Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Устойчивость переходных плотностей диффузий Ито при возмущении коэффициентов.

Кожина Анна Александровна

Аспирант

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

E-mail: istochkoj@gmail.com

Пусть даны два неоднородных диффузионных процесса:

$$dX_t = b_0(t, X_t)dt + \sigma_0(t, X_t)dW_t,\ t \in [0, T], (1)$$

$$dX_t^{(n)} = b_n(t, X_t^{(n)})dt + \sigma_n(t, X_t^{(n)})dW_t,\ t \in [0, T], (2)$$

Цель данной работы - оценить близость переходных плотностей процессов (1) и (2) в случае, если коэффициенты процессов близки

$$\Delta_n = \max\{\Delta_n^1, \Delta_n^2\};$$

$$\Delta_n^1 = \max_{0\le i\le d} \sup_{(t,x)} \left|b_{0,i}(t,x) - b_{n,i}(t,x)\right|;$$

$$\Delta_n^2 = \max_{1\le i,j\le d} |a_{0,ij} - a_{n,ij}|_{\gamma/2,\gamma};$$

где $\|a_{k,ij}(t,x)\| = \sigma_k\sigma_k^T(t,x)$ и $|\cdot|_{\gamma/2,\gamma}$ - гельдеровская норма с некоторым параметром $\gamma > 0$ (см. [3]). Параметр γ фиксируется условиями Гельдера на функции коэффициентов

$$\max_{1\le i\le d} |b_{n,i}(t,x) - b_{n,i}(t,y)| \le C\left|x - y\right|^\gamma;$$

$$|a_{k,ij}(t,x)|_{\gamma/2,\gamma} < \infty \text{ для всех } 1 \le i, j \le d, 0 \le k \le n.$$

Основной результат состоит в том, что расстояние между переходными плотностями в равномерной метрике может быть оценено сверху произведением Δ_n на некоторую гауссовскую плотность $p_c(s,t,x,y)$, то есть для всех $x, y \in \mathbb{R}^d$ и $s \ne t \in [0,T]$

$$|p_{b_0,\Sigma_0}(s,t,x,y) - p_{b_n,\Sigma_n}(s,t,x,y)| \le C\Delta_n p_c(s,t,x,y).$$

Источники и литература

1) A.M. Ilin, A.S. Kalashnikov, and O.A. Oleinik “Linear second order parabolic equations” Uspekhi Mat. Nauk 17, 3, 3 - 143 , 1962.

2) A V. Konakov, E.Mammen “Local limit theorems for transition densities of Markov chains converging to diffusions” Probab. Theory Relat. Fields 117, 551–587, 2000.

3) N.V. Krylov “Lectures on elliptic and parabolic equations in Holder spaces” , Graduate studies in mathematics, v 12, 1996.