

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Задача о равновесии пластины Кирхгофа-Лява с условиями Синьорини на части границы. Эквивалентность двух постановок.

Николаева Наталья Афанасьевна

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия

E-mail: nknataf@mail.ru

Рассматривается задача о равновесии упругой пластины, которая на части границы контактирует с жестким препятствием. На этой части границы задаются краевые условия типа неравенств, описывающие отсутствие проникания точек пластины и жесткого тела. Задача равновесия ставится в виде вариационного неравенства. Установлена разрешимость задачи и доказана эквивалентность двух постановок: вариационной и дифференциальной.

Рассмотрим пластину, срединная плоскость которой занимает область $\Omega_1 \subset R^2$ с гладкой границей Γ_1 . Пусть Γ_1 состоит из двух кривых γ и Γ_0 . Для простоты предполагаем, что γ - гладкая кривая, не содержащая своих концевых точек. Обозначим через $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ вектор внешней нормали к Γ_1 . Таким образом $\Gamma_1 = \gamma \cup \Gamma_0 \cup \{x_1\} \cup \{x_2\}$.

Задачу о равновесии пластины, решение которой удовлетворяет условиям непроникания на γ и закрепления на Γ_0 , сформулируем как задачу минимизации функционала энергии:

$$\inf_{\chi \in K_1} \Pi(\chi). \quad (1)$$

Поскольку Π - выпуклый и дифференцируемый на $H(\Omega_1)$ функционал, то решение экстремальной задачи (1) эквивалентно отысканию решения вариационного неравенства: $\chi \in K_1$:

$$\int_{\Omega_1} \sigma(W) \varepsilon(\bar{W} - W) - \int_{\Omega_1} m(w) (\nabla \nabla \bar{w} - \nabla \nabla w) \geq \int_{\Omega_1} F(\bar{W} - W) + \int_{\Omega_1} f(\bar{w} - w), \quad \forall \bar{\chi} \in K_1. \quad (2)$$

Поскольку $\Pi(\chi)$ является слабо полунепрерывным снизу. Учитывая ее коэрцитивность, можно сделать вывод, что решение задачи (2) существует. Более того, она будет единственным.

Источники и литература

- 1) Вольмир А.С., Нелинейная динамика пластин и оболочек. М.: Наука, 1972.
- 2) Кравчук А.С., Вариационные и квазивариационные неравенства в механике. М.: Изд-во Московского государственного академии приборостроения и информатики, 1997. -339 с.
- 3) Фикера Г., Теоремы существования в теории упругости. М.: Мир, 1974.
- 4) Хлуднев А.М., Задачи теории упругости в негладких областях. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. -252 с.