Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Многоканальная система обслуживания с регенерирующим входящим потоком и различными дисциплинами организации обслуживания.

Лобанова Анастасия Евгеньевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: nastyalob@mail.ru

В данном докладе рассматривается многоканальная система обслуживания с регенерирующим водящим потоком $A(t)$. Времена обслуживания $\{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}$ полагаются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с функцией распределения $B(x)$ и конечным математическим ожиданием b. Кроме того случайные величины $\{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}$ независимы от $A(t)$.

В системе имеется r одинаковых приборов. Мы рассматриваем различные правила (дисциплины) организации обслуживания. Во-первых, это системы с единой очередью. Другой случай - системы с отдельными очередями перед каждым прибором. Приходящий клиент выбирает очередь по определенному правилу и остается в этой очереди до момента выхода из системы.

Пусть $q_i(t)$ - число клиентов, которые должны будут обслуживаться i-ым прибором в момент t в соответствии с рассматриваемой дисциплиной и $\eta_{ij}(t)$ - остаточное время обслуживания j-го клиента i-ым прибором.

Определим

$\overrightarrow{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_r(t)), \overrightarrow{W}(t) = (W_1(t), \dots, W_r)$, где $W_i(t) = \sum_{j=1}^{q_i(t)} \eta_{ij}(t)$.

Также рассматриваются следующие процессы

$\overrightarrow{Q}_n = \overrightarrow{q}(\theta_n - 0) = (q_{n1}, \dots, q_{nr}), \overrightarrow{W}_n = \overrightarrow{W}(\theta_n - 0) = (W_{n1}, \dots, W_{nr})$

,где θ_n - n-й момент восстановления, и суммы координат

$W(t) = \sum_{i=1}^{r} W_i(t), Q(t) = \sum_{i=1}^{r} q_i(t),$

$W_n = W(\theta_n - 0), Q_n = Q(\theta_n - 0)$

Для формулировки результатов дисциплины разбиваются на классы K_0 и K_1 с определенными свойствами. Так же вводятся следующие предположения:

Предположение 1. Пусть $\tau_j = \theta_j - \theta_{j-1}$. Тогда распределение периода восстановления τ_n имеет абсолютно непрерывные компоненты.

Предположение 2. $P\left\{\sum_{j=1}^{\xi_1} \theta_j\right\} > 0$, где $\xi_j = A(\theta_j) - A(\theta_{j-1})$.

Доказана эргодическая теорема

Теорема Пусть предположение 2 выполнено и $\rho = \lambda b r^{-1} < 1$, где λ - интенсивность входящего потока $A(t)$. Тогда для любой дисциплины из класса K_0 процессы W_n и Q_n являются эргодическими. Если также предположение 1 выполнено, тогда это верно и для $W(t)$ и $Q(t)$. При $\rho \geq 1$ все эти процессы стохастически неограниченны.

Также рассматриваются примеры дисциплин и их принадлежность классам K_0 и K_1.

Источники и литература

1) Л. Г. Афанасьева, А. Ткаченко, “Многоканальные системы обслуживания с регенерирующим входящим потоком”, ТВП, 58:2 (2013), 210–234
2) J. Kiefer, J. Wolfowitz, On the theory of queues with many servers, 1955.
3) А. А. Боровков, "Вероятностные процессы в теории массового обслуживания М., ФИЗМАТЛИТ, 1972.