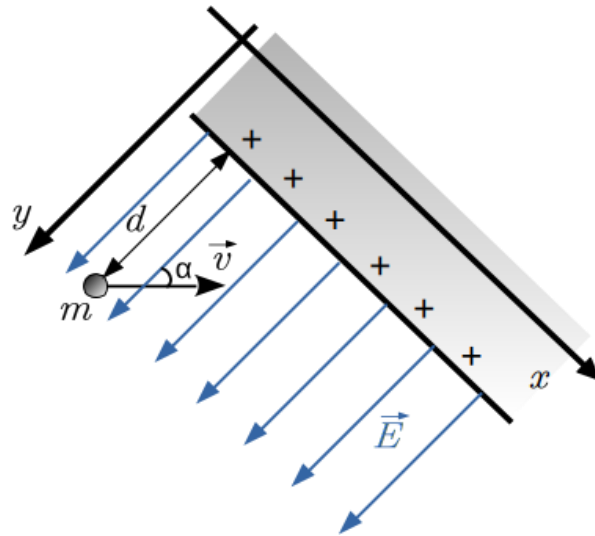


Положительно заряженная пластина создает однородное электрическое поле. Протон влетает в это поле, как показано на рис. Сила тяжести пренебрежимо мала. Начальная скорость $v = 10^6$ м/с, напряженность поля $E = 10^4$ В/м. $\alpha = 60^\circ$.

Найти время, спустя которое вектор скорости будет перпендикулярен начальному вектору v . (8 баллов)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 2



Выберем координатные оси так, как показано на рисунке. Сила со стороны электрического поля будет действовать вдоль оси Y . Поэтому, в процессе полета будет меняться проекция скорости только на ось Y , а проекция на ось X будет неизменной.

Для нахождения времени, спустя которое вектор скорости будет перпендикулярен начальному вектору скорости, выразим скалярное произведение векторов и приравняем его нулю:

$$v_{1x}v_{2x} + v_{1y}v_{2y} = 0$$

Вдоль оси X движение равномерное $v_{1x} = v_{2x} = v_1 \cdot \sin(\alpha)$

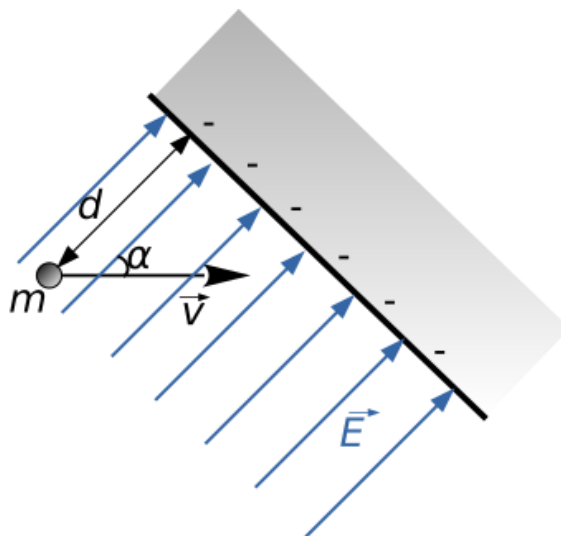
Вдоль оси Y движение равноускоренное: $v_{1y} = -v_1 \cos(\alpha)$, а $v_{2y} = -v_1 \cos(\alpha) + \frac{qEt}{m}$.

Подставляя проекции скорости в скалярное произведение, выразим время:

$$t = \frac{mv_1}{qE \cos(\alpha)}$$

$$t = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 \cos(60)} \approx 2.09 \cdot 10^{-6} \text{ c}$$

Вариант 3



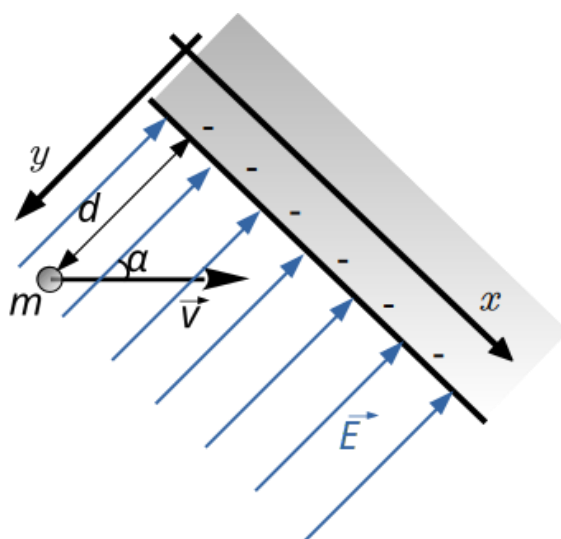
Отрицательно заряженная пластина создает однородное электрическое поле. Отрицательно заряженный ион He^- влетает в это поле, как показано на рис. Сила тяжести пренебрежимо мала. В начальный момент расстояние от частицы до пластины $d = 30$ см. Начальная скорость $v = 10^6$ м/с, напряженность поля $E = 5 \cdot 10^4$ В/м. $\alpha = 60^\circ$.

Найти минимальное расстояние x иона до пластины в процессе полета. (8 баллов)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 3

Для решения задачи воспользуемся законом сохранения полной механической энергии заряженной частицы в электрическом поле:



$$qEy_1 + \frac{mv_1^2}{2} = qEy_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = qE(y_2 - y_1)$$

Выберем координатные оси так, как показано на рисунке. Сила со стороны электрического поля будет действовать вдоль оси Y . Поэтому, в процессе полета будет меняться проекция скорости только на ось Y , а проекция на ось X будет неизменной. В момент максимального сближения у частицы скорость будет равна только проекции на ось X .

$$v_2 = v_1 \cdot \sin(\alpha)$$

$$y_1 = d, \text{ а } y_2 = x$$

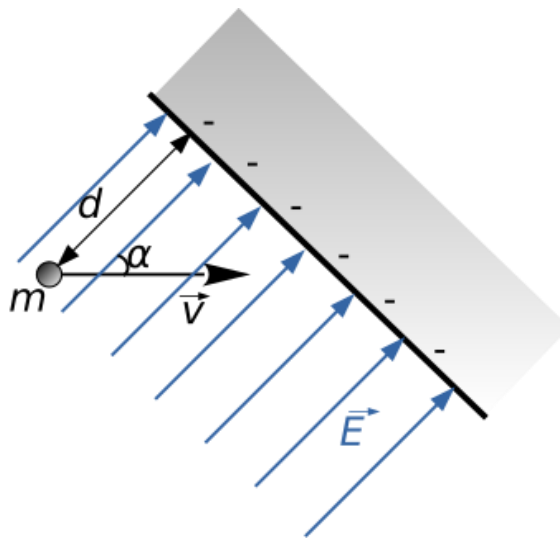
Таким образом:

$$x = d - \frac{mv_1^2 \cos^2(\alpha)}{2qE}$$

Подставляя числа, получим:

$$x = 0.3 - \frac{4 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{12} \cos^2(60)}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4} \approx 0.20 \text{ м} = 20 \text{ см}$$

Вариант 4

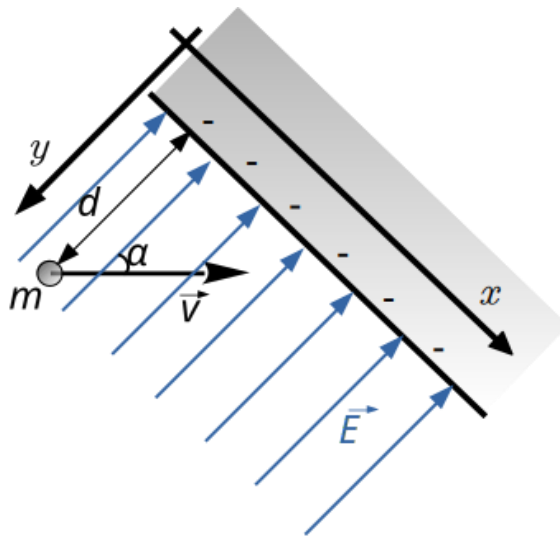


Отрицательно заряженная пластина создает однородное электрическое поле. Отрицательно заряженный ион He^- влетает в это поле, как показано на рис. Сила тяжести пренебрежимо мала. Начальная скорость $v = 10^6$ м/с, напряженность поля $E = 10^4$ В/м. $\alpha = 60^\circ$.

Найти время, спустя которое вектор скорости будет перпендикулярен начальному вектору v . (8 баллов)

Всего – 8 баллов

Решение варианта 4



Выберем координатные оси так, как показано на рисунке. Сила со стороны электрического поля будет действовать вдоль оси Y . Поэтому, в процессе полета будет меняться проекция скорости только на ось Y , а проекция на ось X будет неизменной.

Для нахождения времени, спустя которое вектор скорости будет перпендикулярен начальному вектору скорости, выразим скалярное произведение векторов и приравняем его нулю:

$$v_{1x}v_{2x} + v_{1y}v_{2y} = 0$$

Вдоль оси X движение равномерное $v_{1x} = v_{2x} = v_1 \cdot \sin(\alpha)$

Вдоль оси Y движение равноускоренное: $v_{1y} = -v_1 \cos(\alpha)$, а $v_{2y} = -v_1 \cos(\alpha) + \frac{qEt}{m}$.

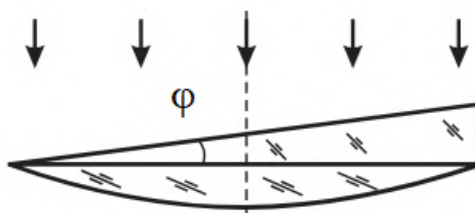
Подставляя проекции скорости в скалярное произведение, выразим время:

$$t = \frac{mv_1}{qE \cos(\alpha)}$$

$$t = \frac{4 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 \cos(60)} \approx 8.36 \cdot 10^{-6} \text{ c}$$

Задача по физике. Призма и линза (8 баллов)

Вариант 1



На плоско-выпуклую линзу положили стеклянную треугольную призму. Полученную фигуру осветили пучком параллельного монохроматического света. Направление света параллельно главной оптической оси плоско-выпуклой линзы.

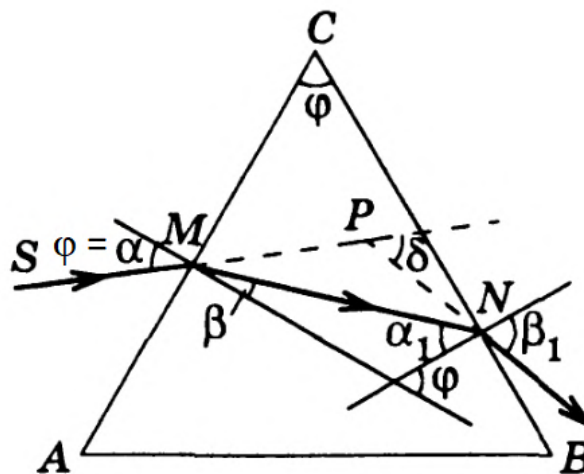
Нарисуйте ход лучей, проходящих через призму с линзой. Найдите расстояние l от центра линзы до места, где сойдутся лучи. (8 баллов)

Показатель преломления стекла линзы и призмы равен $n = 1.54$. Радиус сферической поверхности линзы $R = 20$ см, угол при вершине призмы $\varphi = 30^\circ$. Толщина линзы мала по сравнению с её радиусом. Ответ округлите до тысячных.

Всего – 8 баллов

Решение варианта 1

Рассматриваемая система состоит из призмы и обычной плосковыпуклой линзы, разделённых плоской поверхностью. Система освещается параллельным пучком монохроматического света. Свет падает на поверхность призмы под углом φ . Проходит через призму, а затем через линзу. Между призмой и линзой имеется тонкая воздушная прослойка, но она не влияет на работу оптической системы.

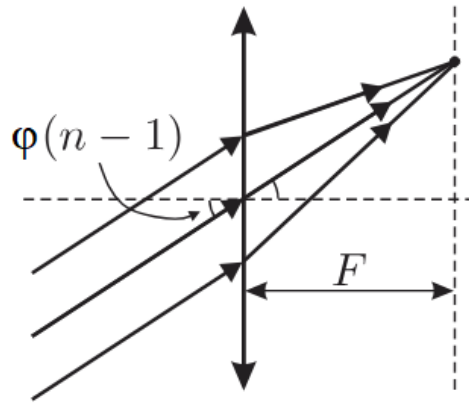


При прохождении через призму пучок лучей после выхода из неё в воздух поворачивается на угол:

$$\delta = \varphi(n - 1).$$

Теперь этот пучок попадёт из воздуха в линзу, после прохождения через неё лучи соберутся в фокальной плоскости линзы в точке с координатами:

$$(F ; F \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n - 1))).$$



Фокусное расстояние линзы вычислим из формулы тонкой линзы.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Лучи параллельные, поэтому $d \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{d} \rightarrow 0$. Линза плосковыпуклая, поэтому $R_1 \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{R_1} \rightarrow 0$, $R_2 = R$. Фокус линзы F :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} \right),$$

$$F = \frac{R}{(n-1)} = \frac{0.2 \text{ м}}{(1.54-1)} = 0.37037 \text{ м.}$$

Отсюда получаем координаты фокуса системы:

$$\left(\frac{R}{(n-1)}, \frac{R \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))}{(n-1)} \right).$$

Искомое расстояние от центра линзы до места, где сойдутся лучи:

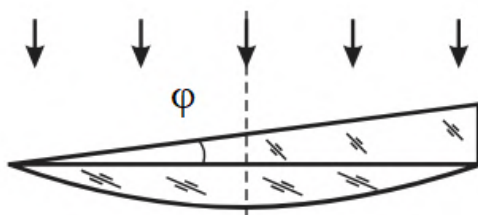
$$l = \frac{F}{\cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))}.$$

Подставим численные значения $n = 1.54$, $R = 20 \text{ см}$, $\varphi = 30^\circ$:

$$\begin{aligned} l &= \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))} = \frac{0.2 \text{ м}}{(1.54-1) \cdot \cos(30^\circ(1.54-1))} = \\ &= \frac{0.2}{0.54 \cdot \cos(16.2^\circ)} = \frac{0.2}{0.54 \cdot 0.96029} = 0.385686 \approx 0.386 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: $l = 0.386 \text{ м.}$

Вариант 2



На плоско-выпуклую линзу положили стеклянную треугольную призму. Полученную фигуру осветили пучком параллельного монохроматического света. Направление света параллельно главной оптической оси плоско-выпуклой линзы.

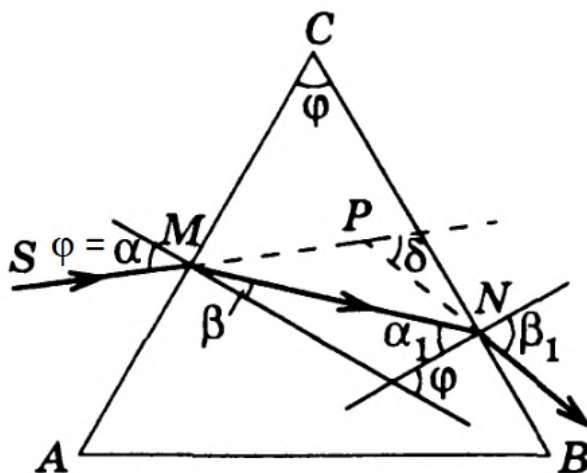
Нарисуйте ход лучей, проходящих через призму с линзой. Найдите расстояние l от центра линзы до места, где сойдутся лучи. (8 баллов)

Показатель преломления стекла линзы и призмы равен $n = 1.48$. Радиус сферической поверхности линзы $R = 18$ см, угол при вершине призмы $\varphi = 45^\circ$. Толщина линзы мала по сравнению с её радиусом. Ответ округлите до тысячных.

Всего – 8 баллов

Решение варианта 2

Рассматриваемая система состоит из призмы и обычной плосковыпуклой линзы, разделённых плоской поверхностью. Система освещается параллельным пучком монохроматического света. Свет падает на поверхность призмы под углом φ . Проходит через призму, а затем через линзу. Между призмой и линзой имеется тонкая воздушная прослойка, но она не влияет на работу оптической системы.

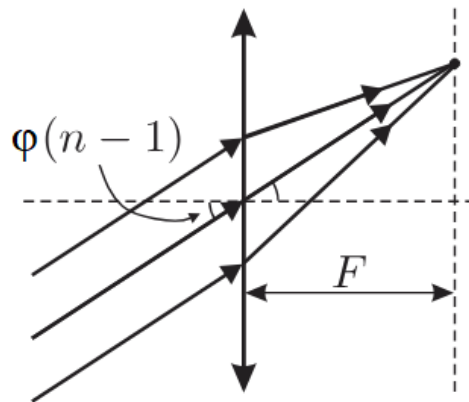


При прохождении через призму пучок лучей после выхода из неё в воздух поворачивается на угол:

$$\delta = \varphi(n - 1).$$

Теперь этот пучок попадёт из воздуха в линзу, после прохождения через неё лучи соберутся в фокальной плоскости линзы в точке с координатами:

$$(F; F \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))).$$



Фокусное расстояние линзы вычислим из формулы тонкой линзы.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Лучи параллельные, поэтому $d \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{d} \rightarrow 0$. Линза плосковыпуклая, поэтому $R_1 \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{R_1} \rightarrow 0$, $R_2 = R$. Фокус линзы F :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} \right),$$

$$F = \frac{R}{(n-1)} = \frac{0.18 \text{ м}}{(1.48-1)} = 0.375 \text{ м}.$$

Отсюда получаем координаты фокуса системы:

$$\left(\frac{R}{(n-1)}, \frac{R \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))}{(n-1)} \right).$$

Искомое расстояние от центра линзы до места, где сойдутся лучи:

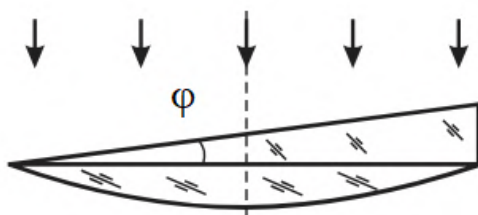
$$l = \frac{F}{\cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))}.$$

Подставим численные значения $n = 1.48$, $R = 18 \text{ см}$, $\varphi = 45^\circ$:

$$\begin{aligned} l &= \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))} = \frac{0.18 \text{ м}}{(1.48-1) \cdot \cos(45^\circ(1.48-1))} = \\ &= \frac{0.18}{0.48 \cdot \cos(21.6^\circ)} = \frac{0.18}{0.48 \cdot 0.92978} = 0.40332 \approx 0.403 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: $l = 0.403 \text{ м}$.

Вариант 3



На плоско-выпуклую линзу положили стеклянную треугольную призму. Полученную фигуру осветили пучком параллельного монохроматического света. Направление света параллельно главной оптической оси плоско-выпуклой линзы.

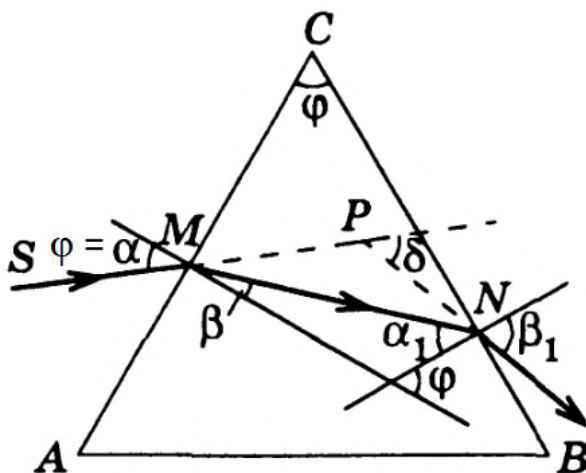
Нарисуйте ход лучей, проходящих через призму с линзой. Найдите расстояние l от центра линзы до места, где сойдутся лучи. (8 баллов)

Показатель преломления стекла линзы и призмы равен $n = 1.52$. Радиус сферической поверхности линзы $R = 22$ см, угол при вершине призмы $\varphi = 60^\circ$. Толщина линзы мала по сравнению с её радиусом. Ответ округлите до тысячных.

Всего – 8 баллов

Решение варианта 3

Рассматриваемая система состоит из призмы и обычной плосковыпуклой линзы, разделённых плоской поверхностью. Система освещается параллельным пучком монохроматического света. Свет падает на поверхность призмы под углом φ . Проходит через призму, а затем через линзу. Между призмой и линзой имеется тонкая воздушная прослойка, но она не влияет на работу оптической системы.

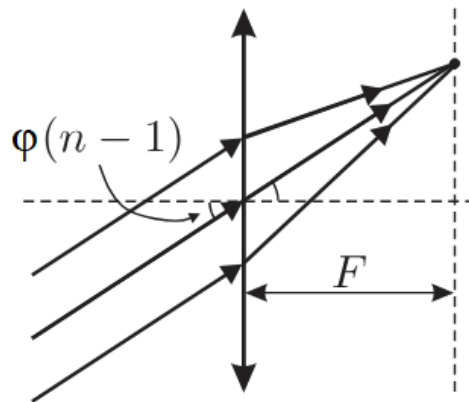


При прохождении через призму пучок лучей после выхода из неё в воздух поворачивается на угол:

$$\delta = \varphi(n - 1).$$

Теперь этот пучок попадёт из воздуха в линзу, после прохождения через неё лучи соберутся в фокальной плоскости линзы в точке с координатами:

$$(F; F \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))).$$



Фокусное расстояние линзы вычислим из формулы тонкой линзы.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Лучи параллельные, поэтому $d \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{d} \rightarrow 0$. Линза плосковыпуклая, поэтому $R_1 \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{R_1} \rightarrow 0$, $R_2 = R$. Фокус линзы F :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} \right),$$

$$F = \frac{R}{(n-1)} = \frac{0.22 \text{ м}}{(1.52-1)} = 0.42308 \text{ м.}$$

Отсюда получаем координаты фокуса системы:

$$\left(\frac{R}{(n-1)}, \frac{R \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))}{(n-1)} \right).$$

Искомое расстояние от центра линзы до места, где сойдутся лучи:

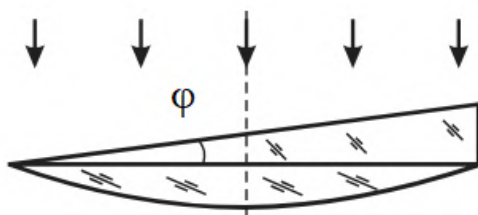
$$l = \frac{F}{\cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))}.$$

Подставим численные значения $n = 1.52$, $R = 22 \text{ см}$, $\varphi = 60^\circ$:

$$\begin{aligned} l &= \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))} = \frac{0.22 \text{ м}}{(1.52-1) \cdot \cos(60^\circ(1.52-1))} = \\ &= \frac{0.22}{0.52 \cdot \cos(31.2^\circ)} = \frac{0.22}{0.52 \cdot 0.85536} = 0.494619 \approx 0.495 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: $l = 0.495 \text{ м.}$

Вариант 4



На плоско-выпуклую линзу положили стеклянную треугольную призму. Полученную фигуру осветили пучком параллельного монохроматического света. Направление света параллельно главной оптической оси плоско-выпуклой линзы.

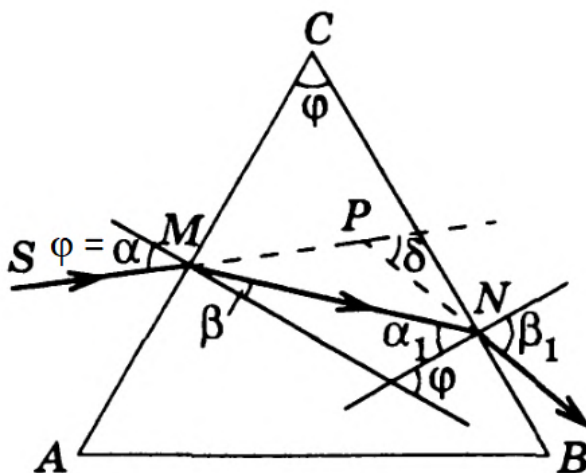
Нарисуйте ход лучей, проходящих через призму с линзой. Найдите расстояние l от центра линзы до места, где сойдутся лучи. (8 баллов)

Показатель преломления стекла линзы и призмы равен $n = 1.56$. Радиус сферической поверхности линзы $R = 24$ см, угол при вершине призмы $\varphi = 60^\circ$. Толщина линзы мала по сравнению с её радиусом. Ответ округлите до тысячных.

Всего – 8 баллов

Решение варианта 4

Рассматриваемая система состоит из призмы и обычной плосковыпуклой линзы, разделённых плоской поверхностью. Система освещается параллельным пучком монохроматического света. Свет падает на поверхность призмы под углом φ . Проходит через призму, а затем через линзу. Между призмой и линзой имеется тонкая воздушная прослойка, но она не влияет на работу оптической системы.

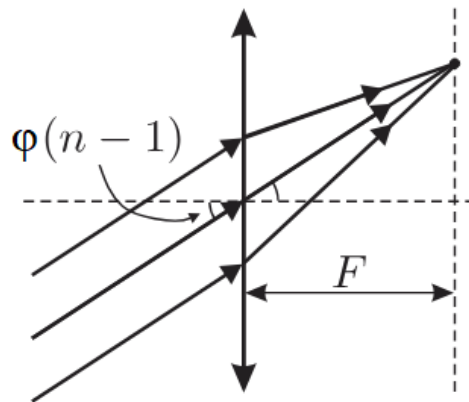


При прохождении через призму пучок лучей после выхода из неё в воздух поворачивается на угол:

$$\delta = \varphi(n - 1).$$

Теперь этот пучок попадёт из воздуха в линзу, после прохождения через неё лучи соберутся в фокальной плоскости линзы в точке с координатами:

$$(F; F \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))).$$



Фокусное расстояние линзы вычислим из формулы тонкой линзы.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Лучи параллельные, поэтому $d \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{d} \rightarrow 0$. Линза плосковыпуклая, поэтому $R_1 \rightarrow \infty$ или $\frac{1}{R_1} \rightarrow 0$, $R_2 = R$. Фокус линзы F :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R} \right),$$

$$F = \frac{R}{(n-1)} = \frac{0.24 \text{ м}}{(1.56-1)} = 0.42857 \text{ м.}$$

Отсюда получаем координаты фокуса системы:

$$\left(\frac{R}{(n-1)}, \frac{R \cdot \operatorname{tg}(\varphi(n-1))}{(n-1)} \right).$$

Искомое расстояние от центра линзы до места, где сойдутся лучи:

$$l = \frac{F}{\cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos \delta} = \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))}.$$

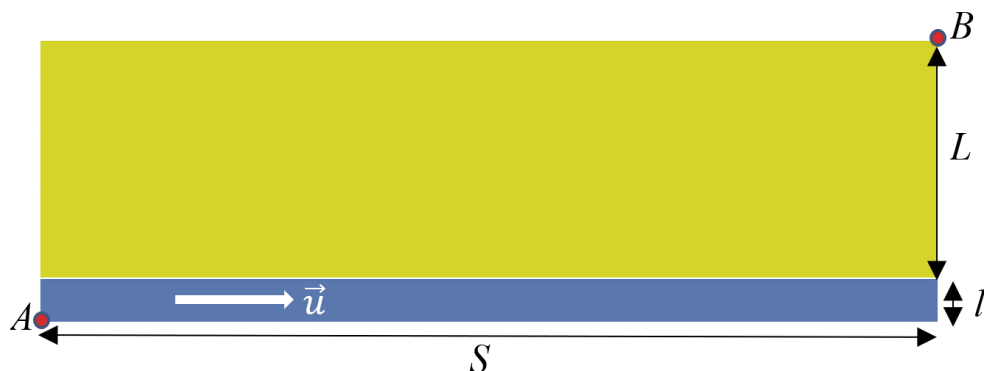
Подставим численные значения $n = 1.56$, $R = 24 \text{ см}$, $\varphi = 60^\circ$:

$$\begin{aligned} l &= \frac{R}{(n-1) \cdot \cos(\varphi(n-1))} = \frac{0.24 \text{ м}}{(1.56-1) \cdot \cos(60^\circ(1.56-1))} = \\ &= \frac{0.24}{0.56 \cdot \cos(33.6^\circ)} = \frac{0.24}{0.56 \cdot 0.83292} = 0.514541 \approx 0.515 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: $l = 0.515 \text{ м.}$

Задача по физике. Судьба двоеборца (9 баллов)

Вариант 1

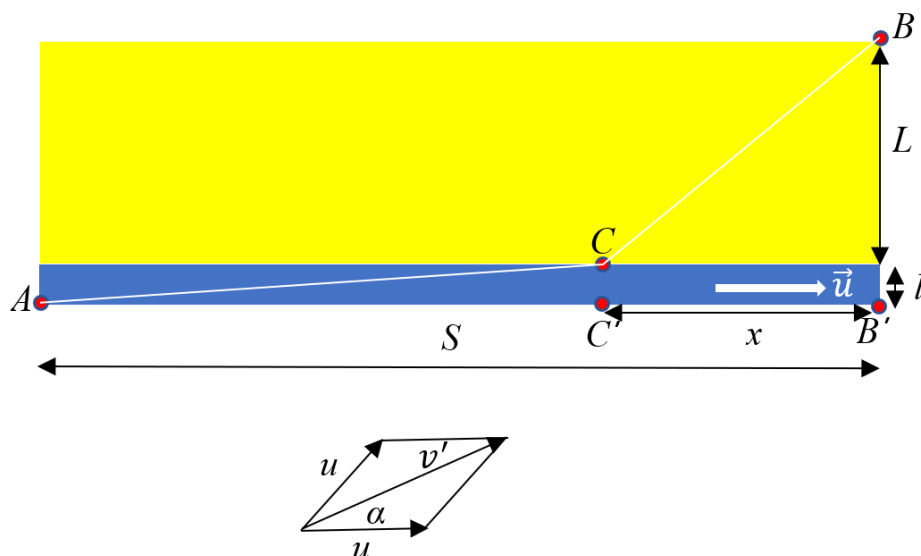


Спортсмену-двоеборцу, находящемуся в точке А, предстоит переплыть реку шириной $l = 100$ м и затем пересечь песчаную полосу шириной $L = 1$ км и попасть в точку В, находящуюся на расстоянии $S = 2$ км ниже по течению (см. рис.).

За какое минимальное время он может преодолеть весь путь, если вплавь его скорость относительно воды равна скорости течения реки $u = 2.5$ км/ч, а его скорость передвижения по песчаной полосе составляет $v = 4$ км/ч? (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 1

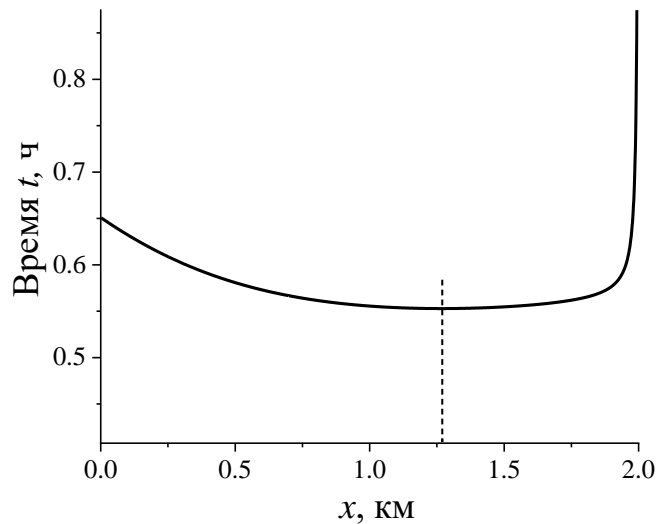


Минимальное время соответствует прямолинейным участкам движения спортсмена, но с неизвестной заранее точкой его выхода из воды. Пусть траектория движения спортсмена через реку заканчивается в некоторой точке C , положение которой вдоль реки определяется соответствующим расстоянием $x = B'C'$ (CC' – перпендикуляр к реке). Вектор AC соответствует направлению суммарной скорости спортсмена по воде относительно суши. Поскольку его собственная скорость относительно воды равна скорости течения реки u , то суммарная скорость v' относительно суши может быть найдена как $v' = 2u \cos \alpha$, где α – это угол CAC' (см. рис.). Суммарное время на весь путь складывается из времени на

преодоление реки $t_1 = \frac{AC}{v'} = \frac{AC}{2u \cos \alpha} = \frac{AC^2}{2uAC'}$ и времени на преодоление песчаной полосы $t_2 = \frac{CB}{v}$. Выражая суммарное время $t = t_1 + t_2$ через неизвестное расстояние x , приходим к выражению:

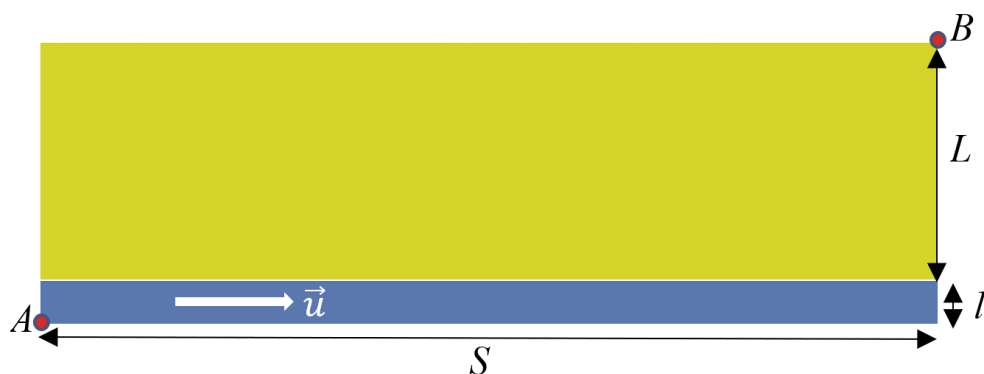
$$t = \frac{(S - x)^2 + l^2}{2u(S - x)} + \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{v}$$

Минимум данной функции можно найти графически, построив зависимость $t(x)$ в интервале значений $x \in$:



Откуда минимальное время $t_{min} \approx 0.553 \text{ ч}$ ($x \approx 1.268 \text{ км}$).

Вариант 2

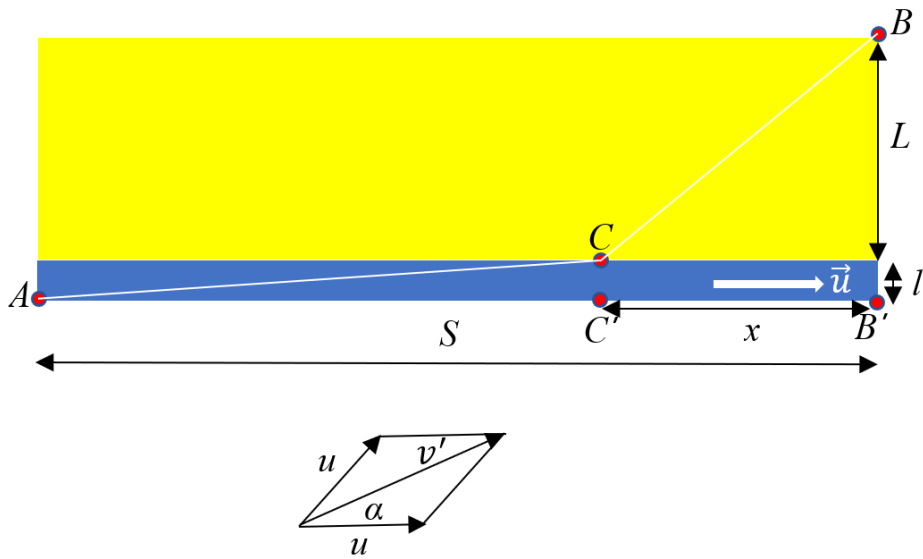


Спортсмену-двоеборцу, находящемуся в точке А, предстоит переплыть реку шириной $l = 200$ м и затем пересечь песчаную полосу шириной $L = 1$ км и попасть в точку В, находящуюся на расстоянии $S = 3$ км ниже по течению (см. рис.).

За какое минимальное время он может преодолеть весь путь, если вплавь его скорость относительно воды равна скорости течения реки $u = 3$ км/ч, а его скорость передвижения по песчаной полосе составляет $v = 4$ км/ч? (9 баллов)

Всего – 9 баллов

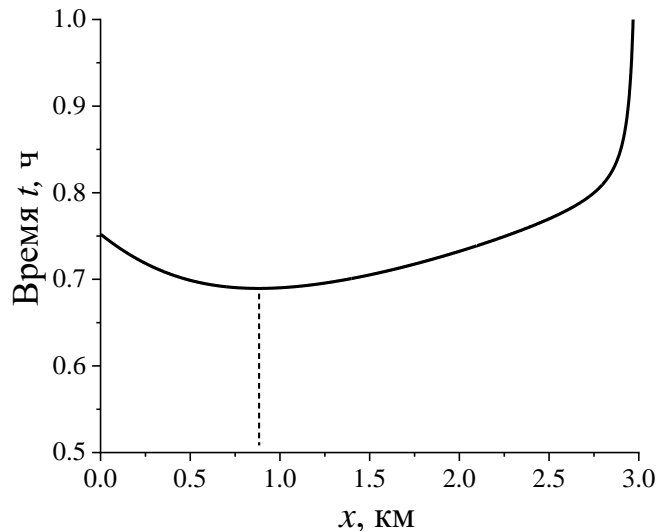
Решение варианта 2



Минимальное время соответствует прямолинейным участкам движения спортсмена, но с неизвестной заранее точкой его выхода из воды. Пусть траектория движения спортсмена через реку заканчивается в некоторой точке C , положение которой вдоль реки определяется соответствующим расстоянием $x = B'C'$ (CC' – перпендикуляр к реке). Вектор AC соответствует направлению суммарной скорости спортсмена по воде относительно суши. Поскольку его собственная скорость относительно воды равна скорости течения реки u , то суммарная скорость v' относительно суши может быть найдена как $v' = 2u \cos \alpha$, где α – это угол CAC' (см. рис.). Суммарное время на весь путь складывается из времени на преодоление реки $t_1 = \frac{AC}{v'} = \frac{AC}{2u \cos \alpha} = \frac{AC^2}{2u AC'}$ и времени на преодоление песчаной полосы $t_2 = \frac{CB}{v}$. Выражая суммарное время $t = t_1 + t_2$ через неизвестное расстояние x , приходим к выражению:

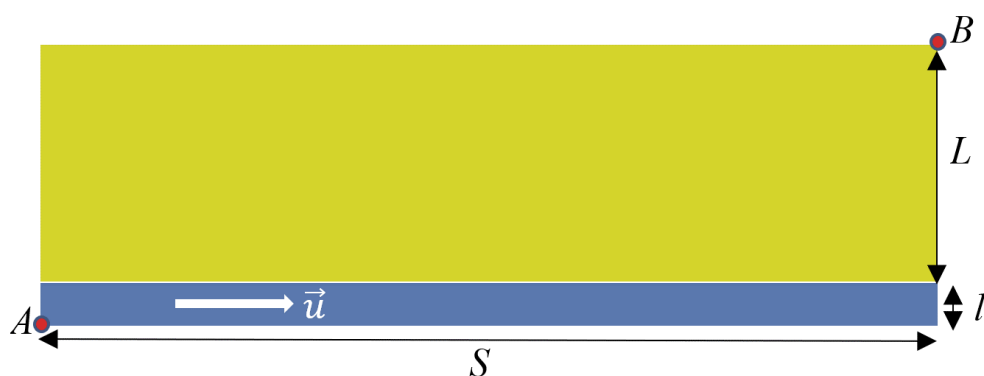
$$t = \frac{(S - x)^2 + l^2}{2u(S - x)} + \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{v}$$

Минимум данной функции можно найти графически, построив зависимость $t(x)$ в интервале значений $x \in$:



Откуда минимальное время $t_{min} \approx 0.69$ ч ($x \approx 0.88$ км).

Вариант 3

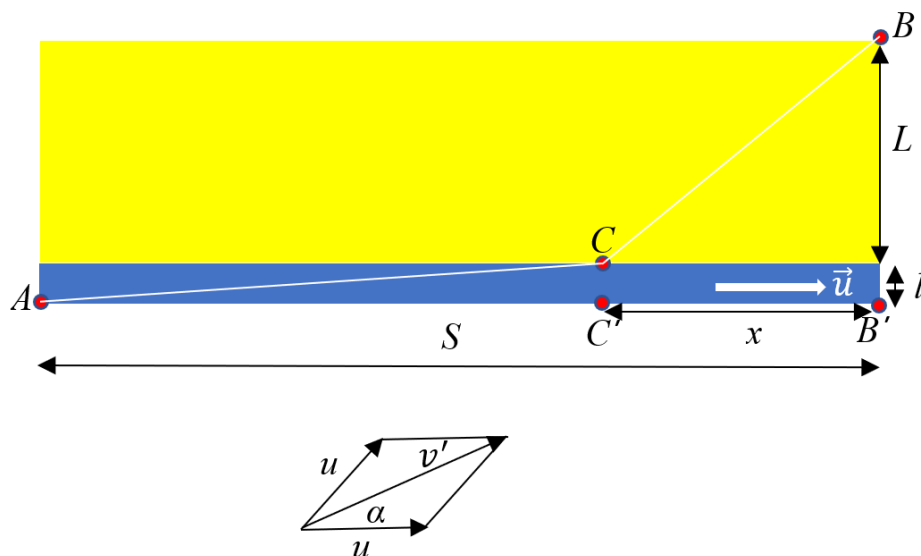


Спортсмену-двоеборцу, находящемуся в точке А, предстоит переплыть реку шириной $l = 300$ м и затем пересечь песчаную полосу шириной $L = 1.5$ км и попасть в точку В, находящуюся на расстоянии $S = 4$ км ниже по течению (см. рис.).

За какое минимальное время он может преодолеть весь путь, если вплавь его скорость относительно воды равна скорости течения реки $u = 3.5$ км/ч, а его скорость передвижения по песчаной полосе составляет $v = 5$ км/ч? (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 3

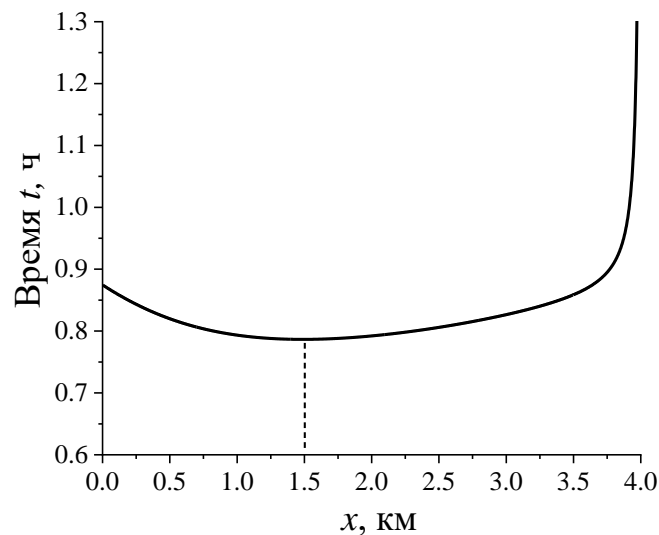


Минимальное время соответствует прямолинейным участкам движения спортсмена, но с неизвестной заранее точкой его выхода из воды. Пусть траектория движения спортсмена через реку заканчивается в некоторой точке С, положение которой вдоль реки определяется соответствующим расстоянием $x = B'C'$ (CC' – перпендикуляр к реке). Вектор AC соответствует направлению суммарной скорости спортсмена по воде относительно суши. Поскольку его собственная скорость относительно воды равна скорости течения реки u , то суммарная скорость v' относительно суши может быть найдена как $v' = 2u \cos \alpha$, где α – это угол CAC' (см. рис.). Суммарное время на весь путь складывается из времени на преодоление реки $t_1 = \frac{AC}{v'} = \frac{AC}{2u \cos \alpha} = \frac{AC^2}{2u AC'}$ и времени на преодоление песчаной полосы $t_2 =$

$\frac{CB}{v}$. Выражая суммарное время $t = t_1 + t_2$ через неизвестное расстояние x , приходим к выражению:

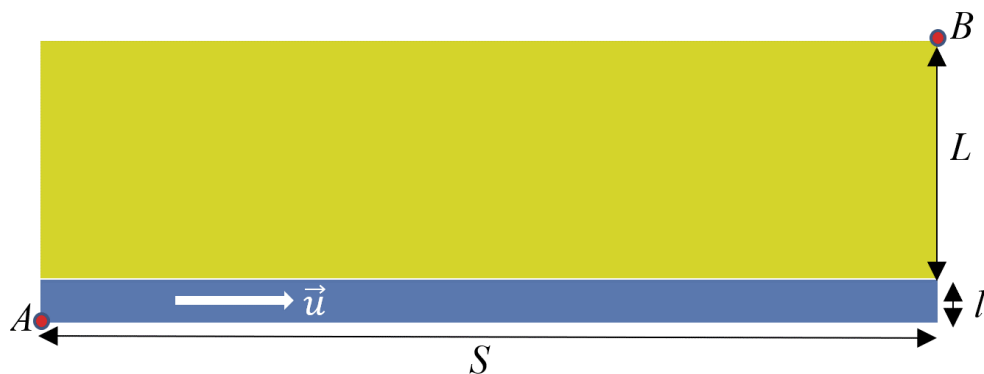
$$t = \frac{(S - x)^2 + l^2}{2u(S - x)} + \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{v}$$

Минимум данной функции можно найти графически, построив зависимость $t(x)$ в интервале значений $x \in$:



Откуда минимальное время $t_{\min} \approx 0.787$ ч ($x \approx 1.487$ км).

Вариант 4

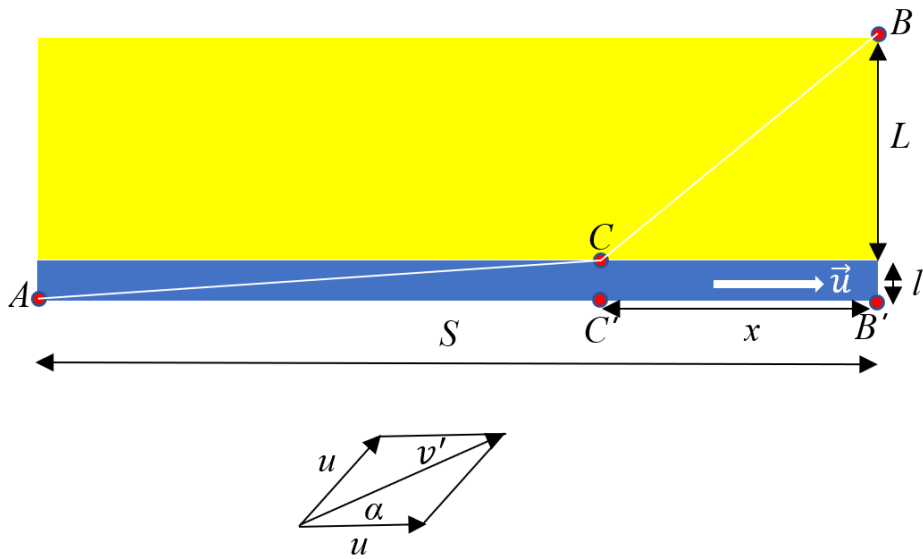


Спортсмену-двоеборцу, находящемуся в точке A, предстоит переплыть реку шириной $l = 250$ м и затем пересечь песчаную полосу шириной $L = 2$ км и попасть в точку B, находящуюся на расстоянии $S = 2.5$ км ниже по течению (см. рис.).

За какое минимальное время он может преодолеть весь путь, если вплавь его скорость относительно воды равна скорости течения реки $u = 2.5$ км/ч, а его скорость передвижения по песчаной полосе составляет $v = 3.5$ км/ч? (9 баллов)

Всего – 9 баллов

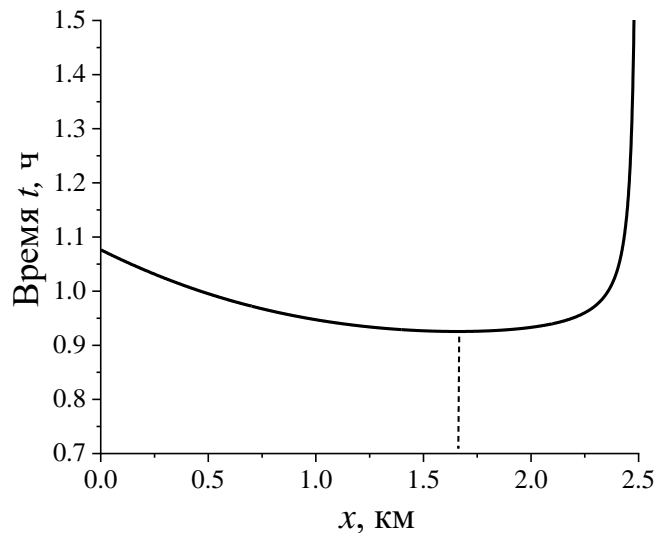
Решение варианта 4



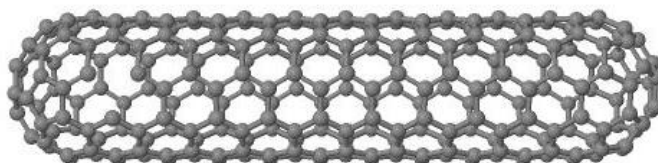
Минимальное время соответствует прямолинейным участкам движения спортсмена, но с неизвестной заранее точкой его выхода из воды. Пусть траектория движения спортсмена через реку заканчивается в некоторой точке C , положение которой вдоль реки определяется соответствующим расстоянием $x = B'C'$ (CC' – перпендикуляр к реке). Вектор AC соответствует направлению суммарной скорости спортсмена по воде относительно суши. Поскольку его собственная скорость относительно воды равна скорости течения реки u , то суммарная скорость v' относительно суши может быть найдена как $v' = 2u \cos \alpha$, где α – это угол CAC' (см. рис.). Суммарное время на весь путь складывается из времени на преодоление реки $t_1 = \frac{AC}{v'} = \frac{AC}{2u \cos \alpha} = \frac{AC^2}{2u AC'}$ и времени на преодоление песчаной полосы $t_2 = \frac{CB}{v}$. Выражая суммарное время $t = t_1 + t_2$ через неизвестное расстояние x , приходим к выражению:

$$t = \frac{(S-x)^2 + l^2}{2u(S-x)} + \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{v}$$

Минимум данной функции можно найти графически, построив зависимость $t(x)$ в интервале значений $x \in$:



Откуда минимальное время $t_{min} \approx 0.926$ ч ($x \approx 1.658$ км).

Задача по математике. Углеродная нанотрубка как многогранник (6 баллов)**Вариант 1**

Электронные и механические свойства закрытых одностенных углеродных нанотрубок (УНТ) зависят от числа структурных дефектов (отклонений от идеальных шестиугольных ячеек) в них. Рассмотрим модельный выпуклый многогранник, который имитирует наноструктуру УНТ, содержащую дефекты. В каждой вершине этого многогранника сходятся три ребра.

Рассчитайте, сколько всего вершин V и граней F имеет такой многогранник, если известно, что

- он состоит из четырёхугольных F_4 , пятиугольных F_5 , шестиугольных F_6 , семиугольных F_7 и восьмиугольных граней F_8 ;
- $F_4 = 2, F_6 = 982, F_8 = 5$;
- $F - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2$. **(4 балла)**

В ответе также приведите количество пятиугольных и семиугольных граней в рассматриваемой УНТ. (2 балла)

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где V, E, F – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 1

В рамках задачи мы имеем 7 параметров: $F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F$ и V , а также ряд уравнений, связывающих их между собой. Для начала запишем все имеющиеся у нас уравнения.

Общее число граней многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$F = F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 \quad (1)$$

Общее число рёбер многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$E = 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (2)$$

Общее число вершин многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$V = 1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (3)$$

Подставляя (1), (2) и (3) для V , E и F в теорему Эйлера, получаем:

$$1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) - 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = 2 \quad (4)$$

Упрощая, получаем еще уравнение, связывающее число граней разного типа:

$$2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8. \quad (5)$$

Также у нас есть условие нелинейной взаимосвязи F и F_5 . Объединяя его с выражением (1), получаем

$$F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \quad (6)$$

Таким образом, получаем систему из двух уравнений, (5) и (6), с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} 2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8 \\ F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

Подставляя известные величины из условия, решаем эту систему:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2 + F_5 = 12 + F_7 + 2 \cdot 5 \\ 2 + F_5 + 982 + F_7 + 5 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_5 = 18 + F_7 \\ F_7 + 986 = 2F_5^2 + F_5 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения F_5 , и подставляя его во второе уравнение системы, получаем:

$$F_7 + 986 = 2(18 + F_7)^2 + 18 + F_7$$

$$2F_7^2 + 72F_7 - 320 = 0$$

Рассчитаем дискриминант: $D = 72^2 + 4 \cdot 2 \cdot 320 = 7744 = 88^2$

$F_7 = (-72 - 88)/4 = -40$ не является решением, так как отрицательное

$$F_7 = (-72 + 88)/4 = 4$$

Тогда

$$F_5 = 18 + 4 = 22,$$

$$F = 2 + 22 + 982 + 4 + 5 = 1015,$$

$$V = 1/3 \cdot (4 \cdot 2 + 5 \cdot 22 + 6 \cdot 982 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 5) = 2026$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения, связывающего F_5 и F_7

+0,5 балла за составление системы уравнений и/или квадратного уравнения

по 0,5 балла за правильное значение F_5 и F_7 (или F_8)

+0,5 балла за правильное значение общего числа граней, $F = 1015$

+0,5 балла за правильное значение общего числа вершин, $V = 2026$

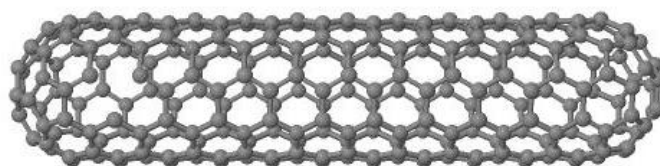
+3 балла (2 балла за первую часть задачи и 1 балл – за вторую) – за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 2



Электронные и механические свойства закрытых одностенных углеродных нанотрубок (УНТ) зависят от числа структурных дефектов (отклонений от идеальных шестиугольных ячеек) в них. Рассмотрим модельный выпуклый многогранник, который имитирует наноструктуру УНТ, содержащую дефекты. В каждой вершине этого многогранника сходятся три ребра.

Рассчитайте, сколько всего вершин V и граней F имеет такой многогранник, если известно, что

- он состоит из четырёхугольных F_4 , пятиугольных F_5 , шестиугольных F_6 , семиугольных F_7 и восьмиугольных граней F_8 ;
- $F_4 = 4$, $F_6 = 978$, $F_7 = 4$;
- $F - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2$. (4 балла)

В ответе также приведите количество пятиугольных и восьмиугольных граней в рассматриваемой УНТ. (2 балла)

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где V , E , F – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 2

В рамках задачи мы имеем 7 параметров: F_4 , F_5 , F_6 , F_7 , F_8 , F и V , а также ряд уравнений, связывающих их между собой. Для начала запишем все имеющиеся у нас уравнения.

Общее число граней многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$F = F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 \quad (1)$$

Общее число рёбер многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$E = 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (2)$$

Общее число вершин многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$V = 1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (3)$$

Подставляя (1), (2) и (3) для V , E и F в теорему Эйлера, получаем:

$$1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) - 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = 2 \quad (4)$$

Упрощая, получаем еще уравнение, связывающее число граней разного типа:

$$2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8. \quad (5)$$

Также у нас есть условие нелинейной взаимосвязи F и F_5 . Объединяя его с выражением (1), получаем

$$F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \quad (6)$$

Таким образом, получаем систему из двух уравнений, (5) и (6), с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} 2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8 \\ F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

Подставляя известные величины из условия, решаем эту систему:

$$\begin{cases} 2 \cdot 4 + F_5 = 12 + 4 + 2F_8 \\ 4 + F_5 + 978 + 4 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_5 = 8 + 2F_8 \\ F_8 + 983 = 2F_5^2 + F_5 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения F_5 , и подставляя его во второе уравнение системы, получаем:

$$F_8 + 983 = 2(8 + 2F_8)^2 + 8 + 2F_8$$

$$8F_8^2 + 65F_8 - 847 = 0$$

Рассчитаем дискриминант: $D = 65^2 + 4 \cdot 8 \cdot 847 = 31329 = 177^2$

$F_8 = (-65 - 177)/16 = -15,125$ не является решением, так как отрицательное

$$F_8 = (-65 + 177)/16 = 7$$

Тогда

$$F_5 = 8 + 2 \cdot 7 = 22,$$

$$F = 4 + 22 + 978 + 4 + 7 = 1015,$$

$$V = 1/3 \cdot (4 \cdot 4 + 5 \cdot 22 + 6 \cdot 978 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 7) = 2026$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения, связывающего F_5 и F_8

+0,5 балла за составление системы уравнений и/или квадратного уравнения

по 0,5 балла за правильное значение F_5 и F_7 (или F_8)

+0,5 балла за правильное значение общего числа граней, $F = 1015$

+0,5 балла за правильное значение общего числа вершин, $V = 2026$

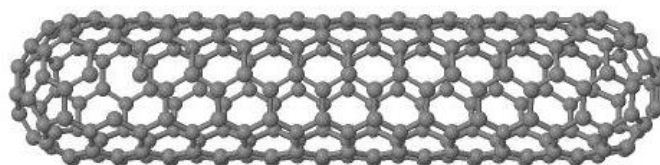
+3 балла (2 балла за первую часть задачи и 1 балл – за вторую) – за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 3



Электронные и механические свойства закрытых одностенных углеродных нанотрубок (УНТ) зависят от числа структурных дефектов (отклонений от идеальных шестиугольных ячеек) в них. Рассмотрим модельный выпуклый многогранник, который имитирует наноструктуру УНТ, содержащую дефекты. В каждой вершине этого многогранника сходятся три ребра.

Рассчитайте, сколько всего вершин V и граней F имеет такой многогранник, если известно, что

- он состоит из четырёхугольных F_4 , пятиугольных F_5 , шестиугольных F_6 , семиугольных F_7 и восьмиугольных граней F_8 ;
- $F_4 = 2, F_6 = 980, F_7 = 5$;
- $F - 2 = F_5^2 + (F_5 - 1)^2$. (4 балла)

В ответе также приведите количество пятиугольных и восьмиугольных граней в рассматриваемой УНТ. (2 балла)

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где V, E, F – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 3

В рамках задачи мы имеем 7 параметров: $F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F$ и V , а также ряд уравнений, связывающих их между собой. Для начала запишем все имеющиеся у нас уравнения.

Общее число граней многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$F = F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 \quad (1)$$

Общее число ребер многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$E = 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (2)$$

Общее число вершин многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$V = 1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (3)$$

Подставляя (1), (2) и (3) для V, E и F в теорему Эйлера, получаем:

$$1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) - 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = 2 \quad (4)$$

Упрощая, получаем еще уравнение, связывающее число граней разного типа:

$$2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8. \quad (5)$$

Также у нас есть условие нелинейной взаимосвязи F и F_5 . Объединяя его с выражением (1), получаем

$$F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 - 1)^2 \quad (6)$$

Таким образом, получаем систему из двух уравнений, (5) и (6), с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} 2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8 \\ F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 - 1)^2 \end{cases}$$

Подставляя известные величины из условия, решаем эту систему:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2 + F_5 = 12 + 5 + 2F_8 \\ 2 + F_5 + 980 + 5 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 - 1)^2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} F_5 = 13 + 2F_8 \\ F_8 + 984 = 2F_5^2 - 3F_5 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения F_5 , и подставляя его во второе уравнение системы, получаем:

$$F_8 + 984 = 2(13 + 2F_8)^2 - 3(13 + 2F_8)$$

$$8F_8^2 + 97F_8 - 685 = 0$$

Рассчитаем дискриминант: $D = 97^2 + 4 \cdot 8 \cdot 685 = 31329 = 177^2$

$F_8 = (-97 - 177)/16 = -17,125$ не является решением, так как отрицательное

$$F_8 = (-97 + 177)/16 = 5$$

Тогда

$$F_5 = 13 + 2 \cdot 5 = 23,$$

$$F = 2 + 23 + 980 + 5 + 5 = 1015,$$

$$V = 1/3 \cdot (4 \cdot 2 + 5 \cdot 23 + 6 \cdot 980 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 5) = 2026$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения, связывающего F_5 и F_8

+0,5 балла за составление системы уравнений и/или квадратного уравнения

по 0,5 балла за правильное значение F_5 и F_7 (или F_8)

+0,5 балла за правильное значение общего числа граней, $F = 1015$

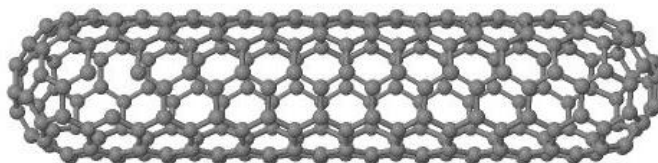
+0,5 балла за правильное значение общего числа вершин, $V = 2026$

+3 балла (2 балла за первую часть задачи и **1 балл** – за вторую) – за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 4

Электронные и механические свойства закрытых одностенных углеродных нанотрубок (УНТ) зависят от числа структурных дефектов (отклонений от идеальных шестиугольных ячеек) в них. Рассмотрим модельный выпуклый многогранник, который имитирует наноструктуру УНТ, содержащую дефекты. В каждой вершине этого многогранника сходятся три ребра.

Рассчитайте, сколько всего вершин V и граней F имеет такой многогранник, если известно, что

- он состоит из четырёхугольных F_4 , пятиугольных F_5 , шестиугольных F_6 , семиугольных F_7 и восьмиугольных граней F_8 ;
- $F_4 = 4$, $F_6 = 976$, $F_8 = 7$;
- $F - 2 = F_5^2 + (F_5 - 1)^2$. **(4 балла)**

В ответе также приведите количество пятиугольных и восьмиугольных граней в рассматриваемой УНТ. (2 балла)

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где V , E , F – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

Всего – 6 баллов

Решение варианта 4

В рамках задачи мы имеем 7 параметров: F_4 , F_5 , F_6 , F_7 , F_8 , F и V , а также ряд уравнений, связывающих их между собой. Для начала запишем все имеющиеся у нас уравнения.

Общее число граней многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$F = F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 \quad (1)$$

Общее число ребер многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$E = 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (2)$$

Общее число вершин многогранника, отвечающего закрытой УНТ, можно записать как:

$$V = 1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) \quad (3)$$

Подставляя (1), (2) и (3) для V , E и F в теорему Эйлера, получаем:

$$1/3 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) - 1/2 \cdot (4F_4 + 5F_5 + 6F_6 + 7F_7 + 8F_8) + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = 2 \quad (4)$$

Упрощая, получаем еще уравнение, связывающее число граней разного типа:

$$2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8. \quad (5)$$

Также у нас есть условие нелинейной взаимосвязи F и F_5 . Объединяя его с выражением (1), получаем

$$F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \quad (6)$$

Таким образом, получаем систему из двух уравнений, (5) и (6), с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} 2F_4 + F_5 = 12 + F_7 + 2F_8 \\ F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

Подставляя известные величины из условия, решаем эту систему:

$$\begin{cases} 2 \cdot 4 + F_5 = 12 + F_7 + 2 \cdot 7 \\ 4 + F_5 + 976 + F_7 + 7 - 2 = F_5^2 + (F_5 + 1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_5 = 18 + F_7 \\ F_7 + 984 = 2F_5^2 - 3F_5 \end{cases}$$

Выражая из первого уравнения F_5 , и подставляя его во второе уравнение системы, получаем:

$$F_7 + 984 = 2(18 + F_7)^2 - 3(18 + F_7)$$

$$2F_7^2 + 68F_7 - 390 = 0$$

Рассчитаем дискриминант: $D = 68^2 + 4 \cdot 2 \cdot 390 = 7744 = 88^2$

$F_7 = (-68 - 88)/4 = -39$ не является решением, так как отрицательное

$$F_7 = (-68 + 88)/4 = 5$$

Тогда

$$F_5 = 18 + 5 = 23,$$

$$F = 4 + 23 + 976 + 5 + 7 = 1015,$$

$$V = 1/3 \cdot (4 \cdot 24 + 5 \cdot 23 + 6 \cdot 976 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 7) = 2026$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения, связывающего F_5 и F_7

+0,5 балла за составление системы уравнений и/или квадратного уравнения

по 0,5 балла за правильное значение F_5 и F_7 (или F_8)

+0,5 балла за правильное значение общего числа граней, $F = 1015$

+0,5 балла за правильное значение общего числа вершин, $V = 2026$

+3 балла (2 балла за первую часть задачи и **1 балл** – за вторую) – за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Задача по математике. Квантовый взлом паролей (9 баллов)

Вариант 1

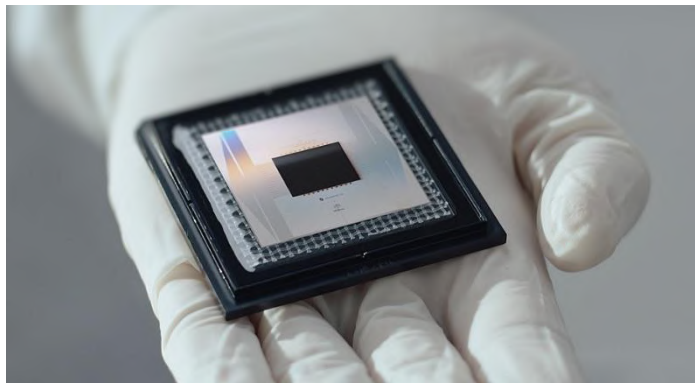


Рис. 1. Представленный Google в 2024 году сверхпроводящий квантовый процессор Willow с 105 кубитами, реализованных на основе джозефсоновских переходов.

Нобелевская премия по физике 2025 года была присуждена за достижения, которые позволяют перенести необычные законы квантовой механики из мира атомов в макроскопические системы – например, в электронные чипы (рис. 1). Это открывает путь к созданию квантовых компьютеров, где кубиты служат основными элементами для хранения и обработки информации.

Чтобы понять принципиальное преимущество квантовых компьютеров (КК), рассмотрим упрощенный пример задачи подбора двух паролей.

Будем считать, что:

- Пароль может состоять из 26 английских букв (каждая буква может быть как строчной, так и или заглавной), 10 цифр и 8 специальных символов.
- Длины паролей: $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов.
- Время проверки одной комбинации на **классическом компьютере** ($\tau_{\text{классика}}$) и время одного шага в **квантовом компьютере** ($\tau_{\text{квант}}$) одинаково: $\tau_{\text{классика}} = \tau_{\text{квант}} = 10$ нс.

Классический компьютер

1. Найдите число всех возможных комбинаций (V) для каждого из паролей. (2 балла)
2. Найдите время взлома ($T_{\text{классика}}$) каждого пароля на обычном компьютере, считая, что для гарантированного взлома потребуется перебрать все возможные комбинации символов. (1 балл)

Квантовый компьютер

В отличие от классического бита (единицы информации), который может находиться только в состоянии 0 или 1, **кубит** обладает уникальной квантовой способностью – помимо этих **базовых состояний** он также может находиться в состоянии **суперпозиции** (одновременной комбинации) этих двух базовых состояний. При измерении состояния кубита мы получим либо 0, либо 1, но с определённой вероятностью. Именно этой вероятностью может «управлять» квантовый компьютер, выполняя вычисления.

Квантовый параллелизм и ускорение

Если система из N кубитов переведена в состояние суперпозиции, она одновременно кодирует все V возможных комбинаций базовых состояний, так что при измерении мы с определённой вероятностью можем получить каждую из этих комбинаций. Это явление называется квантовым параллелизмом.

Используя специальный квантовый алгоритм для подбора пароля, можно пошагово «усиливать» вероятность искомого состояния кубитов. В результате этого процесса, который требует всего $\frac{\pi}{4} \sqrt{V}$ операций, кубиты переходят в свои базовые состояния (0 или 1), значения которых и формируют искомый пароль.

3. Сколько кубитов (N) понадобится, чтобы их конечное состояние кодировало пароль и их суперпозиция «вмещала» в себя все возможные V состояния пароля, для длин паролей $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов? (4 балла)
4. Найдите время взлома ($T_{\text{квант}}$) каждого из этих паролей на квантовом компьютере. (2 балла)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 1

1. Число возможных комбинаций для алфавита размером N и слова длиной L равно:

$$V = N^L$$

Тогда для L_1 : $V_1 = 70^6 = 117649000000 \approx 1,176 \cdot 10^{11}$

Для L_2 : $V_2 = 70^{12} = 138412872010000000000000 \approx 1,384 \cdot 10^{22}$

2. При этом время взлома равно

$$T_{\text{классика}} = V \cdot \tau_{\text{классика}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{классика},1} = 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1176,4 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{классика},2} = 1,384 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1,384 \cdot 10^{14} \text{ секунд},$

что отвечает $\frac{1,384 \cdot 10^{14}}{3,15 \cdot 10^7} = 4,4 \cdot 10^6 \text{ годам}.$

3. Требуемое число кубитов, Q , отвечает неравенству

$$2^Q \geq V.$$

Тогда для L_1 : $Q_1 \geq \log_2(V_1) \approx 36,8 \Rightarrow Q_1 = 37 \text{ кубитов}$

Для L_2 : $Q_2 \geq \log_2(V_2) \approx 73,57 \Rightarrow Q_2 = 74 \text{ кубита}$

4. При этом время взлома составляет

$$T_{\text{квант}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{V} \tau_{\text{квант}} = 0,7854 \sqrt{V} \tau_{\text{квант}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,176 \times 10^{11}} \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot 343000 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 0,0027 \text{ секунды}$

Для L_2 : $T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,384 \times 10^{22}} \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 923,9 \text{ секунд} \approx 15,4 \text{ минуты} \approx 0,0107 \text{ дня}$

Таким образом:

- Пароль длиной 12 символов классический компьютер взламывает **за 4,4 миллиона лет**.
- Квантовый компьютер взламывает тот же пароль **менее получаса**, демонстрируя **алгоритмическое превосходство**.

Критерии оценки по пунктам:

1. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена формула (набор множителей N^L или подстановка значений), но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,5 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.
2. Полным баллом (0,5 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с подстановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена подстановка значений в формулу, но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,4 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

3. Полным баллом (2 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины, так и полностью рассчитанный ответ. Если формула есть, но значения не подставлены или подставлены, но не рассчитаны до конца – это 1,5 балла. Если только правильный численный ответ – 1 балл. Если в логике допущена фундаментальная ошибка (например, произведено округление числа кубитов на промежуточном шаге, что ведет к завышению получаемой величины) — это 0,5 балла. За ошибочный ответ без приведения логики его получения оценка не ставилась.
4. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если значения в формулу подставлены, но не рассчитаны – это 0,75 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

-0,5 балла за каждую ошибку в порядках величин при расчете.

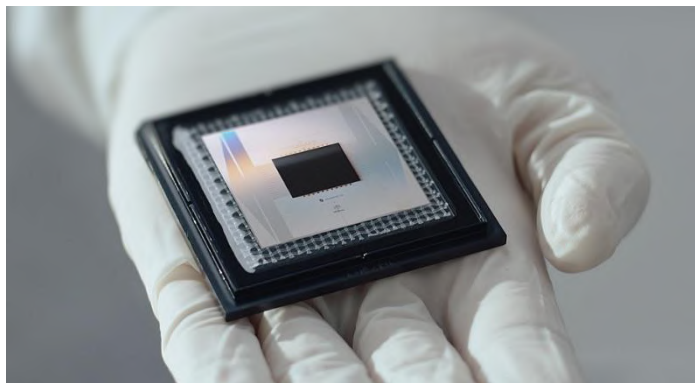
Вариант 2

Рис. 1. Представленный Google в 2024 году сверхпроводящий квантовый процессор Willow с 105 кубитами, реализованных на основе джозефсоновских переходов.

Нобелевская премия по физике 2025 года была присуждена за достижения, которые позволяют перенести необычные законы квантовой механики из мира атомов в макроскопические системы – например, в электронные чипы (рис. 1). Это открывает путь к созданию квантовых компьютеров, где кубиты служат основными элементами для хранения и обработки информации.

Чтобы понять принципиальное преимущество квантовых компьютеров (КК), рассмотрим упрощенный пример задачи подбора двух паролей.

Будем считать, что:

- Пароль может состоять из 26 английских букв (каждая буква может быть как строчной, так и или заглавной), 10 цифр и 8 специальных символов.

- Длины паролей: $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов.
- Время проверки одной комбинации на **классическом компьютере** ($\tau_{\text{классика}}$) и время одного шага в **квантовом компьютере** ($\tau_{\text{квант}}$) одинаково: $\tau_{\text{классика}} = \tau_{\text{квант}} = 12$ нс.

Классический компьютер

1. Найдите число всех возможных комбинаций (V) для каждого из паролей. (2 балла)
2. Найдите время взлома ($T_{\text{классика}}$) каждого пароля на обычном компьютере, считая, что для гарантированного взлома потребуется перебрать все возможные комбинации символов. (1 балл)

Квантовый компьютер

В отличие от классического бита (единицы информации), который может находиться только в состоянии 0 или 1, **кубит** обладает уникальной квантовой способностью – помимо этих **базовых состояний** он также может находиться в состоянии **суперпозиции** (одновременной комбинации) этих двух базовых состояний. При измерении состояния кубита мы получим либо 0, либо 1, но с определённой вероятностью. Именно этой вероятностью может «управлять» квантовый компьютер, выполняя вычисления.

Квантовый параллелизм и ускорение

Если система из N кубитов переведена в состояние суперпозиции, она одновременно кодирует все V возможных комбинаций базовых состояний, так что при измерении мы с определённой вероятностью можем получить каждую из этих комбинаций. Это явление называется квантовым параллелизмом.

Используя специальный квантовый алгоритм для подбора пароля, можно пошагово «усиливать» вероятность искомого состояния кубитов. В результате этого процесса, который требует всего $\frac{\pi}{4} \sqrt{V}$ операций, кубиты переходят в свои базовые состояния (0 или 1), значения которых и формируют искомый пароль.

3. Сколько кубитов (N) понадобится, чтобы их конечное состояние кодировало пароль и их суперпозиция «вмещала» в себя все возможные V состояния пароля, для длин паролей $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов? (4 балла)
4. Найдите время взлома ($T_{\text{квант}}$) каждого из этих паролей на квантовом компьютере. (2 балла)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 2

1. Число возможных комбинаций для алфавита размером N и слова длиной L равно:



$$V = N^L$$

Тогда для L_1 : $V_1 = 70^6 = 117649000000 \approx 1,176 \cdot 10^{11}$

Для L_2 : $V_2 = 70^{12} = 138412872010000000000000 \approx 1,384 \cdot 10^{22}$

2. При этом время взлома равно

$$T_{\text{классика}} = V \cdot t_{\text{классика}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{классика},1} = 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1411,8 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{классика},2} = 1,384 \cdot 10^{22} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1,661 \cdot 10^{14} \text{ секунд,}$

что отвечает $\frac{1,661 \cdot 10^{14}}{3,15 \cdot 10^7} = 5,27 \cdot 10^6 \text{ годам.}$

3. Требуемое число кубитов, Q , отвечает неравенству

$$2^Q \geq V.$$

Тогда для L_1 : $Q_1 \geq \log_2(V_1) \approx 36,8 \Rightarrow Q_1 = 37 \text{ кубитов}$

Для L_2 : $Q_2 \geq \log_2(V_2) \approx 73,57 \Rightarrow Q_2 = 74 \text{ кубита}$

4. При этом время взлома составляет

$$T_{\text{квант}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{V} t_{\text{квант}} = 0,7854 \sqrt{V} t_{\text{квант}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,176 \times 10^{11}} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot 343000 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 0,0032 \text{ секунды}$

Для L_2 : $T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,384 \times 10^{22}} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 1108,4 \text{ секунд} \approx 18,5 \text{ минуты} \approx 0,0128 \text{ дня}$

Таким образом:

- Пароль длиной 12 символов классический компьютер взламывает за **5,27 миллиона лет**.
- Квантовый компьютер взламывает тот же пароль **менее получаса**, демонстрируя **алгоритмическое превосходство**.

Критерии оценки по пунктам:

1. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена формула (набор множителей N^L или подстановка значений), но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,5 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

2. Полным баллом (0,5 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с подстановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена подстановка значений в формулу, но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,4 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.
3. Полным баллом (2 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины, так и полностью рассчитанный ответ. Если формула есть, но значения не подставлены или подставлены, но не рассчитаны до конца – это 1,5 балла. Если только правильный численный ответ – 1 балл. Если в логике допущена фундаментальная ошибка (например, произведено округление числа кубитов на промежуточном шаге, что ведет к завышению получаемой величины) — это 0,5 балла. За ошибочный ответ без приведения логики его получения оценка не ставилась.
4. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если значения в формулу подставлены, но не рассчитаны – это 0,75 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

-0,5 балла за каждую ошибку в порядках величин при расчете.

Вариант 3

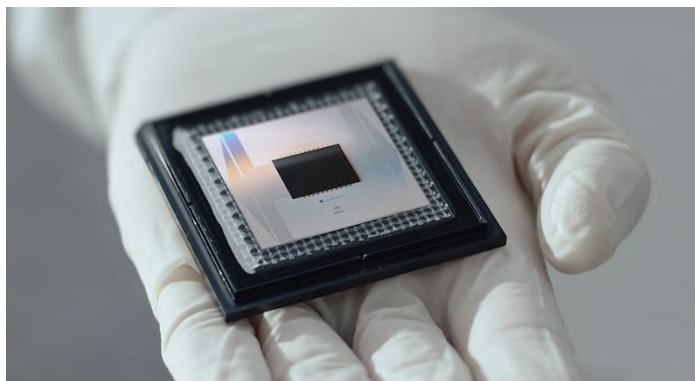


Рис. 1. Представленный Google в 2024 году сверхпроводящий квантовый процессор Willow с 105 кубитами, реализованных на основе джозефсоновских переходов.

Нобелевская премия по физике 2025 года была присуждена за достижения, которые позволяют перенести необычные законы квантовой механики из мира атомов в макроскопические системы – например, в электронные чипы (рис. 1). Это открывает путь к созданию квантовых компьютеров, где кубиты служат основными элементами для хранения и обработки информации.

Чтобы понять принципиальное преимущество квантовых компьютеров (КК), рассмотрим упрощенный пример задачи подбора двух паролей.

Будем считать, что:

- Пароль может состоять из 26 английских букв (каждая буква может быть как строчной, так и или заглавной), 10 цифр и 8 специальных символов.
- Длины паролей: $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов.
- Время проверки одной комбинации на **классическом компьютере** ($\tau_{\text{классика}}$) и время одного шага в **квантовом компьютере** ($\tau_{\text{квант}}$) одинаково: $\tau_{\text{классика}} = \tau_{\text{квант}} = 14$ нс.

Классический компьютер

1. Найдите число всех возможных комбинаций (V) для каждого из паролей. (2 балла)
2. Найдите время взлома ($T_{\text{классика}}$) каждого пароля на обычном компьютере, считая, что для гарантированного взлома потребуется перебрать все возможные комбинации символов. (1 балл)

Квантовый компьютер

В отличие от классического бита (единицы информации), который может находиться только в состоянии 0 или 1, **кубит** обладает уникальной квантовой способностью – помимо этих **базовых состояний** он также может находиться в состоянии **суперпозиции** (одновременной комбинации) этих двух базовых состояний. При измерении состояния кубита мы получим либо 0, либо 1, но с определённой вероятностью. Именно этой вероятностью может «управлять» квантовый компьютер, выполняя вычисления.

Квантовый параллелизм и ускорение

Если система из N кубитов переведена в состояние суперпозиции, она одновременно кодирует все V возможных комбинаций базовых состояний, так что при измерении мы с определённой вероятностью можем получить каждую из этих комбинаций. Это явление называется квантовым параллелизмом.

Используя специальный квантовый алгоритм для подбора пароля, можно пошагово «усиливать» вероятность искомого состояния кубитов. В результате этого процесса, который требует всего $\frac{\pi}{4} \sqrt{V}$ операций, кубиты переходят в свои базовые состояния (0 или 1), значения которых и формируют искомый пароль.

3. Сколько кубитов (N) понадобится, чтобы их конечное состояние кодировало пароль и их суперпозиция «вмещала» в себя все возможные V состояния пароля, для длин паролей $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов? (4 балла)
4. Найдите время взлома ($T_{\text{квант}}$) каждого из этих паролей на квантовом компьютере. (2 балла)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 3

1. Число возможных комбинаций для алфавита размером N и слова длиной L равно:

$$V = N^L$$

Тогда для L_1 : $V_1 = 70^6 = 117649000000 \approx 1,176 \cdot 10^{11}$

Для L_2 : $V_2 = 70^{12} = 13841287201000000000000 \approx 1,384 \cdot 10^{22}$

2. При этом время взлома равно

$$T_{\text{классика}} = V \cdot t_{\text{классика}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{классика},1} = 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1647,1 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{классика},2} = 1,384 \cdot 10^{22} \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1,938 \cdot 10^{14} \text{ секунд,}$

что отвечает $\frac{1,938 \cdot 10^{14}}{3,15 \cdot 10^7} = 6,15 \cdot 10^6$ годам.

3. Требуемое число кубитов, Q , отвечает неравенству

$$2^Q \geq V.$$

Тогда для L_1 : $Q_1 \geq \log_2(V_1) \approx 36,8 \Rightarrow Q_1 = 37$ кубитов

Для L_2 : $Q_2 \geq \log_2(V_2) \approx 73,57 \Rightarrow Q_2 = 74$ кубита

4. При этом время взлома составляет

$$T_{\text{квант}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{V} t_{\text{квант}} = 0,7854 \sqrt{V} t_{\text{квант}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,176 \times 10^{11}} \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot 343000 \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 0,0037 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,384 \times 10^{22}} \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 1293,1 \text{ секунд} \approx 21,6 \text{ минуты} \approx 0,0150 \text{ дня}$

Таким образом:

- Пароль длиной 12 символов классический компьютер взламывает за **6,15 миллиона лет**.
- Квантовый компьютер взламывает тот же пароль **менее получаса**, демонстрируя **алгоритмическое превосходство**.

Критерии оценки по пунктам:

1. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой

значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена формула (набор множителей N^L или подстановка значений), но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,5 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

2. Полным баллом (0,5 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с подстановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена подстановка значений в формулу, но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,4 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.
3. Полным баллом (2 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины, так и полностью рассчитанный ответ. Если формула есть, но значения не подставлены или подставлены, но не рассчитаны до конца – это 1,5 балла. Если только правильный численный ответ – 1 балл. Если в логике допущена фундаментальная ошибка (например, произведено округление числа кубитов на промежуточном шаге, что ведет к завышению получаемой величины) — это 0,5 балла. За ошибочный ответ без приведения логики его получения оценка не ставилась.
4. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если значения в формулу подставлены, но не рассчитаны – это 0,75 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

-0,5 балла за каждую ошибку в порядках величин при расчете.

Вариант 4

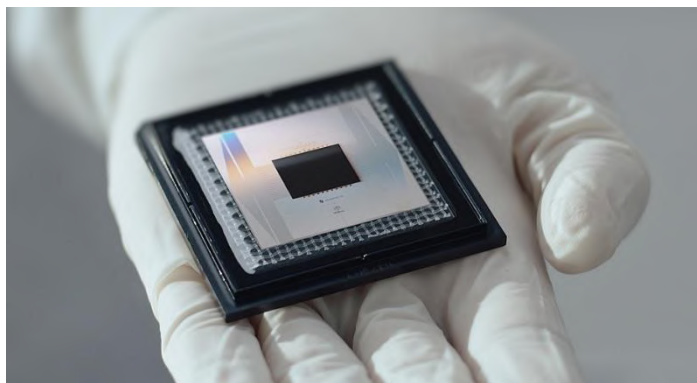


Рис. 1. Представленный Google в 2024 году сверхпроводящий квантовый процессор Willow с 105 кубитами, реализованных на основе джозефсоновских переходов.

Нобелевская премия по физике 2025 года была присуждена за достижения, которые позволяют перенести необычные законы квантовой механики из мира атомов в макроскопические системы – например, в электронные чипы (рис. 1). Это открывает путь к

созданию квантовых компьютеров, где кубиты служат основными элементами для хранения и обработки информации.

Чтобы понять принципиальное преимущество квантовых компьютеров (КК), рассмотрим упрощенный пример задачи подбора двух паролей.

Будем считать, что:

- Пароль может состоять из 26 английских букв (каждая буква может быть как строчной, так и или заглавной), 10 цифр и 8 специальных символов.
- Длины паролей: $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов.
- Время проверки одной комбинации на **классическом компьютере** ($\tau_{\text{классика}}$) и время одного шага в **квантовом компьютере** ($\tau_{\text{квант}}$) одинаково: $\tau_{\text{классика}} = \tau_{\text{квант}} = 16$ нс.

Классический компьютер

1. Найдите число всех возможных комбинаций (V) для каждого из паролей. (2 балла)
2. Найдите время взлома ($T_{\text{классика}}$) каждого пароля на обычном компьютере, считая, что для гарантированного взлома потребуется перебрать все возможные комбинации символов. (1 балл)

Квантовый компьютер

В отличие от классического бита (единицы информации), который может находиться только в состоянии 0 или 1, **кубит** обладает уникальной квантовой способностью – помимо этих **базовых состояний** он также может находиться в состоянии **суперпозиции** (одновременной комбинации) этих двух базовых состояний. При измерении состояния кубита мы получим либо 0, либо 1, но с определённой вероятностью. Именно этой вероятностью может «управлять» квантовый компьютер, выполняя вычисления.

Квантовый параллелизм и ускорение

Если система из N кубитов переведена в состояние суперпозиции, она одновременно кодирует все V возможных комбинаций базовых состояний, так что при измерении мы с определенной вероятностью можем получить каждую из этих комбинаций. Это явление называется квантовым параллелизмом.

Используя специальный квантовый алгоритм для подбора пароля, можно пошагово «усиливать» вероятность искомого состояния кубитов. В результате этого процесса, который требует всего $\frac{\pi}{4} \sqrt{V}$ операций, кубиты переходят в свои базовые состояния (0 или 1), значения которых и формируют искомый пароль.

3. Сколько кубитов (N) понадобится, чтобы их конечное состояние кодировало пароль и их суперпозиция «вмещала» в себя все возможные V состояния пароля, для длин паролей $L_1 = 6$ и $L_2 = 12$ символов? (4 балла)
4. Найдите время взлома ($T_{\text{квант}}$) каждого из этих паролей на квантовом компьютере. (2 балла)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 4

1. Число возможных комбинаций для алфавита размером N и слова длиной L равно:

$$V = N^L$$

Тогда для L_1 : $V_1 = 70^6 = 117649000000 \approx 1,176 \cdot 10^{11}$

Для L_2 : $V_2 = 70^{12} = 138412872010000000000000 \approx 1,384 \cdot 10^{22}$

2. При этом время взлома равно

$$T_{\text{классика}} = V \cdot t_{\text{классика}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{классика},1} = 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 1882,4 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{классика},2} = 1,384 \cdot 10^{22} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 2,215 \cdot 10^{14} \text{ секунд,}$

что отвечает $\frac{2,215 \cdot 10^{14}}{3,15 \cdot 10^7} = 7,03 \cdot 10^6$ годам.

3. Требуемое число кубитов, Q , отвечает неравенству

$$2^Q \geq V.$$

Тогда для L_1 : $Q_1 \geq \log_2(V_1) \approx 36,8 \Rightarrow Q_1 = 37$ кубитов

Для L_2 : $Q_2 \geq \log_2(V_2) \approx 73,57 \Rightarrow Q_2 = 74$ кубита

4. При этом время взлома составляет

$$T_{\text{квант}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{V} t_{\text{квант}} = 0,7854 \sqrt{V} t_{\text{квант}}$$

Тогда для L_1 : $T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,176 \times 10^{11}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},1} \approx 0,7854 \cdot 343000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 0,0042 \text{ секунд}$

Для L_2 : $T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot \sqrt{1,384 \times 10^{22}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$

$T_{\text{квант},2} \approx 0,7854 \cdot 1,176 \cdot 10^{11} \cdot 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \approx 1477,8 \text{ секунд} \approx 24,6 \text{ минуты} \approx 0,0171 \text{ дня}$

Таким образом:

- Пароль длиной 12 символов классический компьютер взламывает за **7,03 миллиона лет**.
- Квантовый компьютер взламывает тот же пароль **менее получаса**, демонстрируя **алгоритмическое превосходство**.

Критерии оценки по пунктам:

1. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена формула (набор множителей N^L или подстановка значений), но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,5 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.
2. Полным баллом (0,5 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с подстановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если представлена подстановка значений в формулу, но отсутствует окончательный численный расчет – это 0,4 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.
3. Полным баллом (2 балла для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины, так и полностью рассчитанный ответ. Если формула есть, но значения не подставлены или подставлены, но не рассчитаны до конца – это 1,5 балла. Если только правильный численный ответ – 1 балл. Если в логике допущена фундаментальная ошибка (например, произведено округление числа кубитов на промежуточном шаге, что ведет к завышению получаемой величины) — это 0,5 балла. За ошибочный ответ без приведения логики его получения оценка не ставилась.
4. Полным баллом (1 балл для каждой длины пароля) оценивались решения, в которых были представлены как формула для расчета искомой величины с постановкой значений, так и полностью рассчитанный ответ. Если значения в формулу подставлены, но не рассчитаны – это 0,75 балла. Если только численный ответ – только 0,25 балла.

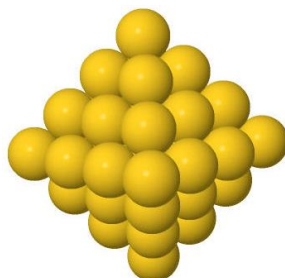
Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

-0,5 балла за каждую ошибку в порядках величин при расчете.

Задача по математике. Моделирование металлического нанокластера (10 баллов)

Вариант 1



Металлические нанокластеры с размерами от нескольких до сотен атомов имеют уникальные свойства, определяемые их атомной геометрией. Рассмотрим нанокластер в форме идеального октаэдра, на ребро которого приходится n атомов металла. Его можно представить как стопку квадратных слоев, длина ребра которых сначала возрастает от 1 до n , а затем снижается снова до 1 атома.

1. Определите расстояние d между соседними атомными слоями в нанокластере, выразив его через минимальное межатомное расстояние a . (0,5 балла)
2. Запишите в общем виде координаты для вершин октаэдрического нанокластера, выразив их через n , если известно, что диагонали октаэдра лежат на координатных осях. (1,5 балла)
3. Разработайте и запишите алгоритм для последовательного вычисления координат центров всех атомов в таком октаэдрическом нанокластере. Используйте принцип послойного построения и координаты атомов в слое. (2 балла)
4. Напишите и вставьте в решение компьютерный код (на любом языке программирования), реализующий алгоритм и генерирующий файл в формате XYZ*. При написании кода примите тип атома Au, а межатомное расстояние a равным 0,288 нм. (2 балла)
5. Проведите моделирование для $n = 9$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)
6. Модифицируйте и предоставьте код для получения усеченного октаэдра путем удаления с каждой из вершин пирамид, на ребро которых приходится m атомов металла. Опишите логику модифицированного алгоритма. (2 балла)
7. Проведите моделирование для $m = 4$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)

* Файл формата XYZ представляет собой текстовый файл с расширением .xyz, в первой строке которого указано общее число атомов в нанокластере, вторая строка служит для комментариев, а третья и последующие содержат данные в формате <тип атома> <координата x> <координата y> <координата z>. Визуализировать файл формата .xyz можно в любом просмотрщике химических структур.

Всего – 10 баллов

Решение варианта 1

1. Расстояние между соседними квадратными слоями вдоль любой из осей равно высоте равносторонней квадратной пирамиды, вершины которой лежат в центрах атомов металла, один из которых принадлежит одному слою, а еще пять - другому:

$$d = a/\sqrt{2}$$

2. Если, по условию, диагонали октаэдра лежат на координатных осях, то его вершины также лежат на этих осях, а их единственная ненулевая координата принимает максимально возможное по модулю значение. Это значение равно произведению межслоевого расстояния на $L = n - 1$ - общее число таких "шагов" от вершины до центрального слоя:

$$x_{max} = y_{max} = z_{max} = L \cdot d$$

И координаты: $[-x_{max}, 0, 0]$, $[0, -y_{max}, 0]$, $[0, 0, -z_{max}]$, $[x_{max}, 0, 0]$, $[0, y_{max}, 0]$, $[0, 0, z_{max}]$.

Или:

$$\left[-\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right], \left[\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right].$$

3. Удобней всего строить нанокластер снизу вверх, вдоль оси z , поэтому, первым делом мы рассчитываем координаты самого первого атома, $[0, 0, -z_{max}]$.

Во втором слое у нас 4 атома, все лежат на осях: $[-d, 0, -z_{max} + d]$, $[d, 0, -z_{max} + d]$, $[0, -d, -z_{max} + d]$, $[0, d, -z_{max} + d]$.

В третьем слое у нас уже 9 атомов, взаимное расположение которых можно рассматривать как одномерные слои, перпендикулярные y : по 1-2-3-2-1 атома с координатами по y $\{-2d\}$, $\{-d\}$, $\{0\}$, $\{d\}$ и $\{2d\}$, соответственно. При этом координаты по x для них будут, соответственно, $\{0\}$, $\{-d, d\}$, $\{-2d, 0, 2d\}$, $\{-d, d\}$, $\{0\}$.

Или, полный набор девяти пар координат xy : $\{0, -2d\}$, $\{-d, -d\}$, $\{d, -d\}$, $\{-2d, 0\}$, $\{0, 0\}$, $\{2d, 0\}$, $\{-d, d\}$, $\{d, d\}$, $\{0, 2d\}$.

Таким образом, можно видеть, что все атомы нанокластера мы можем "обойти", построив логику на системе вложенных циклов, последовательно перебирающих слои:

- внешний цикл по z от $-L$ до L с шагом 1 по i , в этом цикле мы вычисляем координату $z = i \cdot d$, и переходим к вложенным циклам
- второй цикл по y от $-(L - |i|)$ до $(L - |i|)$ с шагом 1 по j . В этом цикле мы вычисляем координату $y = j \cdot d$, и переходим к следующему вложенному циклу

- последний цикл, по x от $-(L - |i| - |j|)$ до $(L - |i| - |j|)$ с шагом 1 по k . В этом цикле мы вычисляем координату $x = k \cdot d$. Далее мы должны провести проверку

$$(|i| + |j| + |k|)(\text{mod}2) = 0.$$

И, в случае выполнения этого условия, сохраняем координату (в отдельный массив или сразу печатаем в файл)

4. Код программы на языке Python

```
import numpy as np

def generate_octahedron(n, a=0.288, filename="octahedron"):
    """
    Генерирует координаты идеального октаэдра.
    """
    if n < 1:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1"

    d = a / np.sqrt(2)      # Межслоевое расстояние d
    L = n - 1               # Максимальный целочисленный индекс
    coordinates = []

    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
    for i in range(-L, L + 1):
        z_real = i * d

        # 2. Второй цикл по y (индекс j)
        limit_j = L - abs(i)
        for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
            y_real = j * d

            # 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
            limit_k = L - abs(i) - abs(j)
            for k in range(-limit_k, limit_k + 1):

                # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
                if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
                    x_real = k * d
                    coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

    # Формирование и запись XYZ-файла
    N_total = len(coordinates)
```

```

output_filename = f"{filename}_{n}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Octahedron (n={n}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов: {N_total}"

if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 9
    result = generate_octahedron(n=N_VARIANT)
    print(result)

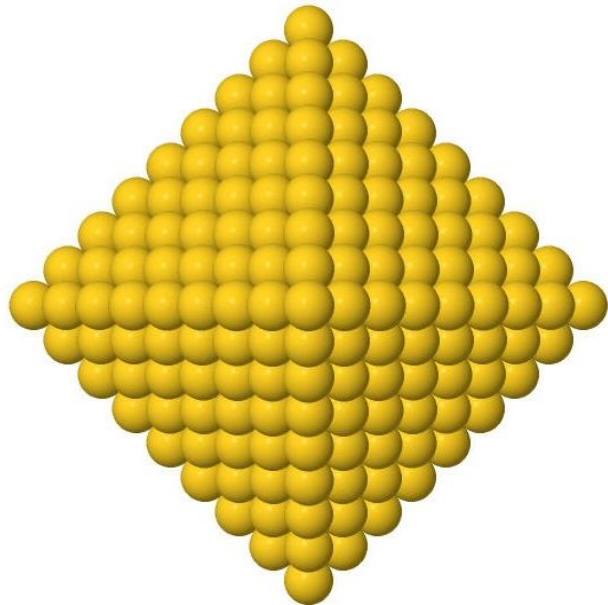
```

5. Фрагмент файла octahedron_9.xyz и изображение octahedron_9.jpg

```

octahedron_9.xyz – Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
489
Octahedron (n=9, a=0.288 nm)
Au 0.0000 0.0000 -1.6292
Au 0.0000 -0.2036 -1.4255
Au -0.2036 0.0000 -1.4255
Au 0.2036 0.0000 -1.4255
Au 0.0000 0.2036 -1.4255
Au 0.0000 -0.4073 -1.2219
Au -0.2036 -0.2036 -1.2219
Au 0.2036 -0.2036 -1.2219
Au -0.4073 0.0000 -1.2219
Au 0.0000 0.0000 -1.2219
Au 0.4073 0.0000 -1.2219
Au -0.2036 0.2036 -1.2219
Au 0.2036 0.2036 -1.2219
Au 0.0000 0.4073 -1.2219
Au 0.0000 -0.6109 -1.0182
Au -0.2036 -0.4073 -1.0182
Au 0.2036 -0.4073 -1.0182

```



6. Код для получения октаэдра с заданным размером усечения:

```

import numpy as np

def generate_truncated_octahedron(n, m, a=0.288, filename="truncated"):
    """
    Генерирует координаты усеченного октаэдра.
    """
    if n < 1 or m < 0 or m >= n:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1, а m должно быть в диапазоне 0 <= m < n."

```



```
d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс для полного
октаэдра
L_trim = L - m              # Максимальный индекс после усечения
coordinates = []

# 1. Внешний цикл по z (индекс i)
for i in range(-L, L + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Z ---
    if abs(i) > L_trim:
        continue
    z_real = i * d

# 2. Второй цикл по y (индекс j)
limit_j = L - abs(i)
for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Y ---
    if abs(j) > L_trim:
        continue
    y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО X ---
    if abs(k) > L_trim:
        continue

# 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
    x_real = k * d
    coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}_{m}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Truncated Octahedron (n={n}, m={m}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")
```

```

return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"

if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 9
    M_VARIANT = 4
    result = generate_truncated_octahedron(n=N_VARIANT, m=M_VARIANT)
    print(result)

```

Модификация алгоритма для получения усеченного октаэдра путем удаления m слоев базируется на наложении дополнительного ограничения на целочисленные координаты (i, j, k) в цикле. По каждой из осей надо будет проводить дополнительную проверку, чтобы координата не превышала пороговое значение, равное:

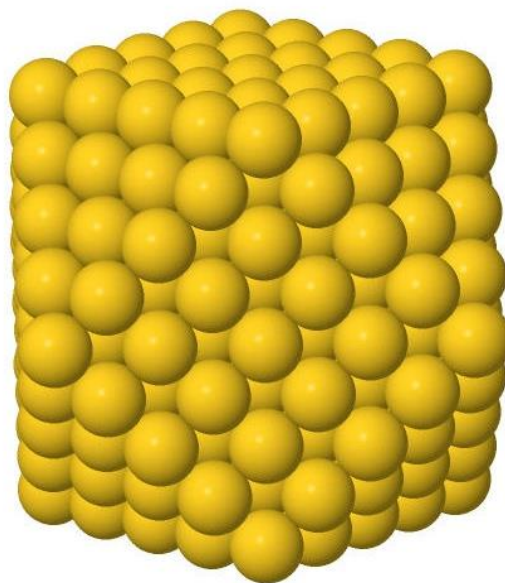
$$L_{trim} = L - m = (n - 1) - m$$

7. Фрагмент файла truncated_9_4.xyz и изображение truncated_9_4.jpg

```

truncated_9_4.xyz - Блокнот
Файл Правка Формат Вид Справка
309
Truncated Octahedron (n=9, m=4, a=0.288 nm)
Au 0.0000 -0.8146 -0.8146
Au -0.2036 -0.6109 -0.8146
Au 0.2036 -0.6109 -0.8146
Au -0.4073 -0.4073 -0.8146
Au 0.0000 -0.4073 -0.8146
Au 0.4073 -0.4073 -0.8146
Au -0.6109 -0.2036 -0.8146
Au -0.2036 -0.2036 -0.8146
Au 0.2036 -0.2036 -0.8146
Au 0.6109 -0.2036 -0.8146
Au -0.8146 0.0000 -0.8146
Au -0.4073 0.0000 -0.8146
Au 0.0000 0.0000 -0.8146
Au 0.4073 0.0000 -0.8146
Au 0.8146 0.0000 -0.8146
Au -0.6109 0.2036 -0.8146
Au -0.2036 0.2036 -0.8146
Au 0.2036 0.2036 -0.8146
Au 0.6109 0.2036 -0.8146
Au -0.4073 0.4073 -0.8146

```



Критерии оценки по пунктам:

- 0,5 балла** давалось только за правильно указанную величину расстояния между слоями в кластере
- 0,5 балла** за правильное выражение длины ребра через n : $L = n-1$, **1 балл** начислялся за правильные координаты вершин октаэдра.
- 1 балл** начислялся за описание алгоритма со вложенными циклами, **1 балл** начислялся за условие, накладываемое на координаты, которое строго определяет октаэдр, «отсекая» избыточные атомы

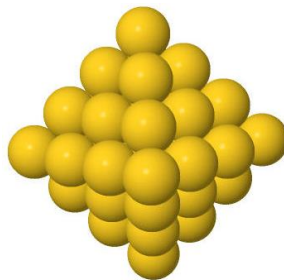
4. **2 балла** начислялись за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла
5. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден октаэдр нужного размера
6. **1 балл** ставился за правильную запись условия, четко формирующего усеченный октаэдр с заданными параметрами, **1 балл** начислялся за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла.
7. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден усеченный октаэдр (а, точнее, кубookтаэдр) нужного размера.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Вариант 2



Металлические нанокластеры с размерами от нескольких до сотен атомов имеют уникальные свойства, определяемые их атомной геометрией. Рассмотрим нанокластер в форме идеального октаэдра, на ребро которого приходится n атомов металла. Его можно представить как стопку квадратных слоев, длина ребра которых сначала возрастает от 1 до n , а затем снижается снова до 1 атома.

1. Определите расстояние d между соседними атомными слоями в нанокластере, выразив его через минимальное межатомное расстояние a . (0,5 балла)
2. Запишите в общем виде координаты для вершин октаэдрического нанокластера, выразив их через n , если известно, что диагонали октаэдра лежат на координатных осях. (1,5 балла)
3. Разработайте и запишите алгоритм для последовательного вычисления координат центров всех атомов в таком октаэдрическом нанокластере. Используйте принцип послойного построения и координаты атомов в слое. (2 балла)
4. Напишите и вставьте в решение компьютерный код (на любом языке программирования), реализующий алгоритм и генерирующий файл в формате

XYZ*. При написании кода примите тип атома Au, а межатомное расстояние a равным 0,288 нм. (2 балла)

5. Проведите моделирование для $n = 11$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)
6. Модифицируйте и предоставьте код для получения усеченного октаэдра путем удаления с каждой из вершин пирамид, на ребро которых приходится m атомов металла. Опишите логику модифицированного алгоритма. (2 балла)
7. Проведите моделирование для $m = 5$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)

* Файл формата XYZ представляет собой текстовый файл с расширением .xyz, в первой строке которого указано общее число атомов в нанокластере, вторая строка служит для комментариев, а третья и последующие содержат данные в формате <тип атома> <координата x> <координата y> <координата z>. Визуализировать файл формата .xyz можно в любом просмотрщике химических структур.

Всего – 10 баллов

Решение варианта 2

1. Расстояние между соседними квадратными слоями вдоль любой из осей равно высоте равносторонней квадратной пирамиды, вершины которой лежат в центрах атомов металла, один из которых принадлежит одному слою, а еще пять - другому:

$$d = a/\sqrt{2}$$

2. Если, по условию, диагонали октаэдра лежат на координатных осях, то его вершины также лежат на этих осях, а их единственная ненулевая координата принимает максимально возможное по модулю значение. Это значение равно произведению межслоевого расстояния на $L = n - 1$ - общее число таких “шагов” от вершины до центрального слоя:

$$x_{\max} = y_{\max} = z_{\max} = L \cdot d$$

И координаты: $[-x_{\max}, 0, 0]$, $[0, -y_{\max}, 0]$, $[0, 0, -z_{\max}]$, $[x_{\max}, 0, 0]$, $[0, y_{\max}, 0]$, $[0, 0, z_{\max}]$.

Или:

$$\left[-\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right], \left[\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right].$$

3. Удобней всего строить нанокластер снизу вверх, вдоль оси z , поэтому, первым делом мы рассчитываем координаты самого первого атома, $[0, 0, -z_{\max}]$.



Во втором слое у нас 4 атома, все лежат на осях: $[-d, 0, -z_{max} + d]$, $[d, 0, -z_{max} + d]$, $[0, -d, -z_{max} + d]$, $[0, d, -z_{max} + d]$.

В третьем слое у нас уже 9 атомов, взаимное расположение которых можно рассматривать как одномерные слои, перпендикулярные **y**: по 1-2-3-2-1 атома с координатами по **y** $\{-2d\}$, $\{-d\}$, $\{0\}$, $\{d\}$ и $\{2d\}$, соответственно. При этом координаты по **x** для них будут, соответственно, $\{0\}$, $\{-d, d\}$, $\{-2d, 0, 2d\}$, $\{-d, d\}$, $\{0\}$.

Или, полный набор девяти пар координат **xy**: $\{0, -2d\}$, $\{-d, -d\}$, $\{d, -d\}$, $\{-2d, 0\}$, $\{0, 0\}$, $\{2d, 0\}$, $\{-d, d\}$, $\{d, d\}$, $\{0, 2d\}$.

Таким образом, можно видеть, что все атомы нанокластера мы можем “обойти”, построив логику на системе вложенных циклов, последовательно перебирающих слои:

- внешний цикл по **z** от $-L$ до L с шагом 1 по **i**, в этом цикле мы вычисляем координату $z = i \cdot d$, и переходим к вложенным циклам
- второй цикл по **y** от $-(L - |i|)$ до $(L - |i|)$ с шагом 1 по **j**. В этом цикле мы вычисляем координату $y = j \cdot d$, и переходим к следующему вложенному циклу
- последний цикл, по **x** от $-(L - |i| - |j|)$ до $(L - |i| - |j|)$ с шагом 1 по **k**. В этом цикле мы вычисляем координату $x = k \cdot d$. Далее мы должны провести проверку

$$(|i| + |j| + |k|)(mod 2) = 0.$$

И, в случае выполнения этого условия, сохраняем координату (в отдельный массив или сразу печатаем в файл)

4. Код программы на языке Python

```
import numpy as np

def generate_octahedron(n, a=0.288, filename="octahedron"):
    """
    Генерирует координаты идеального октаэдра.
    """
    if n < 1:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1"

    d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
    L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс
    coordinates = []

    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
    for i in range(-L, L + 1):
        z_real = i * d
```



```
# 2. Второй цикл по y (индекс j)
limit_j = L - abs(i)
for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
    y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):

    # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
    if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
        x_real = k * d
        coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}.xyz"

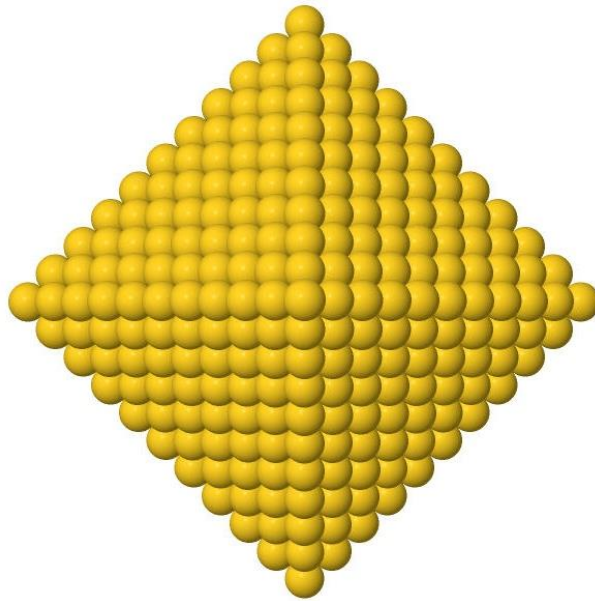
with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Octahedron (n={n}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"

if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 11
    result = generate_octahedron(n=N_VARIANT)
    print(result)
```

5. Фрагмент файла octahedron_11.xyz и изображение octahedron_11.jpg


```
octahedron_11.xyz - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
891
Octahedron (n=11, a=0.288 nm)
Au 0.0000 0.0000 -2.0365
Au 0.0000 -0.2036 -1.8328
Au -0.2036 0.0000 -1.8328
Au 0.2036 0.0000 -1.8328
Au 0.0000 0.2036 -1.8328
Au 0.0000 -0.4073 -1.6292
Au -0.2036 -0.2036 -1.6292
Au 0.2036 -0.2036 -1.6292
Au -0.4073 0.0000 -1.6292
Au 0.0000 0.0000 -1.6292
Au 0.4073 0.0000 -1.6292
Au -0.2036 0.2036 -1.6292
Au 0.2036 0.2036 -1.6292
Au 0.0000 0.4073 -1.6292
Au 0.0000 -0.6109 -1.4255
Au -0.2036 -0.4073 -1.4255
Au 0.2036 -0.4073 -1.4255
Au -0.4073 -0.2036 -1.4255
Au 0.0000 -0.2036 -1.4255
Au 0.4073 -0.2036 -1.4255
```



6. Код для получения октаэдра с заданным размером усе­чения:

```
import numpy as np

def generate_truncated_octahedron(n, m, a=0.288, filename="truncated"):
    """
    Генерирует координаты усеченного октаэдра.
    """
    if n < 1 or m < 0 or m >= n:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1, а m должно быть в диапазоне 0 <= m < n."

    d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
    L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс для полного октаэдра
    L_trim = L - m               # Максимальный индекс после усе­чения
    coordinates = []

    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
    for i in range(-L, L + 1):
        # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Z ---
        if abs(i) > L_trim:
            continue
        z_real = i * d

        # 2. Второй цикл по y (индекс j)
        limit_j = L - abs(i)
        for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
            # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Y ---
```



```
if abs(j) > L_trim:
    continue
y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО X ---
    if abs(k) > L_trim:
        continue

    # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
    if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
        x_real = k * d
        coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}_{m}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Truncated Octahedron (n={n}, m={m}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"

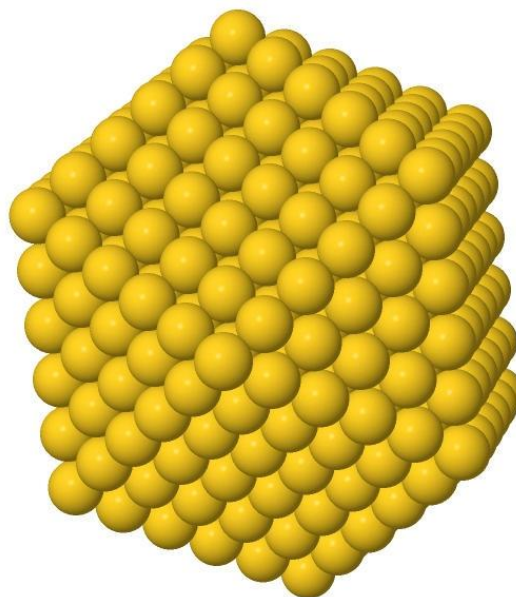
if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 11
    M_VARIANT = 5
    result = generate_truncated_octahedron(n=N_VARIANT, m=M_VARIANT)
    print(result)
```

Модификация алгоритма для получения усеченного октаэдра путем удаления m слоев базируется на наложении дополнительного ограничения на целочисленные координаты (i , j , k) в цикле. По каждой из осей надо будет проводить дополнительную проверку, чтобы координата не превышала пороговое значение, равное:

$$L_{trim} = L - m = (n - 1) - m$$

7. Фрагмент файла truncated_11_5.xyz и изображение truncated_11_5.jpg

```
truncated_11_5.xyz – Блокнот
Файл Правка Формат Вид Справка
561
Truncated Octahedron (n=11, m=5, a=0.288 nm)
Au 0.0000 -1.0182 -1.0182
Au -0.2036 -0.8146 -1.0182
Au 0.2036 -0.8146 -1.0182
Au -0.4073 -0.6109 -1.0182
Au 0.0000 -0.6109 -1.0182
Au 0.4073 -0.6109 -1.0182
Au -0.6109 -0.4073 -1.0182
Au -0.2036 -0.4073 -1.0182
Au 0.2036 -0.4073 -1.0182
Au 0.6109 -0.4073 -1.0182
Au -0.8146 -0.2036 -1.0182
Au -0.4073 -0.2036 -1.0182
Au 0.0000 -0.2036 -1.0182
Au 0.4073 -0.2036 -1.0182
Au 0.8146 -0.2036 -1.0182
Au -1.0182 0.0000 -1.0182
Au -0.6109 0.0000 -1.0182
Au -0.2036 0.0000 -1.0182
Au 0.2036 0.0000 -1.0182
Au 0.6109 0.0000 -1.0182
```



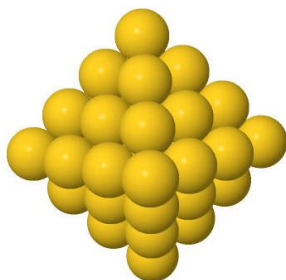
Критерии оценки по пунктам:

1. **0,5 балла** давалось только за правильно указанную величину расстояния между слоями в кластере
2. **0,5 балла** за правильное выражение длины ребра через n : $L = n-1$, **1 балл** начислялся за правильные координаты вершин октаэдра.
3. **1 балл** начислялся за описание алгоритма со вложенными циклами, **1 балл** начислялся за условие, накладываемое на координаты, которое строго определяет октаэдр, «отсекая» избыточные атомы
4. **2 балла** начислялись за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла
5. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден октаэдр нужного размера
6. **1 балл** ставился за правильную запись условия, четко формирующего усеченный октаэдр с заданными параметрами, **1 балл** начислялся за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла.
7. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден усеченный октаэдр (а, точнее, кубookтаэдр) нужного размера.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Вариант 3

Металлические нанокластеры с размерами от нескольких до сотен атомов имеют уникальные свойства, определяемые их атомной геометрией. Рассмотрим нанокластер в форме идеального октаэдра, на ребро которого приходится n атомов металла. Его можно представить как стопку квадратных слоев, длина ребра которых сначала возрастает от 1 до n , а затем снижается снова до 1 атома.

1. Определите расстояние d между соседними атомными слоями в нанокластере, выразив его через минимальное межатомное расстояние a . (0,5 балла)
2. Запишите в общем виде координаты для вершин октаэдрического нанокластера, выразив их через n , если известно, что диагонали октаэдра лежат на координатных осях. (1,5 балла)
3. Разработайте и запишите алгоритм для последовательного вычисления координат центров всех атомов в таком октаэдрическом нанокластере. Используйте принцип послойного построения и координаты атомов в слое. (2 балла)
4. Напишите и вставьте в решение компьютерный код (на любом языке программирования), реализующий алгоритм и генерирующий файл в формате XYZ*. При написании кода примите тип атома Au, а межатомное расстояние a равным 0,288 нм. (2 балла)
5. Проведите моделирование для $n = 13$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)
6. Модифицируйте и предоставьте код для получения усеченного октаэдра путем удаления с каждой из вершин пирамид, на ребро которых приходится m атомов металла. Опишите логику модифицированного алгоритма. (2 балла)
7. Проведите моделирование для $m = 6$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)

* Файл формата XYZ представляет собой текстовый файл с расширением .xyz, в первой строке которого указано общее число атомов в нанокластере, вторая строка служит для комментариев, а третья и последующие содержат данные в формате <тип атома> <координата x> <координата y> <координата z>. Визуализировать файл формата .xyz можно в любом просмотрщике химических структур.

Всего – 10 баллов

Решение варианта 3

1. Расстояние между соседними квадратными слоями вдоль любой из осей равно высоте равносторонней квадратной пирамиды, вершины которой лежат в центрах атомов металла, один из которых принадлежит одному слою, а еще пять - другому:

$$d = a/\sqrt{2}$$

2. Если, по условию, диагонали октаэдра лежат на координатных осях, то его вершины также лежат на этих осях, а их единственная ненулевая координата принимает максимально возможное по модулю значение. Это значение равно произведению межслоевого расстояния на $L = n - 1$ - общее число таких "шагов" от вершины до центрального слоя:

$$x_{max} = y_{max} = z_{max} = L \cdot d$$

И координаты: $[-x_{max}, 0, 0]$, $[0, -y_{max}, 0]$, $[0, 0, -z_{max}]$, $[x_{max}, 0, 0]$, $[0, y_{max}, 0]$, $[0, 0, z_{max}]$.

Или:

$$\left[-\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right], \left[\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right].$$

3. Удобней всего строить нанокластер снизу вверх, вдоль оси z , поэтому, первым делом мы рассчитываем координаты самого первого атома, $[0, 0, -z_{max}]$.

Во втором слое у нас 4 атома, все лежат на осях: $[-d, 0, -z_{max} + d]$, $[d, 0, -z_{max} + d]$, $[0, -d, -z_{max} + d]$, $[0, d, -z_{max} + d]$.

В третьем слое у нас уже 9 атомов, взаимное расположение которых можно рассматривать как одномерные слои, перпендикулярные y : по 1-2-3-2-1 атома с координатами по y $\{-2d\}$, $\{-d\}$, $\{0\}$, $\{d\}$ и $\{2d\}$, соответственно. При этом координаты по x для них будут, соответственно, $\{0\}$, $\{-d, d\}$, $\{-2d, 0, 2d\}$, $\{-d, d\}$, $\{0\}$.

Или, полный набор девяти пар координат xy : $\{0, -2d\}$, $\{-d, -d\}$, $\{d, -d\}$, $\{-2d, 0\}$, $\{0, 0\}$, $\{2d, 0\}$, $\{-d, d\}$, $\{d, d\}$, $\{0, 2d\}$.

Таким образом, можно видеть, что все атомы нанокластера мы можем "обойти", построив логику на системе вложенных циклов, последовательно перебирающих слои:

- внешний цикл по z от $-L$ до L с шагом 1 по i , в этом цикле мы вычисляем координату $z = i \cdot d$, и переходим к вложенным циклам
- второй цикл по y от $-(L - |i|)$ до $(L - |i|)$ с шагом 1 по j . В этом цикле мы вычисляем координату $y = j \cdot d$, и переходим к следующему вложенному циклу

- последний цикл, по x от $-(L - |i| - |j|)$ до $(L - |i| - |j|)$ с шагом 1 по k . В этом цикле мы вычисляем координату $x = k \cdot d$. Далее мы должны провести проверку

$$(|i| + |j| + |k|)(\text{mod}2) = 0.$$

И, в случае выполнения этого условия, сохраняем координату (в отдельный массив или сразу печатаем в файл)

4. Код программы на языке Python

```
import numpy as np

def generate_octahedron(n, a=0.288, filename="octahedron"):
    """
    Генерирует координаты идеального октаэдра.
    """
    if n < 1:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1"

    d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
    L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс
    coordinates = []

    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
    for i in range(-L, L + 1):
        z_real = i * d

        # 2. Второй цикл по y (индекс j)
        limit_j = L - abs(i)
        for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
            y_real = j * d

            # 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
            limit_k = L - abs(i) - abs(j)
            for k in range(-limit_k, limit_k + 1):

                # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
                if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
                    x_real = k * d
                    coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

    # Формирование и запись XYZ-файла
    N_total = len(coordinates)
```

```

output_filename = f"{filename}_{n}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Octahedron (n={n}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов: {N_total}"

if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 9
    result = generate_octahedron(n=N_VARIANT)
    print(result)

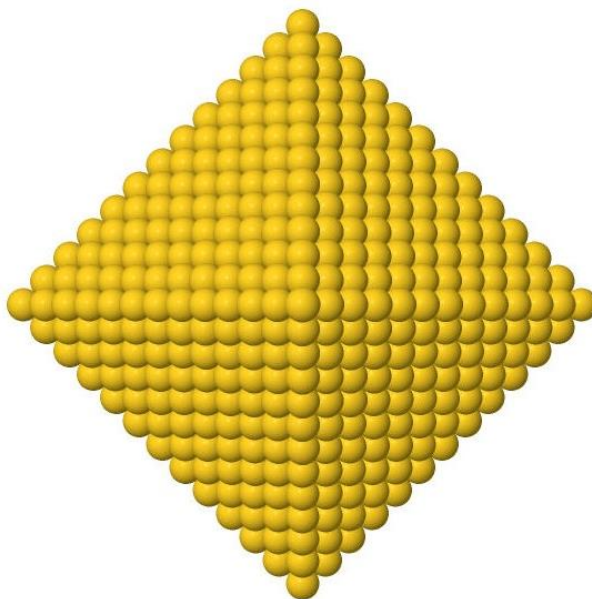
```

5. Фрагмент файла octahedron_13.xyz и изображение octahedron_13.jpg

```

octahedron_13.xyz - Блокнот
Файл Правка Формат Вид Справка
1469
Octahedron (n=13, a=0.288 nm)
Au 0.0000 0.0000 -2.4438
Au 0.0000 -0.2036 -2.2401
Au -0.2036 0.0000 -2.2401
Au 0.2036 0.0000 -2.2401
Au 0.0000 0.2036 -2.2401
Au 0.0000 -0.4073 -2.0365
Au -0.2036 -0.2036 -2.0365
Au 0.2036 -0.2036 -2.0365
Au -0.4073 0.0000 -2.0365
Au 0.0000 0.0000 -2.0365
Au 0.4073 0.0000 -2.0365
Au -0.2036 0.2036 -2.0365
Au 0.2036 0.2036 -2.0365
Au 0.0000 0.4073 -2.0365
Au 0.0000 -0.6109 -1.8328
Au -0.2036 -0.4073 -1.8328
Au 0.2036 -0.4073 -1.8328
Au -0.4073 -0.2036 -1.8328
Au 0.0000 -0.2036 -1.8328
Au 0.4073 -0.2036 -1.8328

```



6. Код для получения октаэдра с заданным размером усечения:

```

import numpy as np

def generate_truncated_octahedron(n, m, a=0.288, filename="truncated"):
    """
    Генерирует координаты усеченного октаэдра.
    """
    if n < 1 or m < 0 or m >= n:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1, а m должно быть в диапазоне 0 <= m < n."

```



```
d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс для полного
октаэдра
L_trim = L - m              # Максимальный индекс после усечения
coordinates = []

# 1. Внешний цикл по z (индекс i)
for i in range(-L, L + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Z ---
    if abs(i) > L_trim:
        continue
    z_real = i * d

# 2. Второй цикл по y (индекс j)
limit_j = L - abs(i)
for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Y ---
    if abs(j) > L_trim:
        continue
    y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО X ---
    if abs(k) > L_trim:
        continue

# 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
    x_real = k * d
    coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}_{m}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Truncated Octahedron (n={n}, m={m}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")
```



```
return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"
```

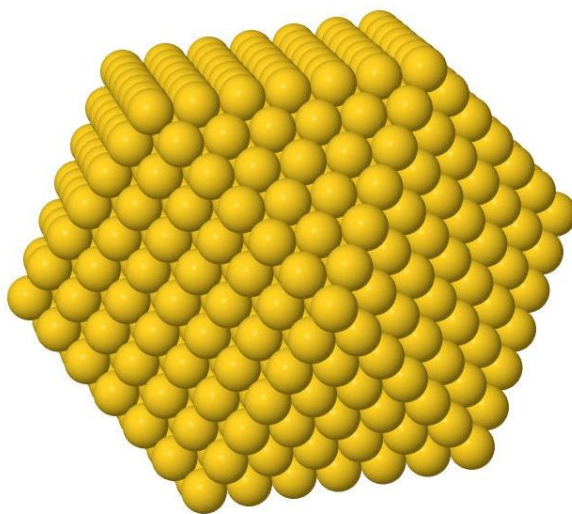
```
if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 13
    M_VARIANT = 6
    result = generate_truncated_octahedron(n=N_VARIANT, m=M_VARIANT)
    print(result)
```

Модификация алгоритма для получения усеченного октаэдра путем удаления m слоев базируется на наложении дополнительного ограничения на целочисленные координаты (i, j, k) в цикле. По каждой из осей надо будет проводить дополнительную проверку, чтобы координата не превышала пороговое значение, равное:

$$L_{trim} = L - m = (n - 1) - m$$

7. Фрагмент файла truncated_13_6.xyz и изображение truncated_13_6.jpg

```
truncated_13_6.xyz - Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
923
Truncated Octahedron (n=13, m=6, a=0.288 nm)
Au 0.0000 -1.2219 -1.2219
Au -0.2036 -1.0182 -1.2219
Au 0.2036 -1.0182 -1.2219
Au -0.4073 -0.8146 -1.2219
Au 0.0000 -0.8146 -1.2219
Au 0.4073 -0.8146 -1.2219
Au -0.6109 -0.6109 -1.2219
Au -0.2036 -0.6109 -1.2219
Au 0.2036 -0.6109 -1.2219
Au 0.6109 -0.6109 -1.2219
Au -0.8146 -0.4073 -1.2219
Au -0.4073 -0.4073 -1.2219
Au 0.0000 -0.4073 -1.2219
Au 0.4073 -0.4073 -1.2219
Au 0.8146 -0.4073 -1.2219
Au -1.0182 -0.2036 -1.2219
Au -0.6109 -0.2036 -1.2219
Au -0.2036 -0.2036 -1.2219
Au 0.2036 -0.2036 -1.2219
```



Критерии оценки по пунктам:

- 0,5 балла** давалось только за правильно указанную величину расстояния между слоями в кластере
- 0,5 балла** за правильное выражение длины ребра через n : $L = n-1$, **1 балл** начислялся за правильные координаты вершин октаэдра.
- 1 балл** начислялся за описание алгоритма со вложенными циклами, **1 балл** начислялся за условие, накладываемое на координаты, которое строго определяет октаэдр, «отсекая» избыточные атомы

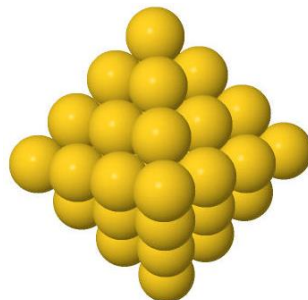
4. **2 балла** начислялись за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла
5. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден октаэдр нужного размера
6. **1 балл** ставился за правильную запись условия, четко формирующего усеченный октаэдр с заданными параметрами, **1 балл** начислялся за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла.
7. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден усеченный октаэдр (а, точнее, кубookтаэдр) нужного размера.

Баллы снимались:

-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Вариант 4



Металлические нанокластеры с размерами от нескольких до сотен атомов имеют уникальные свойства, определяемые их атомной геометрией. Рассмотрим нанокластер в форме идеального октаэдра, на ребро которого приходится n атомов металла. Его можно представить как стопку квадратных слоев, длина ребра которых сначала возрастает от 1 до n , а затем снижается снова до 1 атома.

1. Определите расстояние d между соседними атомными слоями в нанокластере, выразив его через минимальное межатомное расстояние a . (0,5 балла)
2. Запишите в общем виде координаты для вершин октаэдрического нанокластера, выразив их через n , если известно, что диагонали октаэдра лежат на координатных осях. (1,5 балла)
3. Разработайте и запишите алгоритм для последовательного вычисления координат центров всех атомов в таком октаэдрическом нанокластере. Используйте принцип послойного построения и координаты атомов в слое. (2 балла)
4. Напишите и вставьте в решение компьютерный код (на любом языке программирования), реализующий алгоритм и генерирующий файл в формате

XYZ*. При написании кода примите тип атома Au, а межатомное расстояние a равным 0,288 нм. (2 балла)

5. Проведите моделирование для $n = 15$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)
6. Модифицируйте и предоставьте код для получения усеченного октаэдра путем удаления с каждой из вершин пирамид, на ребро которых приходится m атомов металла. Опишите логику модифицированного алгоритма. (2 балла)
7. Проведите моделирование для $m = 7$ и приложите к ответу полученный .xyz файл и/или изображение построенного нанокластера. (1 балл)

* Файл формата XYZ представляет собой текстовый файл с расширением .xyz, в первой строке которого указано общее число атомов в нанокластере, вторая строка служит для комментариев, а третья и последующие содержат данные в формате <тип атома> <координата x> <координата y> <координата z>. Визуализировать файл формата .xyz можно в любом просмотрщике химических структур.

Всего – 10 баллов

Решение варианта 4

1. Расстояние между соседними квадратными слоями вдоль любой из осей равно высоте равносторонней квадратной пирамиды, вершины которой лежат в центрах атомов металла, один из которых принадлежит одному слою, а еще пять - другому:

$$d = a/\sqrt{2}$$

2. Если, по условию, диагонали октаэдра лежат на координатных осях, то его вершины также лежат на этих осях, а их единственная ненулевая координата принимает максимально возможное по модулю значение. Это значение равно произведению межслоевого расстояния на $L = n - 1$ - общее число таких “шагов” от вершины до центрального слоя:

$$x_{\max} = y_{\max} = z_{\max} = L \cdot d$$

И координаты: $[-x_{\max}, 0, 0]$, $[0, -y_{\max}, 0]$, $[0, 0, -z_{\max}]$, $[x_{\max}, 0, 0]$, $[0, y_{\max}, 0]$, $[0, 0, z_{\max}]$.

Или:

$$\left[-\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, -\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right], \left[\frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \left[0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}, 0\right], \left[0, 0, \frac{(n-1)a}{\sqrt{2}}\right].$$

3. Удобней всего строить нанокластер снизу вверх, вдоль оси z , поэтому, первым делом мы рассчитываем координаты самого первого атома, $[0, 0, -z_{\max}]$.



Во втором слое у нас 4 атома, все лежат на осях: $[-d, 0, -z_{max} + d]$, $[d, 0, -z_{max} + d]$, $[0, -d, -z_{max} + d]$, $[0, d, -z_{max} + d]$.

В третьем слое у нас уже 9 атомов, взаимное расположение которых можно рассматривать как одномерные слои, перпендикулярные **y**: по 1-2-3-2-1 атома с координатами по **y** $\{-2d\}$, $\{-d\}$, $\{0\}$, $\{d\}$ и $\{2d\}$, соответственно. При этом координаты по **x** для них будут, соответственно, $\{0\}$, $\{-d, d\}$, $\{-2d, 0, 2d\}$, $\{-d, d\}$, $\{0\}$.

Или, полный набор девяти пар координат **xy**: $\{0, -2d\}$, $\{-d, -d\}$, $\{d, -d\}$, $\{-2d, 0\}$, $\{0, 0\}$, $\{2d, 0\}$, $\{-d, d\}$, $\{d, d\}$, $\{0, 2d\}$.

Таким образом, можно видеть, что все атомы нанокластера мы можем “обойти”, построив логику на системе вложенных циклов, последовательно перебирающих слои:

- внешний цикл по **z** от $-L$ до L с шагом 1 по **i**, в этом цикле мы вычисляем координату $z = i \cdot d$, и переходим к вложенным циклам
- второй цикл по **y** от $-(L - |i|)$ до $(L - |i|)$ с шагом 1 по **j**. В этом цикле мы вычисляем координату $y = j \cdot d$, и переходим к следующему вложенному циклу
- последний цикл, по **x** от $-(L - |i| - |j|)$ до $(L - |i| - |j|)$ с шагом 1 по **k**. В этом цикле мы вычисляем координату $x = k \cdot d$. Далее мы должны провести проверку

$$(|i| + |j| + |k|)(mod 2) = 0.$$

И, в случае выполнения этого условия, сохраняем координату (в отдельный массив или сразу печатаем в файл)

4. Код программы на языке Python

```
import numpy as np

def generate_octahedron(n, a=0.288, filename="octahedron"):
    """
    Генерирует координаты идеального октаэдра.
    """
    if n < 1:
        return "Ошибка: n должно быть >= 1"

    d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
    L = n - 1                   # Максимальный целочисленный индекс
    coordinates = []

    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
    for i in range(-L, L + 1):
        z_real = i * d
```



```
# 2. Второй цикл по y (индекс j)
limit_j = L - abs(i)
for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
    y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):

    # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
    if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
        x_real = k * d
        coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Octahedron (n={n}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"

if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 15
    result = generate_octahedron(n=N_VARIANT)
    print(result)
```

5. Фрагмент файла octahedron_15.xyz и изображение octahedron_15.jpg

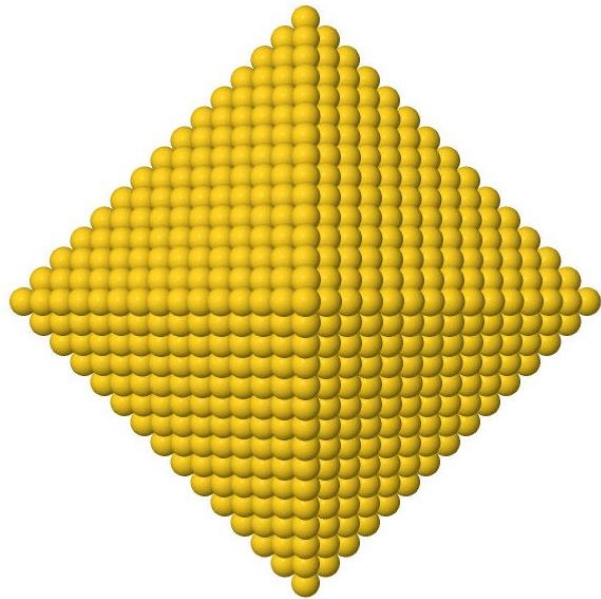
octahedron_15.xyz – Блокнот

Файл Правка Формат Вид Справка

2255

Octahedron (n=15, a=0.288 nm)

```
Au 0.0000 0.0000 -2.8511
Au 0.0000 -0.2036 -2.6474
Au -0.2036 0.0000 -2.6474
Au 0.2036 0.0000 -2.6474
Au 0.0000 0.2036 -2.6474
Au 0.0000 -0.4073 -2.4438
Au -0.2036 -0.2036 -2.4438
Au 0.2036 -0.2036 -2.4438
Au -0.4073 0.0000 -2.4438
Au 0.0000 0.0000 -2.4438
Au 0.4073 0.0000 -2.4438
Au -0.2036 0.2036 -2.4438
Au 0.2036 0.2036 -2.4438
Au 0.0000 0.4073 -2.4438
Au 0.0000 -0.6109 -2.2401
Au -0.2036 -0.4073 -2.2401
Au 0.2036 -0.4073 -2.2401
Au -0.4073 -0.2036 -2.2401
Au 0.0000 -0.2036 -2.2401
Au 0.4073 -0.2036 -2.2401
```



6. Код для получения октаэдра с заданным размером усечения:

```
import numpy as np
```

```
def generate_truncated_octahedron(n, m, a=0.288, filename="truncated"):
```

```
    """
```

```
    Генерирует координаты усеченного октаэдра.
```

```
    """
```

```
    if n < 1 or m < 0 or m >= n:
```

```
        return "Ошибка: n должно быть >= 1, а m должно быть в диапазоне 0 <= m < n."
```

```
    d = a / np.sqrt(2)          # Межслоевое расстояние d
```

```
    L = n - 1                  # Максимальный целочисленный индекс для полного октаэдра
```

```
    L_trim = L - m             # Максимальный индекс после усечения
```

```
    coordinates = []
```

```
    # 1. Внешний цикл по z (индекс i)
```

```
    for i in range(-L, L + 1):
```

```
        # --- УСЕЧЕНИЕ ПО Z ---
```

```
        if abs(i) > L_trim:
```

```
            continue
```

```
        z_real = i * d
```

```
    # 2. Второй цикл по y (индекс j)
```

```
    limit_j = L - abs(i)
```

```
    for j in range(-limit_j, limit_j + 1):
```

```
# --- УСЕЧЕНИЕ ПО Y ---
if abs(j) > L_trim:
    continue
y_real = j * d

# 3. Внутренний цикл по x (индекс k)
limit_k = L - abs(i) - abs(j)
for k in range(-limit_k, limit_k + 1):
    # --- УСЕЧЕНИЕ ПО X ---
    if abs(k) > L_trim:
        continue

    # 4. Проверка на четность суммы модулей индексов
    if (abs(i) + abs(j) + abs(k)) % 2 == 0:
        x_real = k * d
        coordinates.append(f"Au          {x_real:.4f}          {y_real:.4f}
{z_real:.4f}")

# Формирование и запись XYZ-файла
N_total = len(coordinates)
output_filename = f"{filename}_{n}_{m}.xyz"

with open(output_filename, 'w') as f:
    f.write(f"{N_total}\n")
    f.write(f"Truncated Octahedron (n={n}, m={m}, a={a} nm)\n")
    f.write("\n".join(coordinates) + "\n")

    return f"Файл {output_filename} успешно создан. Общее число атомов:
{N_total}"

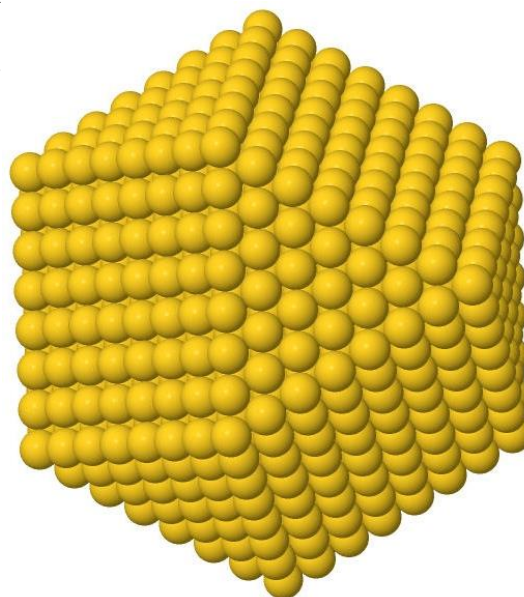
if __name__ == "__main__":
    # --- БЛОК ВЫЗОВА ---
    N_VARIANT = 15
    M_VARIANT = 7
    result = generate_truncated_octahedron(n=N_VARIANT, m=M_VARIANT)
    print(result)
```

Модификация алгоритма для получения усеченного октаэдра путем удаления m слоев базируется на наложении дополнительного ограничения на целочисленные координаты (i , j , k) в цикле. По каждой из осей надо будет проводить дополнительную проверку, чтобы координата не превышала пороговое значение, равное:

$$L_{trim} = L - m = (n - 1) - m$$

7. Фрагмент файла truncated_15_7.xyz и изображение truncated_15_7.jpg

```
truncated_15_7.xyz – Блокнот
Файл Правка Формат Вид Справка
1415
Truncated Octahedron (n=15, m=7, a=0.288 nm)
Au 0.0000 -1.4255 -1.4255
Au -0.2036 -1.2219 -1.4255
Au 0.2036 -1.2219 -1.4255
Au -0.4073 -1.0182 -1.4255
Au 0.0000 -1.0182 -1.4255
Au 0.4073 -1.0182 -1.4255
Au -0.6109 -0.8146 -1.4255
Au -0.2036 -0.8146 -1.4255
Au 0.2036 -0.8146 -1.4255
Au 0.6109 -0.8146 -1.4255
Au -0.8146 -0.6109 -1.4255
Au -0.4073 -0.6109 -1.4255
Au 0.0000 -0.6109 -1.4255
Au 0.4073 -0.6109 -1.4255
Au 0.8146 -0.6109 -1.4255
Au -1.0182 -0.4073 -1.4255
Au -0.6109 -0.4073 -1.4255
Au -0.2036 -0.4073 -1.4255
Au 0.2036 -0.4073 -1.4255
Au 0.6109 -0.4073 -1.4255
```



Критерии оценки по пунктам:

1. **0,5 балла** давалось только за правильно указанную величину расстояния между слоями в кластере
2. **0,5 балла** за правильное выражение длины ребра через n : $L = n-1$, **1 балл** начислялся за правильные координаты вершин октаэдра.
3. **1 балл** начислялся за описание алгоритма со вложенными циклами, **1 балл** начислялся за условие, накладываемое на координаты, которое строго определяет октаэдр, «отсекая» избыточные атомы
4. **2 балла** начислялись за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла
5. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден октаэдр нужного размера
6. **1 балл** ставился за правильную запись условия, четко формирующего усеченный октаэдр с заданными параметрами, **1 балл** начислялся за полностью корректный код, приводящий к созданию требуемого файла.
7. **1 балл** начислялся либо за текст .xyz файла, который генерируется при выполнении кода из п.4, либо за визуализацию, на которой четко виден усеченный октаэдр (а, точнее, кубооктаэдр) нужного размера.

Баллы снимались:

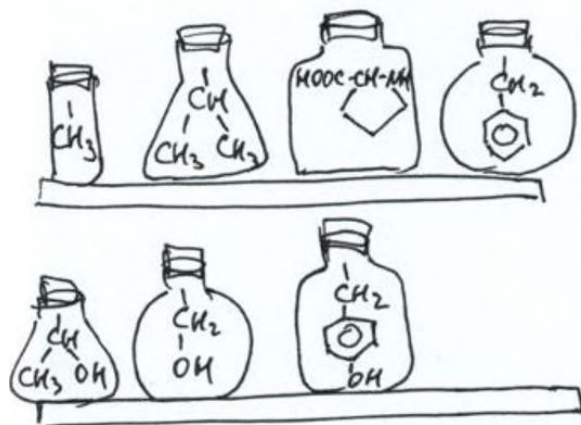
-0,5 балла за каждую арифметическую ошибку,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Задача по биологии. Что стоит на полке? (5 баллов)**Вариант 1**

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студента Петю расставить 3 новые склянки. Помогите Пете поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках (подписаны только радикалы, входящие в состав веществ)? (1 балл)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Петя выбрал для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Какую роль вещества с нижней полки играют при построении третичной структуры белков в растворе? (1 балл)



Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

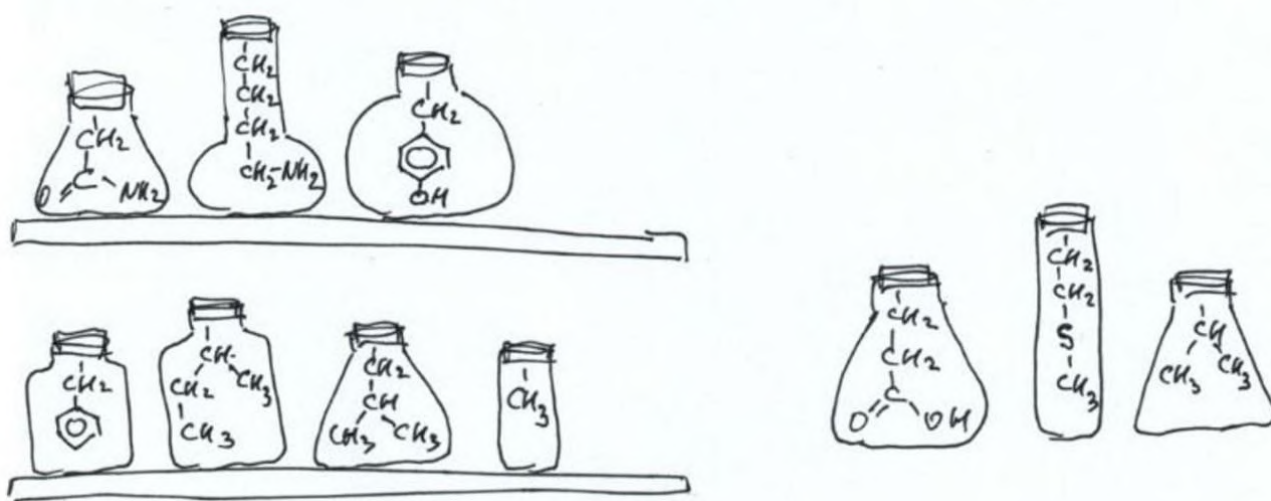
1. На полках стоят аминокислоты (протеинообразующие аминокислоты).
2. На верхней полке стоят гидрофобные аминокислоты (с гидрофобным радикалом) (неполярные). Сюда надо поставить гидрофобные изолейцин и метионин.

На нижней — гидрофильные (полярные), несущие в радикале полярные группы. Сюда надо поставить гидрофильный аспарагин.
3. При построении третичной структуры растворимых белков гидрофильные остатки аминокислот ориентируются преимущественно в сторону раствора (воды), определяя процесс сворачивания глобулы.

Вариант 2

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студентку Валю расставить 3 новые склянки. Помогите Вале поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках (подписаны только радикалы, входящие в состав веществ)? (1 балл)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Валя выбрала для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Какую роль вещества с нижней полки играют при построении третичной структуры мембран-связанных белков? (1 балл)



Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

1. На полках стоят аминокислоты (протеинообразующие аминокислоты).
2. На верхней полке стоят гидрофильные аминокислоты (несущие в радикале полярные группы) (полярные). Сюда надо поставить гидрофильный глутамат (1)

На нижней — гидрофобные (неполярные), с гидрофобным радикалом. Сюда надо поставить гидрофобные метионин и валин.
3. При построении третичной структуры трансмембранных белков гидрофобные остатки ориентируются к липидам, окружающим молекулу белка. Таким образом, белок заякоривается в гидрофобной области мембраны.

Вариант 3

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студента Петю расставить 3 новые склянки. Помогите Пете поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (1 балл)
2. В чем особенность веществ, стоящих на верхней полке? Как можно назвать вещества, стоящие на нижней полке? Почему Петя выбрал для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Что вы можете рассказать о втором слева веществе на верхней полке? (1 балл)



Всего – 5 баллов

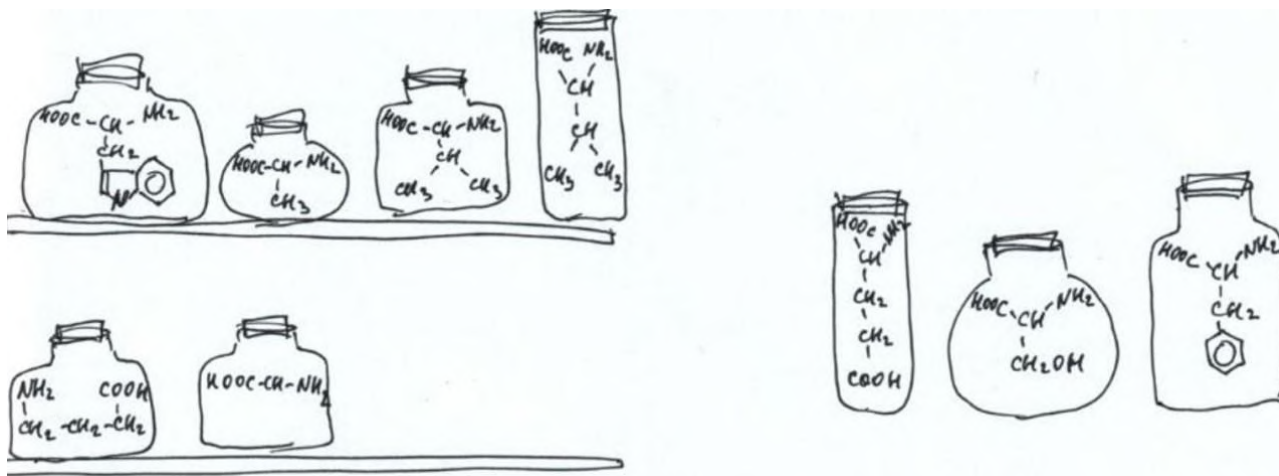
Решение варианта 3

1. На полках стоят аминокислоты.
2. На верхней полке стоят аминокислоты, играющие роль нейромедиаторов, это отличает их аминокислот с нижней полки, которые являются протеиногенными аминокислотами и не являются нейромедиаторами. На верхнюю полку нужно поставить также ГАМК (1), а метионин и аланин — на нижнюю. ГАМК не является L-альфа-аминокислотой, но тем не менее по структуре она аминокислота и может быть отнесена к аминокислотам-нейромедиаторам.
3. Вторая слева аминокислота на верхней полке — глутамат. Помимо того, что входит в состав белков, является возбуждающим нейромедиатором, взаимодействующим с соответствующими рецепторами, приводит к возбуждению нейронов. Также является популярной приправой.

Вариант 4

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студентку Валю расставить 3 новые склянки. Помогите Вале поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (1 балл)
2. В чем особенность веществ, стоящих на нижней полке? Как можно назвать вещества, стоящие на нижней? Почему Валя выбрала для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Что вы можете рассказать о первом слева веществе на нижней полке? (1 балл)



Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

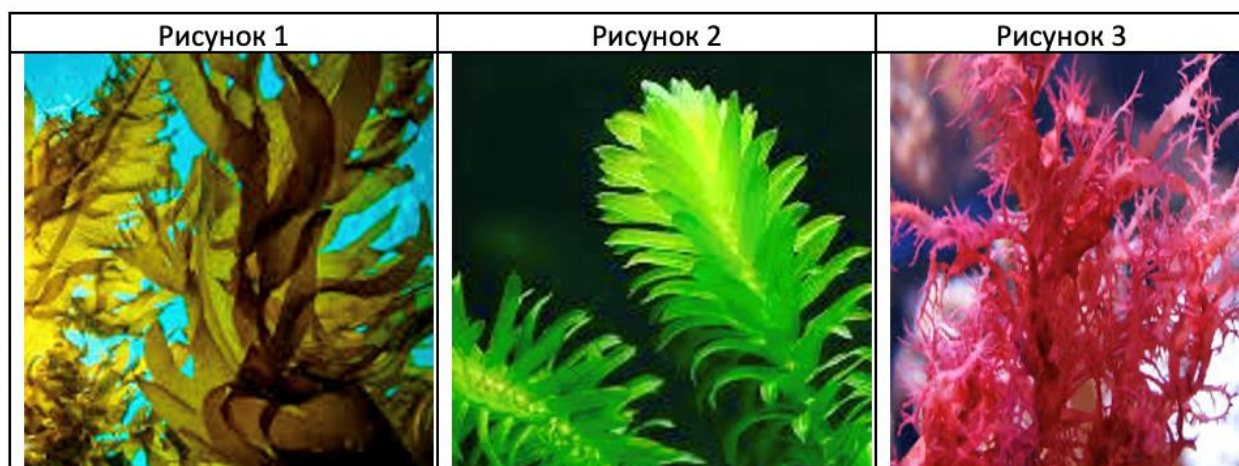
1. На полках стоят аминокислоты.
2. На верхней полке стоят аминокислоты, входящие в состав белков, в то время как на нижней - аминокислоты, являющиеся нейромедиаторами (глицин, при этом, является протеиногенной аминокислотой). На нижнюю полку нужно поставить также глутамат (1), который является протеиногенной аминокислотой и одновременно нейромедиатором, а серин и фенилаланин — на верхнюю.
3. Первая слева аминокислота — ГАМК, она не является L-альфа-аминокислотой, но тем не менее по структуре она аминокислота и может быть отнесена к аминокислотам-нейромедиаторам. ГАМК является тормозным нейромедиатором, взаимодействует с ГАМК-эргическими рецепторами, вызывает гиперполяризацию в нейронах.

Задача по биологии. Водные растения (5 баллов)

Вариант 1

На рисунках 1, 2 и 3 изображены водные растения.

Плюсами (да) и минусами (нет) в таблице отметьте правильные и неправильные утверждения. (По 1 баллу за каждые правильно поставленные плюсы и минусы на одно утверждение.)



Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
Хлоропласты этих растений имеют две мембраны			
Полезные вещества этих растений диффундируют через стебель			
Эти растения в Евразии размножаются только вегетативно			
У этих растений существует дополнительный пигмент фукоксантин			
У этих растений есть только хлорофиллы а			

Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
У этих растений хлоропласты имеют две мембраны	–	+	+
Полезные вещества этих растений диффундируют через стебель	–	+	–
Эти растения в Евразии размножаются только вегетативно	–	+	–

У этих растений существует дополнительный пигмент фукоксантин	+	–	–
У этих растений есть только хлорофиллы а	–	–	+

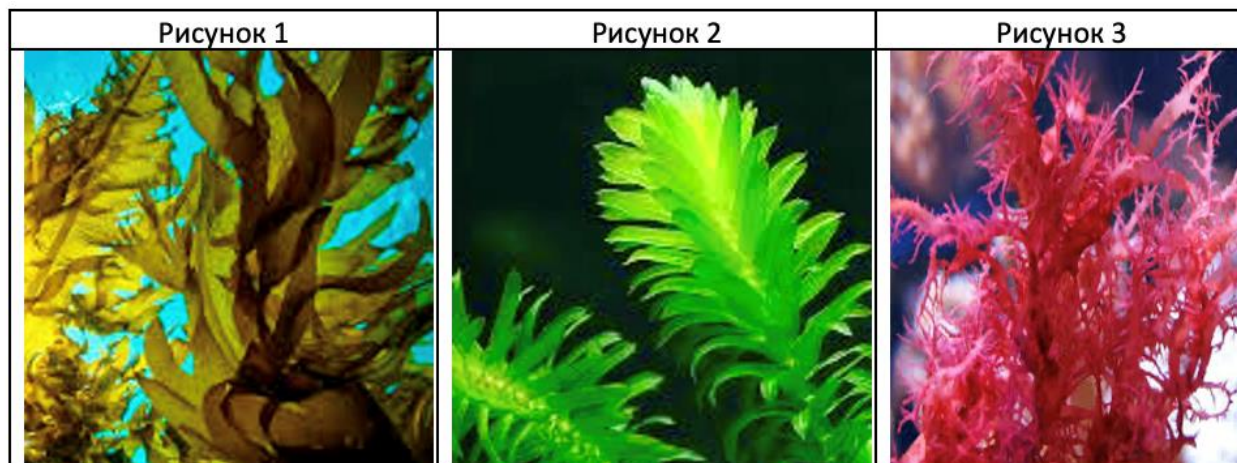
За каждую правильно заполненную строку дается **1 балл**. При наличии правильных объяснений расположения знаков «+» и «–» добавлялись баллы (но не больше возможных **5 баллов** за задачу).

На рисунках 1-3 показаны бурые водоросли, водное высшее растение элодея канадская и красные водоросли, соответственно. Двумембранные хлоропласты есть у элодеи канадской и красных водорослей, у бурых водорослей – четырехмембранные. Стебель, как деление растение на оформленные части, есть только у элодеи канадской. Водные высшие растения - элодея канадская - размножаются только вегетативно. Фукоксантин есть только у бурых водорослей. Хлорофиллы а-типа есть только у красных водорослей.

Вариант 2

На рисунках 1, 2 и 3 изображены водные растения.

Плюсами (да) и минусами (нет) в таблице отметьте правильные и неправильные утверждения. (По 1 баллу за каждые правильно поставленные плюсы и минусы на одно утверждение.)



Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
Хлоропласты этих растений имеют четыре мембраны			
Полезные вещества этих растений поглощаются всей поверхностью			
У этих растений отсутствует дополнительный пигмент фукоксантин			
У этих растений есть, как хлорофиллы а типа, так и b			
У этих растений нет фикобилисом			

Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
У этих растений хлоропласты имеют четыре мембраны	+	–	–
Полезные вещества этих растений поглощаются всей поверхностью	+	+	+
У этих растений отсутствует дополнительный пигмент фукоксантин	–	+	+
У этих растений есть, как хлорофиллы а типа, так и b	–	+	–
У этих растений нет фикобилисом	+	+	–

За каждую правильно заполненную строку дается **1 балл**. При наличии правильных объяснений расположения знаков «+» и «–» добавлялись баллы (но не больше возможных **5 баллов** за задачу).

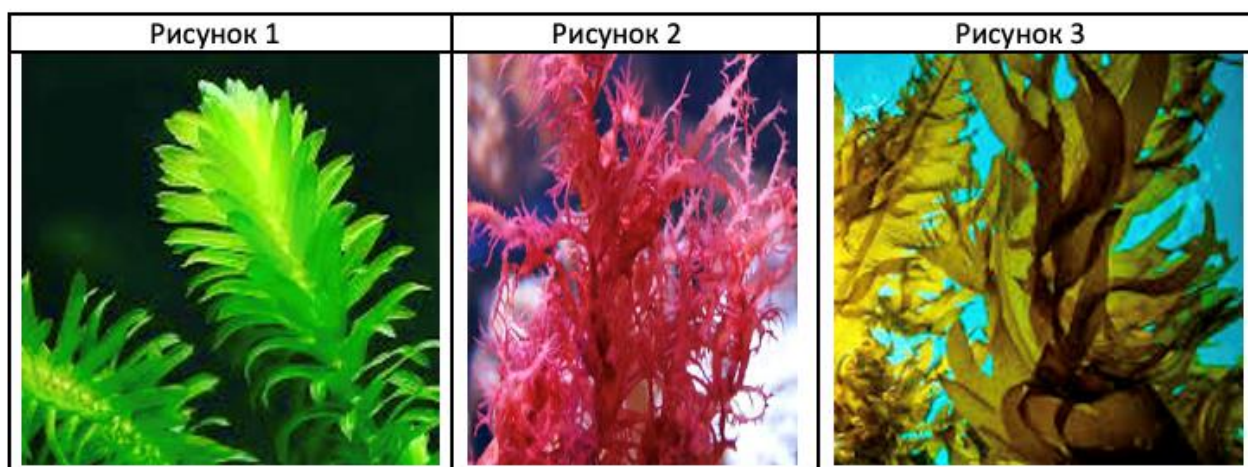
На рисунках 1-3 показаны бурые водоросли, водное высшее растение элодея канадская и красные водоросли, соответственно. Четыре мембраны у хлоропластов есть только у бурых водорослей. Все перечисленные растения могут поглощать питательные вещества всей

своей поверхностью, что связано с особенностью среды обитания. Фукоксантина нет у элодеи и красных водорослей. Хлорофиллы типа а и b есть только у элодеи. Фикобилисомы есть только у красных водорослей, у бурых и элодеи нет.

Вариант 3

На рисунках 1, 2 и 3 изображены водные растения.

Плюсами (да) и минусами (нет) в таблице отметьте правильные и неправильные утверждения. (По 1 баллу за каждые правильно поставленные плюсы и минусы на одно утверждение.)



Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
Хлоропласты растений имеют две мембраны			
Эти растения в Евразии размножаются только вегетативно			
У этих растений существует дополнительный пигмент фукоксантин			
У этих растений есть как хлорофиллы а типа, так и с			
У этих растений есть фикобилисомы			

Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
У этих растений хлоропласты имеют две мембраны	+	+	–
Эти растения в Евразии размножаются только вегетативно	+	–	–
У этих растений существует дополнительный пигмент фукоксантин	–	–	+
У этих растений есть как хлорофиллы а типа, так и с	–	–	+
У этих растений есть фикобилисомы	–	+	–

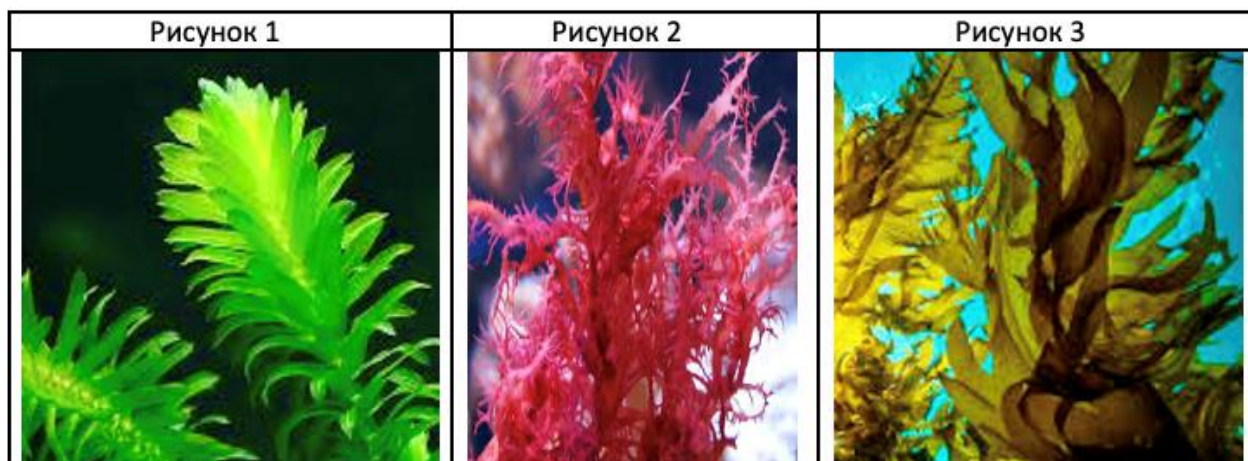
За каждую правильно заполненную строку дается **1 балл**. При наличии правильных объяснений расположения знаков «+» и «–» добавлялись баллы (но не больше возможных **5 баллов** за задачу).

На рисунках 1-3 показаны водное высшее растение элодея канадская, красные и бурые водоросли, соответственно. Двумембранные хлоропласты присущи элодее и красным водорослям, у бурых водорослей хлоропласты имеют 4 мембраны. Вегетативно размножаются только водные высшие растения - в данном случае, элодея канадская. Фукоксантин присущ только красным водорослям, собственно, именно он определяет их цвет. Хлорофиллы типа *a* и типа *c* есть только у бурых водорослей. Фикобилисомы есть только у красных водорослей.

Вариант 4

На рисунках 1, 2 и 3 изображены водные растения.

Плюсами (да) и минусами (нет) в таблице отметьте правильные и неправильные утверждения. (По 1 баллу за каждые правильно поставленные плюсы и минусы на одно утверждение.)



Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
Хлоропласты этих растений имеют четыре мембраны			
Полезные вещества этих растений поглощаются всей поверхностью			
У этих растений отсутствует дополнительный пигмент фукоксантин			
У этих растений есть как хлорофиллы а типа, так и b			
У этих растений нет фикобилисом			

Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

Вопрос	Рисунок 1	Рисунок 2	Рисунок 3
У этих растений хлоропласты имеют четыре мембраны	–	–	+
Полезные вещества этих растений поглощаются всей поверхностью	+	+	+
У этих растений отсутствует дополнительный пигмент	+	+	–

фукоксантин			
У этих растений есть как хлорофиллы а типа, так и b	+	–	–
У этих растений нет фикобилисом	+	–	+

За каждую правильно заполненную строку дается **1 балл**. При наличии правильных объяснений расположения знаков «+» и «–» добавлялись баллы (но не больше возможных **5 баллов** за задачу).

На рисунках 1-3 показаны водное высшее растение элодея канадская, красные и бурые водоросли, соответственно. Только у бурых водорослей хлоропласты имеют 4 мембраны. У элодеи и красных водорослей хлоропласты - двумембранные органеллы. Полезные вещества поглощаются всей поверхностью у всех перечисленных растений, что связано с их средой обитания. Фукоксантина нет у элодеи и бурых водорослей, он есть только у красных водорослей. Хлорофиллы типа *a* и *b* есть только у высших растений, в данном случае, элодеи. Фикобилисом нет у элодеи и бурых водорослей.

Задача по биологии. Зрительная сигнализация (15 баллов)

Вариант 1



Студент Лисичкин готовился к экзамену по сигнализации, опосредуемой G-белками в разных клетках. Он выписывал отдельные этапы сигнализации на карточки, но они все перепутались.

1. Из списка ниже выберите актуальные для сигнализации в палочках и колбочках, происходящие при освещении участка сетчатки и расставьте их в правильном порядке. (7 баллов)

- 1) уменьшается выброс везикул с глутаминовой кислотой
- 2) открываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
- 3) концентрация кальция в клетке увеличивается
- 4) Gβγ комплекс связывается с K-каналами GIRK, активируя их
- 5) кальмодулин связывает ионы кальция и активирует протеинкиназу C
- 6) фоточувствительная клетка деполяризуется
- 7) цГМФ открывает CNG катионные каналы, деполяризуя клетку
- 8) концентрация кальция в клетке уменьшается

- 9) G-белок диссоциирует на $G\alpha$ и $G\beta\gamma$ комплекс
 - 10) $G\alpha$ субъединица активирует аденилатциклазу, приводя к образованию цАМФ
 - 11) инозитолтрифосфат связывается с рецепторами на эндоплазматическом ретикулуме, вызывая увеличение концентрации кальция в цитоплазме
 - 12) родопсин связывается с трансдуцином
 - 13) $G\alpha$ субъединица активирует фосфолипазу C
 - 14) цис-ретиноид переходит в транс-ретиноид
 - 15) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране инактивирует K^+ -каналы М-типа
 - 16) фоточувствительная клетка гиперполяризуется
 - 17) закрываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
 - 18) усиливается выброс везикул с глутаминовой кислотой
 - 19) уменьшение концентрации цГМФ в клетке приводит к закрыванию Na^+ -каналов, активирующихся циклическими нуклеотидами
 - 20) аррестин приводит к распаду комплекса опсина с трансдуцином
 - 21) фосфолипаза C (PLC) гидролизует фосфотидилинозитолдифосфат до диацилглицерола и инозитолтрифосфата
 - 22) активируется цГМФ-фосфодиэстераза и гидролизует цГМФ, уменьшая его концентрацию в клетке
2. Сигнал фоточувствительных клеток в виде нейромедиатора глутаминовой кислоты передается на другие клетки сетчатки – на какие, как они называются? (1 балл)
3. Эти клетки могут быть двух типов, «on-» и «off-». «on-» клетки активируются при освещении связанной с ним палочки или колбочки, а «off-» клетки активируются в затенении связанной с ним палочки или колбочки. Одни из этих двух на своей поверхности несут ионотропные глутаматные рецепторы (AMPA-каинатного типа), а другие — метаботропные рецепторы (mGluR6), активация которых приводит к закрыванию TRPM1 каналов. **Рецепторы какого типа несут on-клетки? Опишите, как происходит их активация/торможение при освещении/затенении, начиная с изменений выброса глутаминовой кислоты фоточувствительной клеткой. (7 баллов)**

Всего – 15 баллов

Решение варианта 1

1. 14 → 12 → 9 → 22 → 19 → 16 → 17 → 8 → 1 (7 баллов)
2. биполярные клетки сетчатки, передают сигнал на ганглиозные клетки, сами не генерируют потенциалы действия (1 балл)
3. Биполярные клетки «on»-типа имеют метаботропные рецепторы. (7 баллов)

Затенение → увеличение секреции везикул с глутаматом → активация mGluR6 → закрывание катионных TRPM1 каналов → гиперполяризация и торможение клетки

Освещение → уменьшение секреции везикул с глутаматом → деактивация mGluR6 → открывание катионных TRPM1 каналов → деполяризация и возбуждение клетки

Вариант 2

Студент Лисичкин готовился к экзамену по сигнализации, опосредуемой G-белками в разных клетках. Он выписывал отдельные этапы сигнализации на карточки, но они все перепутались.

1. Из списка ниже выберите актуальные для сигнализации в палочках и колбочках, происходящие при освещении участка сетчатки и расставьте их в правильном порядке. (7 баллов)

- 1) уменьшается выброс везикул с глутаминовой кислотой
- 2) открываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
- 3) концентрация кальция в клетке увеличивается
- 4) $G\beta\gamma$ комплекс связывается с K-каналами GIRK, активируя их
- 5) кальмодулин связывает ионы кальция и активирует протеинкиназу C
- 6) фоточувствительная клетка деполяризуется
- 7) цГМФ открывает CNG катионные каналы, деполяризуя клетку
- 8) концентрация кальция в клетке уменьшается
- 9) G-белок диссоциирует на $G\alpha$ и $G\beta\gamma$ комплекс
- 10) $G\alpha$ субъединица активирует аденилатциклазу, приводя к образованию цАМФ
- 11) инозитолтрифосфат связывается с рецепторами на эндоплазматическом ретикулуме, вызывая увеличение концентрации кальция в цитоплазме
- 12) родопсин связывается с трансдуцином
- 13) $G\alpha$ субъединица активирует фосфолипазу C
- 14) цис-ретинаяль переходит в транс-ретинаяль
- 15) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране инактивирует K^+ -каналы М-типа
- 16) фоточувствительная клетка гиперполяризуется
- 17) закрываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
- 18) усиливается выброс везикул с глутаминовой кислотой
- 19) уменьшение концентрации цГМФ в клетке приводит к закрыванию Na^+ -каналов, активирующихся циклическими нуклеотидами
- 20) аррестин приводит к распаду комплекса опсина с трансдуцином
- 21) фосфолипаза C (PLC) гидролизует фосфотидилинозитолдифосфат до диацилглицерола и инозитолтрифосфата
- 22) активируется цГМФ-фосфодиэстераза и гидролизует цГМФ, уменьшая его концентрацию в клетке

2. Сигнал фоточувствительных клеток в виде нейромедиатора глутаминовой кислоты передается на другие клетки сетчатки – на какие, как они называются? (1 балл)

3. Эти клетки могут быть двух типов, «on-» и «off-». «on-» клетки активируются при освещении связанной с ним палочки или колбочки, а «off-» клетки активируются затенении связанной с ним палочки или колбочки. Одни из этих двух на своей поверхности несут ионотропные глутаматные рецепторы (AMPA-каинатного типа), а другие — metabotropic рецепторы (mGluR6), активация которых приводит к закрыванию TRPM1 каналов. **Рецепторы какого типа несут off-клетки? Опишите, как происходит их активация/торможение при затенении/освещении, начиная с изменений выброса глутаминовой кислоты фоточувствительной клеткой. (7 баллов)**

Всего – 15 баллов

Решение варианта 2

1. 14 → 12 → 9 → 22 → 19 → 16 → 17 → 8 → 1 (7 баллов)
2. биполярные клетки сетчатки, передают сигнал на ганглиозные клетки, сами не генерируют потенциалы действия (1 балл)
3. Биполярные клетки «off»-типа имеют ионотропные рецепторы. (7 баллов)

Затенение → увеличение секреции везикул с глутаматом → активация и открывание AMPA-рецепторов → деполяризующий ток катионов → возбуждение клетки

Освещение → уменьшение секреции везикул с глутаматом → деактивация и закрывание AMPA-рецепторов → реполяризация и торможение клетки

Вариант 3



Студент Лисичкин готовился к экзамену по сигнализации, опосредуемой G-белками в разных клетках. Он выписывал отдельные этапы сигнализации на карточки, но они все перепутались.

1. Из списка ниже выберите актуальные для сигнализации в палочках и колбочках, происходящие при затемнении участка сетчатки и расставьте их в правильном порядке. (7 баллов)
 - 1) закрываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
 - 2) фоточувствительная клетка деполяризуется
 - 3) концентрация кальция в клетке увеличивается

- 4) диссоциирует комплекс реверина и родопсин-киназы, которая фосфорилирует метародопсин II
 - 5) открываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
 - 6) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране активирует катионные каналы семейства TRP
 - 7) аррестин приводит к распаду комплекса опсина с трансдуцином
 - 8) $G\beta\gamma$ комплекс связывается с K-каналами GIRK, активируя их
 - 9) концентрация кальция в клетке уменьшается
 - 10) $G\alpha$ субъединица активирует фосфолипазу C
 - 11) цис-ретиноаль переходит в транс-ретиноаль
 - 12) фоточувствительная клетка гиперполяризуется
 - 13) G-белок диссоциирует на $G\alpha$ и $G\beta\gamma$ комплекс
 - 14) инозитолтрифосфат связывается с рецепторами на эндоплазматическом ретикулуме, вызывая увеличение концентрации кальция в цитоплазме
 - 15) уменьшается выброс везикул с глутаминовой кислотой
 - 16) цГМФ открывает CNG катионные каналы, деполяризуя клетку
 - 17) усиливается выброс везикул с глутаминовой кислотой
 - 18) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране инактивирует K^+ -каналы M-типа
 - 19) в условиях пониженной концентрации ионов кальция активируется гуанилатциклаза
 - 20) кальмодулин связывает ионы кальция и активирует протеинкиназу C
 - 21) активируется цГМФ-фосфодиэстераза и гидролизует цГМФ, уменьшая его концентрацию в клетке
 - 22) фосфолипаза C (PLC) гидролизует фосфотидилинозитолдифосфат до диацилглицерола и инозитолтрифосфата
- 2. Сигнал фоточувствительных клеток в виде нейромедиатора глутаминовой кислоты передается на другие клетки сетчатки – на какие, как они называются? (1 балл)**
- 3. Эти клетки могут быть двух типов, «on-» и «off-». «on-» клетки активируются при освещении связанной с ним палочки или колбочки, а «off-» клетки активируются затенении связанной с ним палочки или колбочки. Одни из этих двух на своей поверхности несут ионотропные глутаматные рецепторы (AMPA-каинатного типа), а другие — metabotropic рецепторы (mGluR6), активация которых приводит к закрыванию TRPM1 каналов. Рецепторы какого типа несут on-клетки? Опишите, как происходит их активация/торможение при освещении/затенении, начиная с изменений выброса глутаминовой кислоты фоточувствительной клеткой. (7 баллов)**

Всего – 15 баллов

Решение варианта 3

1. $4 \rightarrow 7 \rightarrow 19 \rightarrow 16 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 17$ (7 баллов)
2. биполярные клетки сетчатки, передают сигнал на ганглиозные клетки, сами не генерируют потенциалы действия (1 балл)
3. Биполярные клетки «on»-типа имеют metabotropic рецепторы. (7 баллов)

Затенение → увеличение секреции везикул с глутаматом → активация mGluR6 → закрывание катионных TRPM1 каналов → гиперполяризация и торможение клетки

Освещение → уменьшение секреции везикул с глутаматом → деактивация mGluR6 → открывание катионных TRPM1 каналов → деполяризация и возбуждение клетки

Вариант 4



Студент Лисичкин готовился к экзамену по сигнализации, опосредуемой G-белками в разных клетках. Он выписывал отдельные этапы сигнализации на карточки, но они все перепутались.

1. Из списка ниже выберите актуальные для сигнализации в палочках и колбочках, происходящие при затемнении участка сетчатки и расставьте их в правильном порядке. (7 баллов)

- 1) закрываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
- 2) фоточувствительная клетка деполяризуется
- 3) концентрация кальция в клетке увеличивается
- 4) диссоциирует комплекс рековерина и родопсин-киназы, которая фосфорилирует метародопсин II
- 5) открываются потенциал-чувствительные кальциевые каналы
- 6) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране активирует катионные каналы семейства TRP
- 7) аррестин приводит к распаду комплекса опсина с трансдуцином
- 8) Gβγ комплекс связывается с K-каналами GIRK, активируя их
- 9) концентрация кальция в клетке уменьшается
- 10) Gα субъединица активирует фосфолипазу C
- 11) цис-ретиноаль переходит в транс-ретиноаль
- 12) фоточувствительная клетка гиперполяризуется
- 13) G-белок диссоциирует на Gα и Gβγ комплекс
- 14) инозитолтрифосфат связывается с рецепторами на эндоплазматическом ретикулуме, вызывая увеличение концентрации кальция в цитоплазме
- 15) уменьшается выброс везикул с глутаминовой кислотой
- 16) цГМФ открывает CNG катионные каналы, деполяризуя клетку
- 17) усиливается выброс везикул с глутаминовой кислотой
- 18) уменьшение концентрации фосфотидилинозитолдифосфата в мембране инактивирует K⁺-каналы M-типа
- 19) в условиях пониженной концентрации ионов кальция активируется гуанилатциклаза

- 20) кальмодулин связывает ионы кальция и активирует протеинкиназу C
- 21) активируется цГМФ-фосфодиэстераза и гидролизует цГМФ, уменьшая его концентрацию в клетке
- 22) фосфолипаза C (PLC) гидролизует фосфотидилинозитолдифосфат до диацилглицерола и инозитолтрифосфата
- 2. Сигнал фоточувствительных клеток в виде нейромедиатора глутаминовой кислоты передается на другие клетки сетчатки – на какие, как они называются? (1 балл)**
- 3. Эти клетки могут быть двух типов, «on-» и «off-». «on-» клетки активируются при освещении связанной с ним палочки или колбочки, а «off-» клетки активируются затенении связанной с ним палочки или колбочки. Одни из этих двух на своей поверхности несут ионотропные глутаматные рецепторы (AMPA-каинатного типа), а другие — metabotropic рецепторы (mGluR6), активация которых приводит к закрыванию TRPM1 каналов. Рецепторы какого типа несут off-клетки? Опишите, как происходит их активация/торможение при затенении/освещении, начиная с изменений выброса глутаминовой кислоты фоточувствительной клеткой. (7 баллов)**

Всего – 15 баллов

Решение варианта 4

- 1. 4 → 7 → 19 → 16 → 2 → 5 → 3 → 17 (7 баллов)**
- 2. биполярные клетки сетчатки, передают сигнал на ганглиозные клетки, сами не генерируют потенциалы действия (1 балл)**
- 3. Биполярные клетки «off»-типа имеют ионотропные рецепторы. (7 баллов)**
- Затенение → увеличение секреции везикул с глутаматом → активация и открывание AMPA-рецепторов → деполяризующий ток катионов → возбуждение клетки
- Освещение → уменьшение секреции везикул с глутаматом → деактивация и закрывание AMPA-рецепторов → реполяризация и торможение клетки