

Обратные задачи для эллиптических уравнений

Велисевич Александр Викторович

Студент (магистр)

Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия

E-mail: velisevich94@mail.ru

В настоящее время теория коэффициентных обратных задач для эллиптических уравнений развивается очень интенсивно благодаря многочисленным приложениям. Эти задачи моделируют процессы диффузии и фильтрации в гетерогенных средах. Коэффициенты и решения таких уравнений характеризуют физические свойства среды, которые трудно определить экспериментально. Это объясняет актуальность таких задач. В данной работе основным объектом изучения являются две обратные задачи отыскания неизвестной функции источника f (задача 1) и постоянного коэффициента k (задача 2) в эллиптическом уравнении

$$-div(\mathbf{M}(x)\nabla u) + m(x)u + ku = f, \quad x \in \Omega$$

при граничном условии

$$u|_{\partial\Omega} = \beta(x)|_{\partial\Omega}$$

и условии переопределения

$$\int_{\partial\Omega} \frac{\partial u}{\partial N} h(x) ds = \mu.$$

Здесь $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ – ограниченная область, $\mathbf{M}(x)$ – матрица функций $m_{ij}(x)$, $i, j = 1, \dots, n$, $m(x)$ – скалярная функция; $\frac{\partial}{\partial N} = (\mathbf{M}(x)\nabla, \mathbf{n})$, \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали к границе $\partial\Omega$. Результатом работы являются достаточные условия разрешимости и единственности сильных решений данных обратных задач. Для исследования корректности коэффициентных обратных задач использован оригинальный подход, разработанный в статьях А.Ш. Любановой и А.Тани [1, 2], который опирается на метод сведения обратной задачи к операторному уравнению для неизвестного параметра [3]. Результаты данной работы включены в статью «Inverse Problems for the Stationary and Pseudoparabolic Equations of Diffusion», подготовленную совместно с научным руководителем А.Ш.Любановой. Статья принята в печать в журнал «Applicable Analysis».

Источники и литература

- 1) Lyubanova A. Sh., Tani A. An inverse problem for pseudoparabolic equation of filtration. The existence, uniqueness and regularity // Applicable Analysis. 2011. V. 90, № 10. P. 1557–1571.
- 2) Lyubanova, A.Sh. On an inverse problem for quasi-linear elliptic equation /A.Sh. Lyubanova // Журнал Сибирского Федерального Университета.- 2015.- Т.8, №1.- С. 38-48.
- 3) Prilepko A. I., D.G. Orlovsky D. G., I.A. Vasin I. A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. New York: Marcel Dekker, Inc., 2000.