Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Двухпараметрические краевые задачи для оператора Шредингера с быстроосциллирующим и дельта-образным потенциалами

Гадыльшин Тимур Рустемович

Студент (специалист)

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

E-mail: gtimr@yandex.ru

В работе рассматривается краевая задача:

$$\begin{gathered}\frac{\mathrm{d}^2 u_{\mu,\varepsilon}}{\mathrm{d}x^2} + \left(q\left(x, \frac{x}{\mu}\right) + \varepsilon^{-1} Q\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)\right) u_{\mu,\varepsilon} = f\left(x, \frac{x}{\mu}\right), \quad x \in (a,b), \\ l_a u_{\mu,\varepsilon} := h_a u_{\mu,\varepsilon}(a) - H_a u'_{\mu,\varepsilon}(a) = 0, \qquad l_b u_{\mu,\varepsilon} := h_b u_{\mu,\varepsilon}(b) + H_b u'_{\mu,\varepsilon}(b) = 0,\end{gathered} \tag{1}$$

где $q(x,\zeta), f(x,\zeta)$ — 1-периодические по ζ функции из $C^{2,0}([a,b] \times (-\infty,\infty))$, $a < 0 < b$, $Q(\xi) \in C_0(-\infty,\infty)$, $0 < \mu, \varepsilon \ll 1$, причем, $q(x,\zeta) < 0$, $Q(\xi) \leqslant 0$, h_a, h_b, H_a, $H_b \geqslant 0$, $h_a + H_a > 0$, $h_b + H_b > 0$.

Обозначим

$$\langle Q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\xi)\, \mathrm{d}\xi, \qquad [g]\,(x) = \int_0^1 g(x,\zeta) \mathrm{d}\zeta.$$

Комбинация методов согласования асимптотических разложений [1] и усреднения (см., например, [2]) позволила доказать справедливость следующего утверждения.

Теорема. *Для решения $u_{\mu,\varepsilon}(x)$ краевой задачи (1) справедливо равенство*

$$\|u_{\mu,\varepsilon} - U\|_{C[a,b]} = O(\mu + \varepsilon),$$

где $U(x)$ — решение краевой задачи

$$\begin{gathered}\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}x^2} + [q](x)U = [f](x), \quad x \in (a,b)\backslash\{0\}, \qquad l_a U = l_b U = 0, \\ U'(+0) - U'(-0) = -\langle Q \rangle\, U(0).\end{gathered}$$

Источники и литература

1) Ильин А. М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М.: Наука, 1989.
2) Олейник О. А., Иосифьян Г. А., Шамаев А. С. Математические задачи теории сильно неоднородных упругих сред. М.: МГУ, 1990.

Слова благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в базовой части госзадания для высших учебных заведений на 2015 год.