Секция «Геометрия и топология»

Свойства Гиперпространственных Отображений

Научный руководитель – Тужилин Алексей Августинович

Михайлов Иван Александрович
Студент (магистр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: iamikhaylov@hotmail.com

Пусть X, Y — непустые компактные подпространства метрического пространства Z, тогда расстоянием по Хаусдорфу между X и Y называется следующая величина $|XY|_Z = \max\{\sup\limits_{x\in X}\inf\limits_{y\in Y}|xy|, \sup\limits_{y\in Y}\inf\limits_{x\in X}|yx|\}$.

Пусть X и Y — метрические пространства. Тройку (X', Y', Z), состоящую из метрического пространства Z и двух его подмножеств X' и Y', изометричных соответственно X и Y, назовем реализацией пары (X, Y). Расстоянием по Громову-Хаусдорфу $d_{GH}(X, Y)$ между X и Y назовем точную нижнюю грань чисел r, для которых существует реализация пары (X, Y) такая, что $|X'Y'|_Z \leq r$.

Пространство $\mathcal{M}$ изометрических классов компактных метрических пространств с метрикой Громова-Хаусдорфа называется пространством Громова-Хаусдорфа.

Обозначим через $F_n(X)$ множество всех не более чем n-точечных подмножеств метрического пространства X, а через $\mathcal{H}(X)$ множество всех компактных подмножеств.

Множества $\mathcal{H}(X)$ и $F_n(X)$ для любого натурального n, наделенные метрикой Хаусдорфа, компактны, если компактно само X[n1].

Отображение, сопоставляющее каждому метрическому пространству какое-то семейство его непустых, замкнутых и ограниченных подмножеств с метрикой Хаусдорфа, назовем гиперпространственным. Отображение $\mathcal{H} : \mathcal{M} \to \mathcal{M}, X \mapsto \mathcal{H}(X)$ назовем отображением Хаусдорфа, а отображения $F_n : \mathcal{M} \to \mathcal{M}, X \mapsto F_n(X)$ — конечными.

Общая задача состоит в исследовании свойств гиперпространственных отображений. В докладе будет доказано, что отображения $\mathcal{H}$ и F_n для любого n являются 1-липшицевыми и, следовательно, непрерывными. Так же будет показано, какие топологические и метрические характеристики пространства X сохраняются при переходе к $\mathcal{H}(X)$ или $F_n(X)$, а какие нет. Работа выполнена при поддержке программы "Ведущие Научные Школы"(грант НШ-6399.2018.1).

Выражаю особую благодарность своему научному руководителю Тужилину Алексею Августиновичу и его коллеге Иванову Александру Олеговичу за постановку задачи и постоянное внимание к работе.