

## Заочный тур для 7-9 классов

- 1) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
  - А) С помощью обычного чайника.
  - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
  - В) **В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
  - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
  - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.
  
- 2) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют пепельно-белый цвет?
  - А) **Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
  - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
  - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
  - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
  - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.
  
- 3) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
  - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
  - Б) Оба закона справедливы.
  - В) **Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
  - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
  - Д) Оба закона не выполняются.
  
- 4) Как современные космонавты возвращаются на Землю с борта Международной космической станции?
  - А) С помощью многоразового транспортного космического корабля (космического челнока).
  - Б) Делают затяжной прыжок на парашютах.
  - В) Используют ракету-носитель вертикальной посадки.
  - Г) Используют космический лифт.
  - Д) **На борту одноразового спускаемого аппарата.**
  
- 5) Что такое «гравитационный маневр»?
  - А) Это маневр, который приходится проделывать космонавтам на Международной космической станции, чтобы попасть из одного модуля в другой.
  - Б) Это термин, используемый в фантастических фильмах.
  - В) Это маневр космического корабля для возвращения на Землю.
  - Г) **Это изменение скорости движения космического аппарата за счет гравитационного поля планеты.**
  - Д) Это перелет космического аппарата между планетами Солнечной системы.
  
- 6) Какая планета Солнечной системы имеет самый массивный спутник по сравнению со своей собственной массой (т.е. отношение массы спутника к массе планеты максимально)?
  - А) **Земля.**
  - Б) Марс.
  - В) Юпитер.
  - Г) Сатурн.

- Д) Нептун.
- 7) 60 лет тому назад (в 1959 году) произошло знаменательное событие для всего человечества. Что это за событие?
- А) Был открыт принцип реактивного движения, что позволило перемещаться в космическом пространстве и запустить человека в космос.
  - Б) Был запущен первый биологический объект в космос. До этого считалось, что ничто живое в космосе и невесомости жить не может.
  - В) Была получена первая фотография обратной стороны Луны. До этого люди видели Луну только с одной стороны.**
  - Г) На Землю упал большой метеорит, что привело к изменению скорости вращения Земли, после чего на Земле началось потепление.
  - Д) Была построена первая многоступенчатая ракета, что позволило достичь второй космической скорости.
- 8) Космонавт на Земле имеет массу тела 75 кг. А какая масса тела у него на борту Международной космической станции, на высоте 400 км над поверхностью Земли?
- А) 0 кг.
  - Б) 150 кг.
  - В) 75 кг.**
  - Г) 84,67 кг.
  - Д) 66,44 кг.
- 9) Космонавты перед запуском часто вешают в кабине космического аппарата небольшую игрушку. Зачем?
- А) Это неправда. Ничего вешать нельзя!
  - Б) Это талисман – его обязательно выбирает себе каждый экипаж.
  - В) Это простейший индикатор наступления невесомости.**
  - Г) Космонавты очень суеверны. Так было у Гагарина, и все повторяют.
  - Д) Это простейший «датчик Земли». С помощью него космонавты определяют направление к Земле.
- 10) Какой космический аппарат улетел дальше всего от Земли?
- А) Первый искусственный спутник Земли, запущенный в 1957 г.
  - Б) Аппарат «Вояджер-1», запущенный в 1977 г.**
  - В) Первый искусственный спутник Солнца, запущенный в 1959 г.
  - Г) Первая космическая станция «Салют», запущенная в 1971 г.
  - Д) Аппарат «Пионер-10», запущенный в 1973 году.

## ЗАДАЧА 1

**Текст задачи.**

*Писать повесть («Мальш») мы начали гораздо позже, в июне 1970, причем вначале основательно перелопатили сюжет Борис Стругацкий. «Комментарии к пройденному»*

03 июля 1970 года было новолуние, а Земля находилась в афелии своей орбиты. На каком расстоянии от Солнца находилась в этот момент Луна? Ответ округлите до сотен тысяч километров.  
**Конец текста задачи.**

**Решение.** В момент новолуния Луна находится в точности на отрезке, соединяющем Землю и Солнце (пренебрегаем наклоном плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики, если учесть этот наклон, коррекция ответа составит около 4 км). Земля находилась в афелии своей орбиты, т.е. на расстоянии 152 098 тыс. км от Солнца. Таким образом, расстояние от Луны до Солнца было равно  $152\,098 - d_{з-л}$  тыс. км, где  $d_{з-л}$  – расстояние от Земли до Луны на этот момент. Это расстояние колеблется от 356 до 408 тыс. км, т.е. искомое расстояние лежит между 151 690 до 151 742 тыс. км. В любом случае, при округлении получаем 151 700 тыс. км. На самом деле, Луна находилась в апогее своей орбиты 07 июля 1970 года, т.е. 03 июля 1970 года  $d_{з-л} \approx 390$  тыс. км.

**Ответ:** 151 700 000 км

## ЗАДАЧА 2

### Текст задачи.

*Я подготовил для тебя информацию, начал уже ее кодировать, но тут все так запуталось, что я просто вынужден просить тебя потерпеть еще некоторое время.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

С борта летательного аппарата в Центр управления полетами поступает телеметрическая информация. Датчик напряжения передает информацию 50 раз в секунду. Информация об исправности этого датчика ('1' - исправен, '0' – неисправен) поступает реже (примерно 1 раз в секунду). Предположим, что получен ряд следующего вида:

информационный бит (0 или 1), несколько пропущенных тактов времени (каждый пропущенный такт обозначается символом `\*`), информационный бит и т.д.

Для сокращения объема файлов, этот ряд кодируется. Схема кодирования такова: число '1' информационного бита кодируется как '11', число '0' кодируется как '10', а последовательность (одного или нескольких) символов `\*`, идущих подряд, кодируется `0`. Напишите программу, которая закодированный ряд переводит в ряд, состоящий только из информационных битов.

### Пример

Исходные данные

1\*\*\*1\*\*\*\*0\*\*\*0\*\*\*\*\*1

Данные после кодирования – входные данные для Вашей программы

11011010010011

Выходные данные

11001

Программа должна ввести с клавиатуры число  $N$  в диапазоне от 10 до 100 – количество битов в строке исходных данных, затем ввести с клавиатуры  $N$  чисел 0 или 1 – исходный ряд данных. Программа должна вывести на экран строку выходных данных, состоящую из информационных битов. Проверку корректности введенных исходных данных проводить не надо, т.е. если пользователь вместо чисел `0` и `1` станет вводить нечто другое или введет строку из 0 и 1, которая не допускает раскодирование, то программа имеет право не работать.

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N:

6

Введите данные:

1

0

0

0

1

0

Ответ: 00

Разрешается использовать языки программирования Python, C, C#, C++, Pascal. Разрешается в качестве ответа представить не саму программу, а только алгоритм, оформленный в виде блок-схемы.

**Конец текста задачи.**

**Ответ:** текст программы или блок-схема.

### ЗАДАЧА 3

#### Текст задачи.

*«ЭР-два базе, — скороговоркой прочитал он. — Экстренная.  
В квадрате сто два обнаружен потерпевший крушение  
земной корабль типа „Пеликан“ ...  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Участок  $S$  предполагаемой посадки спускаемого аппарата представляет собой квадрат  $ABCD$  со стороной  $a = \dots$  км. Поисковую группу необходимо расположить в точке  $X$  на стороне  $AB$ . Обозначим  $f(X)$  расстояние, которое ей придется преодолеть от точки  $X$  до места посадки при самом неблагоприятном случае (когда аппарат приземлится в наиболее удаленную от  $X$  точку участка  $S$ ). Найдите такую точку (или точки)  $X$ , для которой число  $f(X)$  окажется наименьшим. В ответ запишите длину отрезка  $AX$ .

#### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $a$  выбирается от 4 до 12 с шагом 1.

**Решение.** Пусть  $E$  — середина отрезка  $AB$ . Если точка  $X$  расположена на отрезке  $AE$ , то наиболее удаленной от  $X$  точкой квадрата является точка  $C$ . При движении точки  $X$  от  $A$  к  $E$  расстояние  $XC$  уменьшается, т.е. функция  $f(X)$  убывает. При переходе точки  $X$  на отрезок  $ED$  наиболее удаленной становится точка  $B$  и дальнейшее движение  $X$  к  $D$  увеличивает  $f(X)$ .

**Ответ:**  $a/2$ .

#### ЗАДАЧА 4

**Текст задачи.**

*Ганса я разбудил, и спросонок он только мычал и мямлил  
какую-то несусветицу про дождь и низкое давление.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

На поверхности планеты измерили атмосферное давление с помощью ртутного барометра. Оказалось, что давление равно  $h = \dots$  мм ртутного столба. Учитывая, что ускорение свободного падения на поверхности планеты  $g = 6,7 \text{ м/с}^2$ , а плотность ртути  $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$ , выразите измеренное давление  $p$  в паскалях. Ответ округлите до целых.

**Конец текста задачи.**

Варьируемый параметр  $h$ . Диапазон изменения от 580 до 620 мм с шагом 2 мм.

**Решение.** Измеренное ртутным барометром атмосферное давление равно давлению, которое оказывает на дно сосуда столбик ртути высотой  $h$  мм. Таким образом,  $p = \rho gh$ .

**Ответ:** Расчетная формула  $p = 91,12 \cdot h$ .

## ЗАДАЧА 5

### Текст задачи.

*Некоторое время я стоял, засунув руки глубоко в карманы дохи, и смотрел, как трудятся мои ребяташки. За ночь они поработали на славу Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Стась получил задание с помощью команды роботов проложить дорогу между девятью пунктами. В качестве тестового алгоритма Стась присвоил пунктам номера от 1 до 9 и дал команду прокладывать дорогу от пункта  $a$  к пункту  $b$  тогда и только тогда, когда двузначное число, составленное из цифр  $a$  и  $b$ , делится на 3. Можно ли при таких условиях добраться по дорогам от пункта 1 до пункта 9 (возможно, проходя через пункты с другими номерами)? Дайте подробное объяснение.

### Конец текста задачи.

**Решение.** Число делится на 3 в точности тогда, когда сумма  $a+b$  делится на 3. Значит, если  $b$  делится на 3, то пункт связан только с теми пунктами  $a$ , которые делятся на 3. Итак, пункты 3, 6, 9 соединены между собой и только.

**Ответ:** Нет.

## ЗАДАЧА 6

### Текст задачи.

*Я прищурился и стал смотреть на айсберг.  
Он торчал над горизонтом гигантской глыбой сахара,  
слепяще-белый иззубренный клык, очень холодный, очень неподвижный, очень цельный...  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Космонавты, оказавшись на полюсе планеты, ощутили  $n\%$  потерю в весе (по сравнению с весом на Земле), где  $n = \dots$ . Сила тяжести тела массой  $m$  на планете массой  $M$  и радиуса  $R$  вычисляется по формуле  $F = G \frac{Mm}{R^2}$ , где  $G$  – гравитационная постоянная. Определите среднюю плотность вещества, из которого состоит планета, если ее радиус в 2 раза меньше радиуса Земли. Планету и Землю считайте шарами. Среднюю плотность Земли считайте равной  $\rho_3 = 5,52 \text{ г/см}^3$ . Ответ дайте в  $\text{г/см}^3$ , округлите до двух знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $n$  выбирается от 6 до 12 с шагом 1.

**Решение.** Запишем две силы тяжести (на планете и на Земле)

$$F_{\text{П}} = G \frac{M_{\text{П}}m}{R_{\text{П}}^2} = F_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right) = G \frac{M_3m}{R_3^2} \left(1 - \frac{n}{100}\right)$$

Учтем, что  $M = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$  (и для планеты, и для Земли).

Сократим все, что сокращается, получим

$$\rho_{\text{П}} R_{\text{П}} = \rho_3 R_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right)$$

Учтем, что радиус планеты в 2 раза меньше радиуса Земли.

**Ответ.**  $\rho_{\text{планеты}} = 2\rho_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right)$ .

## ЗАДАЧА 7

### Текст задачи.

*Покажите ему вычислитель, Стась, расскажите, как он действует, попробуйте считать с ним наперегонки. Думаю, здесь ожидает вас некоторый сюрприз...  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Взяли число  $a_1 = \dots$ , возвели в квадрат, сложили все цифры у полученного числа и прибавили 1 – получили число  $a_2$ . С этим числом проделали то же самое – получили число  $a_3$  и т.д. Например, если  $a_1 = 7$ , то  $(a_1)^2 = 49$ , т.е.  $a_2 = 4 + 9 + 1 = 14$ . Тогда  $(a_2)^2 = 196$ , т.е.  $a_3 = 1 + 9 + 6 + 1 = 17$  и т.д. Чему равно  $a_{1970}$ ?

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $a_1$  выбирается от 12 до 32 с шагом 10 (всего три варианта).

**Решение.** Просто посчитаем (выписываем члены последовательности)

12-10-2-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу), 22-17-20-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу), 32-8-11-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу). В любом варианте, начиная с 4 члена ответ будет один и тот же: члены последовательности с номерами вида  $n = 3k$  равны 11, с номерами вида  $n = 3k + 1$  равны 5, а с номерами  $n = 3k + 2$  равны 8.

**Ответ:** 8 (во всех вариантах).

## ЗАДАЧА 8

**Текст задачи.**

*Скалы эти тянулись вдоль всего побережья, насколько хватал глаз,  
а над скалами в безоблачном, но тоже безрадостном ледяном серо-лиловом небе  
всходило крошечное негреющее лиловатое солнце.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Высота полуденного Солнца в день летнего солнцестояния в некотором пункте на Земле составила  $h = \dots$  градусов, причем Солнце находилось «на юге». Какова широта места наблюдений? Ответ округлите с точностью до целых градусов.

**Конец текста задачи.**

Варьируемый параметр  $h$  выбирается от 25,6 до 75,6 с шагом 10.

**Ответ.** Расчетная формула  $90 - h + 23,5$ .

## Заочный тур для 10-11 классов

- 1) Астроном на Земле в течение нескольких дней наблюдает комету на небесной сфере. Какой может оказаться траектория движения этой кометы относительно Солнца?
  - А) Комета будет двигаться строго по прямой.
  - Б) Траектория движения будет довольно сложной кривой, полученной наложением двух движений: кометы и Земли.
  - В) Траектория движения всегда представляет собой часть эллипса.
  - Г) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы.
  - Д) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы, либо часть гиперболы.**
  
- 2) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
  - А) С помощью обычного чайника.
  - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
  - В) В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
  - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
  - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.
  
- 3) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют серебристый цвет?
  - А) Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
  - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
  - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
  - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
  - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.
  
- 4) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
  - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
  - Б) Оба закона справедливы.
  - В) Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
  - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
  - Д) Оба закона не выполняются.
  
- 5) Все планеты в Солнечной системе движутся по эллипсам. Почему же тогда на звездных картах изображают только путь движения Солнца относительно Земли – эклиптику, и не изображают пути движения других планет?
  - А) Положение эклиптики относительно звезд меняется очень медленно, а путь планет, наоборот, перемещается по всей звездной карте. Поэтому изображать его бесполезно.
  - Б) На некоторых картах эти пути изображают, а на некоторых – нет, чтобы не загромождать карты.
  - В) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) близки к эклиптике.**
  - Г) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) с точки зрения земного наблюдателя совпадают с небесным экватором.
  - Д) Потому, что планеты не меняют своего положения на небесной сфере.
  
- 6) Как отводится тепло с борта Международной космической станции?

- А) Нагретый воздух периодически сбрасывается в космическое пространство через специальный клапан.
  - Б) Охлаждающая система постоянно проводит эндотермические химические реакции.
  - В) Никакой специальной системы не нужно – станция охлаждается сама, поскольку за бортом станции очень холодно.
  - Г) С помощью тепловой панели, установленной на стене станции и излучающей тепло в космическое пространство.**
  - Д) С помощью обычной форточки.
- 7) В каких точках на поверхности Земли можно наблюдать на небесной сфере южный полюс мира?
- А) Во всех точках, находящихся южнее северного полярного круга (и только в них).
  - Б) Во всех точках, находящихся южнее северного тропика (и только в них).
  - В) Во всех точках, находящихся южнее экватора (и только в них).**
  - Г) Во всех точках, находящихся южнее южного тропика (и только в них).
  - Д) Во всех точках самого южного материка – в Антарктиде (и только в них).
- 8) Астроном наблюдает восход Солнца на южном полюсе. В какой момент Земля пройдет точку равноденствия?
- А) В тот момент, когда он увидит верхний край Солнца.
  - Б) В тот момент, когда он увидит центр Солнца.
  - В) В тот момент, когда он увидит все Солнце целиком.
  - Г) Немного ранее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).
  - Д) Немного позднее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).**
- 9) Можно ли в космическом пространстве вдали от планет увидеть человеческим глазом радугу?
- А) Нет, это невозможно, потому что нет среды, где свет может преломиться или отразиться.**
  - Б) Да, это настолько же частое явление, как и на Земле
  - В) Можно, если использовать два пересекающихся направленных пучка лучей.
  - Г) Можно, если смотреть в направлении от Солнца.
  - Д) Можно, но только вблизи двойных, примерно одинаковых по массе и размерам, звезд.
- 10) Может ли спутник, двигаясь по орбите в системе двух тел Земля-Луна, стать неподвижным относительно центра Земли (точнее, относительно барицентра системы Земля-Луна)?
- А) Да, если спутник находится в точке либрации.**
  - Б) Нет, это невозможно.
  - В) Таких примеров много: все спутники связи на геостационарной орбите неподвижны относительно Земли.
  - Г) Да, все навигационные спутники неподвижны относительно Земли.
  - Д) Да, но только на короткий период времени 5 – 10 минут.

## ЗАДАЧА 1

### Текст задачи.

*Я понял только, что Комову позарез нужны данные относительно игрек-фактора для двуноormalьного гуманоида с четырехэтажным индексом, состоящим в общей сложности из девяти цифр и четырнадцати греческих букв.*  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Переданные из Центрального информатория данные (восемь натуральных, не обязательно различных чисел) были зашифрованы в виде уравнения

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_8.$$

Восстановите код, если известно, что  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_8$ .

В ответ запишите все числа подряд без пробелов и запятых от первого до восьмого. Если ответов несколько, разделите эти ответы между собой пробелами.

### Конец текста задачи.

**Решение.** Несложно понять, что единиц не меньше 5, но не больше 6. Действительно, если единиц 7 или 8, то уравнение очевидно не имеет решений. Если единиц не больше 4, то  $x_7 \geq x_6 \geq x_5 \geq 2$ , а тогда  $x_8 \cdot x_7 \cdot \dots \cdot x_1 \geq x_8 \cdot x_7 \cdot x_6 \cdot x_5 \geq 8 \cdot x_8 > x_1 + x_2 + \dots + x_8$ . Если единиц 6, то  $x_7 \cdot x_8 = 6 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow (x_8 - 1)(x_7 - 1) = 7$ , откуда легко получаем  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 1$ ,  $x_7 = 2$ ,  $x_8 = 8$ . Если единиц 5, то получим уравнение  $x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 5 + x_6 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow$

$$1 = \frac{5}{x_6 \cdot x_7 \cdot x_8} + \frac{1}{x_6 \cdot x_7} + \frac{1}{x_6 \cdot x_8} + \frac{1}{x_7 \cdot x_8}.$$

Если все числа  $x_6, x_7, x_8 \geq 3$ , то из последнего уравнения получаем  $1 \leq \frac{5}{27} + \frac{3}{9}$  — противоречие.

Значит  $x_6 = 2$ , а тогда  $2x_7 \cdot x_8 = 7 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow (2x_7 - 1)(2x_8 - 1) = 15$ , откуда  $x_7 = 2$ ,  $x_8 = 3$ .

**Ответ:** 11111223

## ЗАДАЧА 2

### Текст задачи.

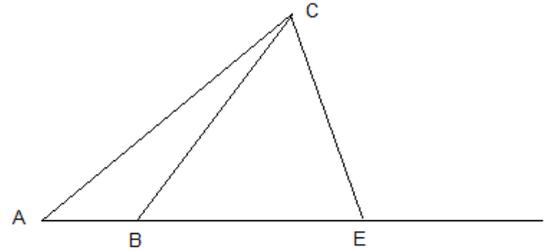
*Том опять остановился.*

*Я раздражено ткнул пальцем в клавишу контрольного вызова.*

*Сигнал задержки сейчас же погас и вспыхнул рубиновый огонек:  
«У нас все в порядке, выполняем задание. Нет ли новых указаний?»*

*Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».*

Строительный робот Том движется по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . Из-за сбоя программы в точке  $B$  он не повернул к точке  $C$ , а продолжил ехать прямо, проехав от точки  $B$  расстояние в два раза большее  $AB$  и остановился в точке  $E$ . Получив команду на исправление маршрута, Том тут же повернул к точке  $C$ . На какой угол повернул Том в точке  $E$ , если угол  $BAC = 45^\circ$ , а угол  $BCA = 15^\circ$ . В ответ запишите число градусов.



### Конец текста задачи.

**Решение:** Угол  $ABC$  равен  $120$  градусов, угол  $CBE$   $60$ . На отрезке  $BC$  отметим точку  $O$  так, что  $BO=AB$ . Тогда треугольник  $AOB$  равнобедренный, углы  $BAO$  и  $BOA$  по  $30$  градусов. Тогда угол  $OAC$  равен  $15$  градусов, т.е. треугольник  $AOC$  тоже равнобедренный, т.е.  $AO=OC$ . Отметим точку  $D$  на середине отрезка  $BE$ . Тогда треугольник  $OBD$  равнобедренный с углом  $60$  при вершине, т.е. равносторонний, т.е.  $OD=BD=DE$ . Тогда треугольники  $ODE$  и  $OBA$  равны, т.е. угол  $DEO$  равен  $30$  градусов, а  $OE=OA$ . Тогда треугольник  $AOE$  равнобедренный, угол  $AOE$  равен  $120$  градусов. Угол  $AOC=180-15-15=150$  градусов. Тогда угол  $EOC=90$ . Кроме того,  $OE=OC$ , т.е. треугольник  $EOC$  равнобедренный, а значит, угол  $OEC$  равен  $45$ . Искомый угол  $AEC=AEO+OEC=30+45=75$ .

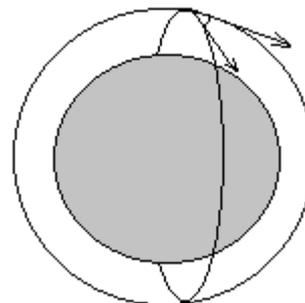
**Ответ:** 75.

### ЗАДАЧА 3

#### Текст задачи.

*Мы принялись обшаривать околопланетное пространство.  
И вот два часа назад пришло сообщение, что он, наконец, обнаружен.  
Спутник-автомат, что-то вроде вооруженного часового.  
Судя по некоторым деталям конструкции, его установили здесь Странники.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Мальши».*

Искусственный спутник массой  $m$  кг движется вокруг планеты по круговой орбите радиусом  $R = 6700$  км. В результате маневра, осуществленного с помощью кратковременной работы бортового навигационного двигателя, плоскость орбиты спутника повернулась на угол  $\alpha = 40^\circ$ , а радиус орбиты не изменился. Каков модуль вектора  $\Delta p$  изменения импульса спутника, произошедшего при этом маневре? Массу планеты примите равной  $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг, а гравитационную постоянную  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>. Ответ приведите в кг·м/с, округлив до целых.



#### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $m$  выбирается от 100 до 200 кг с шагом 10 кг.

**Решение.** По второму закону Ньютона уравнение движения спутника орбите радиусом  $R$  имеет вид  $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$ . Отсюда скорость движения спутника по орбите  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ , а

модуль его импульса  $p_0 = m\sqrt{\frac{GM}{R}}$ . По теореме косинусов,  $\Delta p = 2p_0 \sin \frac{\alpha}{2}$ .

**Ответ:**  $\Delta p = 2m\sqrt{\frac{GM}{R}} \sin \frac{\alpha}{2}$

Расчетная формула  $|\Delta p| = 5298,5532767 \cdot m$ .

## ЗАДАЧА 4

### Текст задачи.

*Планета невидимок.*

*Да, наверное, любопытные вещи можно было бы здесь увидеть,  
если бы Комов разрешил запустить сторожа-разведчика.*

*Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Какой максимальной массой  $m_{max}$  может обладать космический зонд сферической формы радиусом  $r$  м, чтобы он мог плавать в атмосфере исследуемой планеты? Примите, что атмосфера состоит из газа со средней молярной массой  $M = 44$  г/моль., причем давление у поверхности  $p_0 = 9$  МПа, а температура  $t = 527^\circ$  С. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль·К). Ответ приведите в килограммах, округлив до двух знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $r$ . Диапазон изменения от 0,1 до 0,2 м с шагом 0,01 м.

**Решение.** По закону Архимеда зонд будет плавать при выполнении условия  $mg = \rho gV$ , где

$g$  – ускорение свободного падения у поверхности планеты,  $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$  – плотность

атмосферы планеты,  $T = t + 273$  К – абсолютная температура атмосферы,  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  – объем зонда.

**Ответ:**  $m_{max} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{p_0 M}{RT}$ .

Расчетная формула  $m_{max} = 249,8 \cdot r^3$  кг.

## ЗАДАЧА 5

### Текст задачи.

— Лева спит, — говорю я.  
— У нас тут сейчас ночь, вернее, ночное время бортовых суток.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Летательный аппарат вращается вокруг планеты по круговой орбите. Примем планету за материальную точку, расположенную в точке  $O(0,0,0)$ , радиус орбиты  $R = 1$ , а плоскость орбиты совпадающей с плоскостью  $Oxy$ . Известно, что аппарат ориентирован так, что его солнечные батареи (два прямоугольника) в каждый момент времени расположены в плоскости, содержащей луч  $AO$  ( $A$  – точка, в который находится



центр масс аппарата) и перпендикулярной плоскости орбиты. При этом стороны прямоугольников параллельны лучам  $AO$  и  $Oz$ . Будем считать, что солнце находится настолько далеко от планеты, что вектор, направленный на солнце одинаков во всех точках орбиты. Известно, что он имеет координаты  $\vec{s} = (1, y, 1)$ . В какой точке орбиты энергия  $E$ , вырабатываемая солнечными батареями, максимальна? Примите, что  $E = k \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол падения солнечных лучей на батарею, а  $k$  – константа. Солнечные батареи считайте односторонними, а направление вращения аппарата:  $(0,1,0) \rightarrow (1,0,0) \rightarrow (0,-1,0) \rightarrow (-1,0,0) \rightarrow \dots$ . В ответе укажите тангенс угла между векторами  $\vec{OA}$  и  $(1,0,0)$ , округлив его до 2 знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $y$  выбирается от 1 до 5 с шагом 1.

**Ответ:** Ток максимален тогда, когда максимален угол между вектором  $\vec{s}$  и плоскостью батарей, т.е. когда минимален угол между вектором  $\vec{s}$  и вектором  $\vec{n}$  нормали к плоскости батарей. Пусть  $\varphi$  - угол между векторами  $(1,0,0)$  и  $\vec{OA}$ , измеряемый от первого вектора ко второму против часовой стрелки (полярный угол). Тогда  $\vec{OA} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$ , а  $\vec{n} = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$ . Угол между вектором  $\vec{s}$  и вектором  $\vec{n}$  минимален тогда, когда максимально их скалярное произведение

$$(\vec{s}, \vec{n}) = \sin \varphi - y \cos \varphi \rightarrow \max \Leftrightarrow \cos \varphi + y \sin \varphi = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{y}.$$

**Ответ**  $-\frac{1}{y}$ .

## ЗАДАЧА 6

### Текст задачи.

*А сейчас ответь мне: что вверху?  
Ты вчера сказал: звезды. Что такое звезды?  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Двойная звезда, разрешаемая только с помощью телескопа, состоит из двух компонент. Одна ярче другой в 2,5 раза. Самая яркая компонента имеет визуальную звездную величину равную 0. Какова визуальная звездная величина этой системы при наблюдении невооруженным глазом? Ответ округлите до двух знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

**Ответ:** -0,36 или -0,37 (оба числа допускаются).

**Решение:** Пусть  $m_1, m_2, m_\varepsilon$  – звездные величины первой (более яркой) звезды, второй звезды и двойной звезды соответственно, а  $L_1, L_2, L_\varepsilon = L_1 + L_2$  – светимости объектов в визуальном диапазоне. Тогда  $m_1 = 0$ , а

$$m_\varepsilon = m_\varepsilon - m_1 = -2,5 \log_{10} \frac{L_\varepsilon}{L_1} \approx -0,36.$$

## ЗАДАЧА 7

### Текст задачи

*Уже с порога рубки я увидел, что имеет место ЧП.  
Все три рабочих экрана на моем пульте показывали полный останов.  
Киберов кто-то увел...  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Стась задал строительному роботу программу для выполнения работ. В частности, программа содержала подпрограмму, задающую движение робота. Эта программа движений представляла собой строку, состоящую из чисел 1 и (-1). Движения робота проходили вдоль прямой, число 1 означало команду «сделать один шаг вправо», а число (-1) – «сделать один шаг влево». Дойдя до конца строки, робот переходил к ее началу и циклически повторял движения. Например, строка команд  $11(-1)1(-1)(-1)$  означало «два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо и т.д.».

Однако в программе произошел сбой. По неизвестным причинам (Стась подозревает, что робот перепрограммировал Малыш) в какой-то момент (этот момент не известен) робот начал удваивать число шагов с каждым тактом времени. Причем робот прочел всю строку команд; затем, как и положено, перешел к началу строки, продолжил выполнение (по-прежнему, удваивая число шагов), дошел до того такта, на котором произошел сбой, и здесь остановился.

Например, если строка команд имеет вид  $11(-1)1(-1)(-1)$ , а сбой произошел на третьем такте, то, начиная с этого такта робот двигался так: «один шаг влево, 2 шага вправо, 4 шага влево, 8 шагов влево, 16 шагов вправо, 32 шага вправо, остановка».

Пусть в момент сбоя робот находился в точке  $A$ , а в момент остановки оказался в точке  $B$ . Например, в приведенном выше примере точка  $B$  оказалась в  $-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32 = 37$  шагах правее точки  $A$ . На деле, робот оказался так далеко от строительной площадки, что Стась его не видит. Помогите Стасю найти робота! Определите, какое максимальное значение может принять длина отрезка  $AB$ .

#### Входные данные.

Вначале программа должна считать с клавиатуры натуральное число  $N$  в диапазоне от 10 до 40 – длина строки. Затем надо ввести с клавиатуры  $N$  чисел 1 или (-1).

#### Выходные данные.

Программа должна вывести одно натуральное число – максимально возможную длину отрезка  $AB$ .

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N

6

Введите данные

1

1

-1

1

-1

-1

Ответ: 41.

Действительно, если сбой произошел в первый такт времени, то  $AB = |1 + 2 - 4 + 8 - 16 - 32| = 41$ . Если сбой произошел на втором такте, то  $AB = |1 - 2 + 4 - 8 - 16 + 32| = 11$ . Для третьего такта  $AB = |-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32| = 37$  (мы это уже считали). Для четвертого:  $AB = |1 - 2 - 4 + 8 + 16 - 32| = 13$ , для пятого  $AB = |-1 - 2 + 4 + 8 - 16 + 32| = 25$ , а для шестого  $AB = |-1 + 2 + 4 - 8 + 16 - 32| = 19$ . Максимальная длина равна 41.

Напишите программу на Вашем любимом языке программирования.

#### Конец текста задачи.

Ответ: загруженный программный код.

## ЗАДАЧА 8

### Текст задачи.

*Они все притворяются, будто мы уже овладели космосом, будто мы в космосе как дома. Неверно это. И никогда это не будет верно. Космос всегда будет космосом, а человек всегда остается всего лишь человеком.*  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Размер наблюдаемой части космоса составляет 4 Гпк. Оцените среднюю плотность вещества в пространстве в  $\text{кг}/\text{м}^3$ , если считать, что этого вещества достаточно, чтобы наблюдаемая Вселенная оставалась гравитационно связанной. Дайте развернутый ответ.

### Конец текста задачи.

**Ответ:**  $1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

**Решение:** Свет шел от наблюдаемой границы Вселенной -  $4 \cdot 10^9 \cdot 3,26 = 1,3 \cdot 10^{10}$  лет

Считая, что расширение линейно, найдем значение постоянной Хаббла:

$$c = HR \Rightarrow H = \frac{c}{R} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{4 \cdot 10^3 \text{ Мпк}} = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$$

Скорость убегания на границе наблюдаемой Вселенной равна 2-ой космической, следовательно,

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi R^2 G \rho_{\text{кр}}} = HR \Rightarrow \rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot \left(75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}\right)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$