Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Оптимальное перестрахование в модели с пороговой дивидендной стратегией

Муромская Анастасия Андреевна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: mur-nastia@yandex.ru

Рассмотрим работу акционерной страховой компании, использующей перестрахование. За основу возьмем классическую модель Крамера-Лундберга. В рамках данной модели капитал компании, выплачивающей дивиденды, в момент t выглядит следующим образом:

$$X(t) = X(0) + ct - S(t) - D(t),\ t \geq 0.$$

Здесь $\{S(t)\}$ - это составной пуассоновский процесс с интенсивностью λ, $D(t)$ - совокупные дивиденды, выплаченные к моменту времени t. Случайные величины, обозначающие размеры исков, независимы, одинаково распределены и имеют плотность $p(y)$. Премии начисляются непрерывно с интенсивностью c.

Дивиденды выплачиваются в соответствии с пороговой дивидендной стратегией с параметром b и скоростью выплаты дивидендов $\gamma < c$, то есть дивиденды не выплачиваются в момент t, если $X(t) < b$, и выплачиваются с интенсивностью γ, когда $X(t) \geq b$. В качестве договора перестрахования мы рассмотрим договор квотного перестрахования с параметром a. Математическое ожидание величины суммарных дисконтированных дивидендов до момента разорения компании обозначим тогда за $V(x, b, \text{a})$, где $x = X(0)$ - это начальный капитал компании. Согласно [1] и [2], функция $V(x, b, a)$ удовлетворяет интегро-дифференциальным уравнениям вида:

$$acV'(x,b,a) - (\lambda+\delta)V(x,b,a) + \frac{\lambda}{a}\int\limits_0^x V(y,b,a)p\left(\frac{x-y}{a}\right)dy = 0, \quad 0 < x < b,$$

$$a\gamma + (ac - a\gamma)V'(x,b,a) - (\lambda+\delta)V(x,b,a) + \frac{\lambda}{a}\int\limits_0^x V(y,b,a)p\left(\frac{x-y}{a}\right)dy = 0, \quad x > b,$$

и граничному условию $\lim_{x\to\infty} V(x,b,a) = a\gamma/\delta$. Отсюда на примере экспоненциального распределения исков будет показано следующее равенство:

$$V(x,b,a) = aV\left(\frac{x}{a}, \frac{b}{a}\right), \quad x \geq 0, \quad b \geq 0,$$

где $V(x, b)$ - это математическое ожидание суммарных дисконтированных дивидендов при условии отсутствия какого-либо перестрахования (см. [1], [2]).

Цель данной работы - получение оптимального значения параметра перестрахования a, при котором суммарные дисконтированные дивиденды $V(x, b, \text{a})$ в модели с экспоненциальным распределением требований будут максимальны.

Источники и литература

1) Feng R., Volkmer H.W., Zhang S. and Zhu C. Optimal dividend policies for piecewise-deterministic compound Poisson risk models // Scandinavian Actuarial Journal. 2013. 1–31.
2) Gerber H. U. and Shiu E. S. W. On optimal dividend strategies in the compound Poisson model // North American Actuarial Journal. 2006. 10(2). 76–93.