Секция «Вычислительная математика, математическое моделирование и численные методы»

Оптимальное размещение многогранников методом растеризации сумм Минковского

Карпухин Сергей Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ks-linp@yandex.ru

Задача оптимального размещения многогранников, возникающая, в частности, в технологическом процессе огранки алмазов, формулируется следующим образом: даны два многогранника – *контур* и *шаблон*. Требуется найти внутри контура многогранник, подобный шаблону, наибольшего радиуса. Современные программные комплексы решают эту задачу в два этапа: сначала ищется наилучшее размещение при фиксированной ориентации(наборе углов поворота) шаблона в пространстве, а затем перебираются всевозможные углы и находится общее решение. В данной работе исследуется метод решения первого этапа задачи размещения, т. е. метод поиска внутри контура многогранника, полученного из шаблона при помощи гомотетии и параллельного переноса. В основе предлагаемого автором метода лежит построение растрового изображения суммы Минковского контура и центрально-отражённого шаблона на объёмной сетке. На каждой итерации алгоритма радиус шаблона увеличивается с некоторым шагом, пока внутри контура есть пустые вокселы изображения, т. е. приближенное решение. При этом также уменьшаются размеры объёмной сетки, т. к. из рассмотрения исключаются заполненные ранее вокселы, благодаря чему можно эффективно строить изображение суммы Минковского. В работах автора [1], [2] данный метод описан формально и получены следующие теоретические результаты:

Теорема 1. *Пусть шаблон звёздный и невырожденный, т. е. вся его поверхность видна из некоторой внутренней точки (центра) и все плоскости, содержащие грани, не проходят через выбранный центр. Тогда при $\varepsilon \to 0$ результат работы алгоритма точности ε сходится к глобальному решению задачи размещения многогранников при фиксированной ориентации шаблона в пространстве. При этом на контур ограничений не накладывается.*

Теорема 2. *Если шаблон выпуклый, то сложность построенного алгоритма составляет $O(nm|\log \varepsilon|)$, где n, m — количества граней контура и шаблона соответственно, а ε — требуемая точность решения. В частности, количество вокселов в используемой объёмной сетке, начиная с некоторой итерации алгоритма, ограничено константой.*

Данный метод был реализован автором на практике и показал высокую производительность. Результаты испытаний приведены в [1].

Источники и литература

1) Карпухин С.А. О геометрической оптимизации методом растеризации сумм Минковского. // Программная инженерия. 2014. № 6. С. 19-22.
2) Карпухин С.А. О сложности геометрической оптимизации методом растеризации сумм Минковского. // Выч. мет. программирование. Т. 15. 2014. Вып. 4. С. 569–578.

Слова благодарности

Выражаю благодарность своему научному руководителю Владимиру Дмитриевичу Валединскому за постановку задач и ценные советы.